

**3. Rapport sur le Concours, en 1929, de l'Agrégation
de l'Enseignement secondaire des jeunes filles
Section des Sciences Mathématiques (1)**

67 candidates ont abordé les épreuves du concours ; 6 d'entre elles ont abandonné après une ou deux compositions. L'ensemble des épreuves écrites donne une moyenne assez faible, de 6,5, la moyenne individuelle la

(1) Le Jury était composé de MM. TRESSE, inspecteur général, président ; BLUTEL, inspecteur général, Mlle BARBIER, professeur au Lycée Jules-Ferry, et de M. LAVELLE, professeur au Lycée Henri-IV, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

plus faible s'abaissant jusqu'à 2,5. Néanmoins, il a été possible de retenir 16 admissibles, ayant des moyennes sérieuses ou au moins honnêtes qui s'échelonnent de 12,5 à 8. Après cette première sélection, les épreuves orales des 16 candidates admissibles ont été meilleures, en donnant une moyenne de 12 pour l'ensemble de ces admissibles et de 13,5 pour les 9 d'entre elles qui ont été définitivement admises. L'ensemble de toutes les épreuves, écrites et orales, donne, pour ces 9 nouvelles agrégées, des moyennes allant de 13,5 à 10,5.

Deux voies différentes sont suivies par les candidates qui se préparent au concours, celle de la Licence et celle du Certificat. Comme les années précédentes, les chiffres montrent nettement combien la seconde est plus solide que la première. Les 67 candidates de cette année se répartissent entre 45 licenciées et 22 certifiées ; à l'admissibilité, elles donnent deux lots égaux de 8 licenciées et 8 certifiées ; à l'admission, nous trouvons 3 licenciées seulement pour 6 certifiées : la proportion, qui, à l'appel des candidates, est de 2 de la première catégorie pour une de la seconde, se renverse exactement à l'élection. Sur le même nombre de 495 candidates, licenciées ou certifiées, les licenciées donnent 88 admissibles et 33 agrégées, les certifiées en donnent respectivement 180 et 135 : en langage de candidate, les chances de succès sont au moins 4 fois plus grandes pour une certifiée que pour une licenciée.

Une autre observation s'impose également. Le concours s'est montré moins favorable pour les candidates simplement étudiantes que pour celles qui exercent déjà des fonctions d'enseignement. La liste des candidates comprend 32 professeurs et 35 étudiantes ; celle des admissibles, 7 professeurs et 9 étudiantes ; celle des agrégées, 5 professeurs, dont les 1^{re}, 3^e, 4^e et 5^e et 4 étudiantes. Le Jury a été heureux d'inscrire, parmi les premières, plusieurs candidates qui avaient été déjà admissibles, alors que l'expérience de l'enseignement leur faisait défaut ; il espère que l'exemple sera suivi, qu'il encouragera celles des concurrentes de cette année qui ne sont pas arrivées au but.

Passons aux remarques que suggèrent les diverses épreuves du concours.

Epreuves écrites (1).

1^o *Composition d'Arithmétique, Algèbre et Géométrie* (Mlle BARBER). — La composition portait, cette année encore, sur un problème de Géométrie élémentaire.

Le texte comprenait deux parties, dont la deuxième apparaissait, à la seule lecture, comme une réplique de la première.

Malgré cette circonstance, leur lien a échappé à la majorité des candidates, et beaucoup, parmi elles, ont tenté avec plus ou moins de succès, une étude directe et compliquée de la seconde question, alors que l'emploi de l'inversion la ramenait immédiatement à la précédente.

A l'opposé, une aspirante, séduite par cette méthode, n'a traité, de la

(1) Voir les énoncés pages 11, 12 et 13 des *Fascicules consacrés aux Examens et Concours en 1929*.

première partie, que les points qui préparaient la suivante. Le sujet, ainsi compris, gagnait en unité, mais n'exigeait plus guère qu'une certaine puissance d'attention, alors qu'on réclamait des candidates assez de souplesse de pensée pour savoir traduire et utiliser sous des formes variées l'idée centrale autour de laquelle se groupaient les différentes questions de la partie I.

Cette idée elle-même n'a pas toujours été dégagée nettement ni simplement.

Laissant de côté le cas, heureusement unique, d'une candidate qui n'a pas su lire le texte, il est pénible de constater que le rôle d'orthocentre de chacun des points P et P' vis-à-vis du triangle formé par l'autre et les deux points A et A' n'est pas apparu tout de suite à près d'un tiers des aspirantes. Quelques-unes s'en tiennent à des remarques vagues, d'autres se lancent dans des considérations compliquées, font appel à la théorie des polaires pour découvrir — quand elles vont jusque-là — l'orthogonalité des droites PP' et AA', enfin accueillent sans aucun souci de simplicité et de généralité la première relation métrique qui leur vient à l'esprit. Vingt à peine fixent la position de P' sur la perpendiculaire PH à AA' par l'égalité segmentaire : $HP' \cdot HP = -HA \cdot HA'$, et préparent ainsi solidement la suite.

Il est essentiel pourtant que des candidates à l'Agrégation sachent appliquer pour leur propre compte les méthodes d'observation qu'elles seront chargées plus tard d'inculquer à des élèves. On ne saurait trop leur recommander de travailler dans ce sens. L'aptitude à observer les faits mathématiques essentiels et à les saisir dans leur ensemble, doit, en bonne logique, se développer parallèlement à la culture. Celle-ci, malheureusement, pourrait parfois donner l'impression de se réduire à un simple enrichissement du vocabulaire.

Les cinq questions qui faisaient l'objet du paragraphe (2) se rattachaient immédiatement aux propriétés du groupe orthocentrique AA'PP'.

La dernière construction, conséquence immédiate de l'orthogonalité des cercles de diamètres AA' et PP' (par rapport auxquels le point H a des puissances opposées), a embarrassé la moitié des candidates, mais c'est la recherche des lieux de P' quand P décrit, soit une ellipse de cercle principal AA', soit une parabole de corde principale AA', qui a entraîné le plus grand nombre d'abstentions ou d'erreurs.

Si plus du tiers des aspirantes reconnaît la nature du premier lieu — par des procédés d'ailleurs quelquefois douteux et sans signaler toujours la similitude des deux ellipses et l'orthogonalité de leurs grands axes —, beaucoup, par contre, se méprennent sur celle du deuxième. Trompées par des calculs maladroits, ou par de vagues notions d'homographie, et n'envisageant pas l'éventualité d'une décomposition qui se produit ici, les unes concluent à une cubique et les autres à une seconde parabole, alors qu'il s'agissait d'une droite parallèle à AA'. Une dizaine de réponses seulement sont correctes.

Notons ici l'abus fâcheux des solutions qui perdent tout caractère géométrique élémentaire, sans satisfaire aucunement aux exigences mathématiques.

Par ailleurs, les copies qui s'en tiennent avec raison à des considérations de géométrie relevant du programme donnent trop rarement à leur exposé le caractère de généralité qui seul légitimerait l'omission de l'examen des divers cas de figure, notamment dans les démonstrations où interviennent des propriétés angulaires.

Le paragraphe (3) proposait la construction des trièdres trirectangles T et T' dont les arêtes passent respectivement par les points A, A', P , et A, A', P' ; et la recherche du lieu de leurs sommets S, S' , sous certaines conditions.

Cette question a été abandonnée complètement par la moitié des candidates et traitée superficiellement, et non sans erreurs, par la majorité des autres.

La propriété classique de la projection du sommet d'un trièdre trirectangle sur un plan qui rencontre ses arêtes ramenait la détermination des points S et S' à celle des intersections de la sphère de diamètre AA' et des droites menées perpendiculairement au plan de figure par P' et P . La discussion pouvait donc utiliser l'étude déjà faite des positions relatives du cercle AA' et des points P et P' . On s'étonne que tant d'aspirantes n'aient pas vu tout de suite que les trièdres T et T' ne peuvent coexister (à moins de se confondre deux à deux), l'existence des seuls trièdres T' supposant P à l'intérieur du cercle, celle des seuls trièdres T à l'extérieur et dans la région du plan limitée par les tangentes en A et A' .

Ces préliminaires nettement posés, la recherche des lieux demandés avec toutes leurs particularités n'offrait plus aucune difficulté. Une seule candidate l'a menée à bien; une dizaine d'autres, sans avoir poussé aussi loin l'analyse, ont vu l'essentiel de la question.

La moyenne générale, pour l'ensemble de cette première partie du problème, est 7,6 sur 20. La moitié des copies dépasse ou atteint la note « médiocre »; on relève en particulier sept « bien », cinq « assez bien », sept « passable ».

La deuxième partie du problème a été abordée par une soixantaine de candidates, mais beaucoup des solutions présentées sont très incomplètes, et quelques-unes erronées.

Le point O étant aligné avec les deux points fixes A et A' , le texte associait ceux des cercles (C) et (C') passant par A et O d'une part, A' et O d'autre part, qui sont orthogonaux, comme il avait associé plus haut celles des droites D et D' passant respectivement par A et A' , qui sont rectangulaires.

L'inversion (i) de centre O et de puissance $\overline{OA} \cdot \overline{OA'}$, qui fait correspondre au couple (CC') le couple $(D'D)$ s'imposait donc à l'esprit. Une trentaine de candidates seulement s'en sont avisées.

Cette méthode donnait tout de suite le cercle AA' comme lieu du

deuxième point d'intersection des cercles associés (C) et (C'), lorsque le cercle (C) varie (et, par conséquent, le cercle (C'), ce qui a échappé à certaines !). Mais elle devait être surtout d'un grand secours quand l'étude directe de la figure se complique par l'introduction du point Q', second point d'intersection des cercles (C') et (C) associés à ceux des cercles (C) et (C') qui passent par un point donné Q.

S'il était encore facile de construire directement Q' à partir de Q sans tracer les cercles eux-mêmes, on éclairait autrement la question en remarquant que le passage de Q à Q' utilise successivement l'inversion (i), la transformation (P → P'), et de nouveau, l'inversion (i).

En observant que cette suite de transformations appliquées à un cercle qui passe par A et A' donne le cercle symétrique par rapport à AA', et d'autre part, conserve, en définitive, tout cercle passant par O, centré sur la droite AA', on obtenait immédiatement le lieu de Q' dans les diverses hypothèses proposées, en particulier, lorsque l'inversion (i) change avec la position de O, le point Q — et par conséquent le cercle QAA' — restant fixe.

D'autre part, l'inversion (i) transformant une corde QQ' du cercle OO', centré sur AA', en un cercle OPP', il suffit de constater que ce cercle passe par un deuxième point fixe de la droite AA' pour établir que la droite QQ' passe elle-même par un point fixe.

Quatre candidates ont su présenter sans trop de défaillances cet ensemble de résultats. Le temps seul, et non la méthode, paraît avoir manqué à une douzaine d'autres pour aller aussi loin.

Les toutes dernières questions n'offraient aucune difficulté. On ne pouvait guère espérer, même des meilleures candidates, vu la longueur de l'épreuve, que des indications rapides : on les rencontre dans trois copies.

Dans l'ensemble, dix copies seulement dépassent ou atteignent la note « médiocre » pour cette deuxième partie du problème. On relève deux « bien », un « assez bien », trois « passable ». La moyenne générale n'est que 4 sur 20. Notons qu'une douzaine de candidates ont mieux réussi cette partie que la première.

En définitive, la moyenne pour l'ensemble de l'épreuve est 6 sur 20.

Elle est inférieure à celle de l'an dernier ; peut-être parce que le problème proposé, moins classique, exigeait un effort de recherche plus personnel ; peut-être aussi, et cette raison est plus réconfortante, parce que la copie idéale de référence — formée des éléments les meilleurs empruntés à la collectivité — étant excellente, la moindre faiblesse dans une copie déterminée entraînait obligatoirement une répercussion sérieuse sur sa note.

Six copies se classent nettement en tête avec les notes :

$$14,5 \quad - \quad 11 \frac{7}{8} \quad - \quad 11 \frac{7}{8} \quad - \quad 11 \frac{3}{4} \quad - \quad 11 \frac{3}{4} \quad - \quad 11 \frac{1}{4}$$

Cinq copies, comparables aux précédentes pour la valeur de la pensée, mais beaucoup moins complètes, viennent ensuite, cotées de $9 \frac{1}{4}$ à $8 \frac{1}{2}$,

puis onze, plus inégales, dont les meilleures parties sont encore de premier ordre de $8\frac{1}{2}$ à $7\frac{1}{2}$.

Les dix suivantes sont à peine supérieures au niveau moyen du concours, et parmi les trente-cinq qui lui sont inférieures, seize n'atteignent même pas la note trois. On regrette à cette extrémité de l'échelle une majorité aussi écrasante.

2° *Composition d'Algèbre, Trigonométrie et Analyse* (M. TRESSE). — L'épreuve portait sur une équation différentielle du premier ordre (E) reliant les coordonnées polaires d'un point d'une courbe ; cette équation contenait une constante a ; elle était donnée sous forme résolue par rapport à cette constante. Il était d'abord demandé de former une seconde équation différentielle (E') ayant pour intégrales toutes les solutions de la première répondant aux diverses valeurs de la constante a . Comme le texte l'indiquait, cette équation (E') se décompose en deux autres, l'une, du premier ordre, d'intégration immédiate, l'autre, du second ordre, qui pouvait s'intégrer de diverses manières, par simple application des méthodes régulières et classiques. Revenant à l'équation (E), son intégration s'achevait par la recherche de celles des intégrales de (E') qui vérifient la première équation ; les solutions de (E) comprennent, d'une part, une intégrale singulière constituée par un cercle C, et, d'autre part, une famille de cardioïdes Γ_α dépendant d'un paramètre α ; on demandait d'étudier les points d'intersection de C et Γ_α (en vue de faire reconnaître que C est l'enveloppe des cardioïdes), puis de deux courbes de la famille, Γ_α et Γ_β , enfin, de calculer les arcs séparés sur ces deux courbes par leurs points d'intersection, et d'effectuer numériquement ce calcul dans des hypothèses particulières données.

Sujet d'Analyse ayant donc un support géométrique. Or, alors que ce support était fait pour éclairer les recherches, la plupart des candidates, croyant sans doute obéir au libellé officiel qui mentionne une épreuve d'Algèbre, Trigonométrie et Analyse, n'ont traité qu'une question de pure Analyse, de calcul, la partie géométrique n'étant qu'une simple addition qu'il fallait traiter puisqu'elle était demandée. C'est ainsi que, sauf une seule exception, toutes les concurrentes ont déterminé ou cherché à déterminer les points d'intersection de deux courbes $\Gamma_\alpha, \Gamma_\beta$, puis les valeurs limites des angles polaires de ces points quand les courbes se confondent, sans signaler que cette recherche conduit à l'enveloppe des courbes Γ_α ; ce fait, qui était immédiat, aurait été d'un heureux secours pour celles qui avaient été arrêtées dans l'étude de la position de Γ_α par rapport au cercle C.

La signification des coordonnées polaires n'est pas retenue ; on ignore trop souvent qu'un même point peut être représenté par des systèmes différents de coordonnées polaires. D'où beaucoup de redites fatigantes qu'il fallait éviter, de complications, voire même d'erreurs : une intégration

tion conduit à $r = a (\pm 1 + \sin (\theta - \theta_0))$, où θ_0 est une constante arbitraire ; les deux solutions correspondant aux deux signes se ramènent l'une à l'autre en changeant r de signe et en augmentant θ et θ_0 de π , et, néanmoins, les calculs se prolongent pénibles et confus, avec le double signe. Dans la recherche des points d'intersection de Γ_α et Γ_β , courbes décrites quand l'angle polaire θ varie dans un intervalle d'amplitude 2π , il y avait à examiner, après les valeurs de θ qui donnent un même rayon vecteur, celles qui, différant de π , donnent des rayons vecteurs opposés, ou, tout au moins, à constater que, dans l'espèce, il ne peut y avoir de solutions de la seconde forme, les deux rayons vecteurs restant constamment positifs : ce point a été généralement laissé dans l'ombre.

La pratique des transformations trigonométriques les plus simples fait trop souvent défaut ; certaines copies conservent des expressions telles que $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin (\alpha - \beta)}$, $1 - \cos \theta$, $1 + \cos \theta$, sans songer à les transformer ; leurs auteurs n'ont-elles donc jamais recherché, spontanément, la dérivée de $\sin x$? Et quand, à cette faiblesse, s'ajoute l'absence d'observation, l'on arrive à donner, sans sourciller, comme valeur d'un rayon vecteur s'annulant pour $\theta = \alpha$, l'expression $r = a (1 + \cos (\theta - \alpha))$!

Les méthodes du calcul intégral sont ordinairement connues ; mais elles sont appliquées sans intelligence, sans souplesse, sans observation ni des circonstances, ni du but à poursuivre. La recherche d'une courbe ne consiste pas nécessairement dans l'évaluation de r en fonction de θ ; si la méthode conduit à un changement de variable, il y a souvent intérêt à conserver la nouvelle variable, qui amène à une représentation paramétrique de la courbe, et qui évite des irrationalités dans les calculs. De même, dans l'intégration d'une expression irrationnelle contenant un radical précédé du double signe, ici $\pm \sqrt{r(k-r)}$, si on dirige bien la substitution à effectuer, si on égale le radical, précédé de son double signe, à tr , et non pas le radical arithmétique comme dans la marche classique, on réalise un double bénéfice ; les deux solutions qui correspondent aux deux signes ne sont plus séparées, et la variable t , au lieu d'être bornée dans ses variations, prend toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$. Si cette même intégration est faite avec un arc sinus, il suffit, pour répondre au double signe, d'étendre à 2π le champ de variation de cet arc sinus, et le bénéfice est le même.

A se laisser ainsi diriger, sans discernement, par la pure mécanique du calcul, on s'expose à des fautes qui, banales à leur origine, deviennent fatales dans leurs conséquences, alors qu'elles pourraient être aperçues et corrigées instantanément. Dans les notations de l'énoncé, le principe de l'homogénéité était observé ; or, dès les premières lignes, une malheureuse candidate écrivant, dans un lapsus certain, $\frac{1}{r}$ au lieu de r , n'a pas été arrêtée, à la ligne suivante, par l'expression $rr' \sin \theta - \cos \theta$, et a poursuivi vainement sa recherche. D'autres substituent, ainsi qu'il

convenait, dans l'équation (E) : $f(r, r', \theta) = a$, la valeur de r obtenue dans l'intégration de (E') qui provient de (E) par différentiation ; mais, ayant commis un légère maladresse dans cette intégration, elles trouvent pour $f(r, r', \theta)$ une expression qui n'est pas constante ; ceci devrait les avertir de l'erreur commise et leur donner une indication pour la rectifier rapidement ; or, elles acceptent néanmoins le résultat et aggravent encore leur cas en continuant à opérer avec une expression C, qui dépend de θ , alors que son caractère essentiel est d'être une constante.

Parfois ces fautes de réflexion, de jugement, prennent une telle gravité que l'on s'étonne de les rencontrer chez des concurrentes déjà sélectionnées. Il semblait que celles-ci n'avaient, au moins au début, qu'à se laisser diriger par le texte ; former l'équation différentielle (E'), celle de toutes les courbes répondant à diverses valeurs d'une constante, est une opération naturelle et fréquente ; la dérivation est indiquée ; et cependant, plusieurs compositions n'ont même pas tenté d'effectuer cette dérivation. D'autres ont voulu appliquer à (E) la méthode suivie avec une équation différentielle linéaire ; elles ont parlé de second membre, alors que l'équation (E), ni dans sa forme, ni dans les résultats auxquels elle conduisait ainsi, ne présentait aucun des caractères essentiels, simples, visibles, des équations linéaires.

L'épreuve a été traitée par 65 candidates, sur 72 inscrites. 7 d'entre elles ont obtenu une note supérieure à la moyenne de 10, et 8, une note comprise entre 10 et 7,5. Ce premier ensemble, que l'on aurait désiré voir numériquement plus fort, peut être considéré comme satisfaisant, en tenant compte de ce que les faiblesses de ces premières compositions tiennent plutôt à des solutions incomplètement développées qu'à des erreurs de jugement. Les notes s'échelonnent ensuite régulièrement, à la même allure, jusqu'à 2,5. Mais, au bas de l'échelle s'accumulent un trop grand nombre, 20 exactement, de compositions cotées de 1 à 0. Trop de jeunes filles affrontent le concours avec une préparation ou une maturité insuffisantes, et ne peuvent certainement pas être aptes déjà à remplir convenablement des fonctions d'enseignement.

3° *Composition de Géométrie, Géométrie Analytique et Mécanique* (M. BLUTEL). — Le problème répondait bien au titre de la composition. La solution n'exigeait pas des connaissances fort étendues. Elle demandait surtout de la curiosité, de l'attention, du sang-froid, du jugement et le souci de relier, les unes aux autres, les différentes parties du sujet. Ce souci ne semble avoir atteint qu'une assez faible minorité.

La première partie, extrêmement simple, visait l'équilibre d'un point matériel M, de poids p donné, sur un plan P dépoli, incliné d'un angle α sur l'horizon, le point étant soumis, en outre, à une force $\overrightarrow{MF}$ située dans le plan. Il s'agissait de délimiter, pour chaque point M, la région où doit se trouver le point F pour que M soit en équilibre, le coefficient de frottement étant f .

Un raisonnement géométrique, très simple, montre que la région d'équi-

libre, associée à un point M, est un cercle γ_μ de rayon $fp \cos \alpha$, dont le centre est à une distance $p \sin \alpha$ du point M, sur la ligne de pente ascendante de ce point.

La faculté laissée aux candidates d'utiliser des axes dont les directions seules étaient données, a été regardée par toutes comme une nécessité ; elles ont eu confiance dans l'aide qu'on leur offrait et se sont probablement défilées de la vision géométrique.

Un assez grand nombre n'ont pas remarqué que la position du point M, sur le plan P, était sans intérêt ; elles ont compliqué les calculs en prenant une origine indépendante de ce point.

Il tombait sous le sens qu'il y a toujours une région d'équilibre et qu'un calcul menant à une affirmation contraire ne peut être qu'un calcul faux. Quelques candidates ont manqué, à ce propos, une belle occasion d'exercer leur jugement.

Le rappel, dans le texte, de la notion de frottement, n'a pas empêché la confusion trop fréquente encore entre le frottement au repos et le frottement à l'état de mouvement. Les quatre candidates qui l'ont commise — ce ne sont pas les moins instruites — seraient bien surprises par les conséquences qu'on en peut tirer et qui sont en contradiction absolue avec l'expérience de tous les jours.

Une question complémentaire, touchant la direction des droites MF, le point F se trouvant dans la région d'équilibre, qui correspond au point M, n'a pas été comprise par quelques-unes. D'autres lui ont attribué un sens trop étroit et se sont bornées à signaler le cas où cette direction est complètement arbitraire. L'importance de cette question, pour la suite du problème, a d'ailleurs été méconnue.

Quelques candidates ont cru, à tort, qu'il fallait parler du mouvement, quand l'équilibre n'est pas réalisé : rien, dans le texte, ne les y invitait.

Mais, dans l'ensemble, les résultats fournis par l'étude de cette première partie, sont satisfaisants. Les notes vont de 1 à 18, avec une moyenne supérieure à 11 ; 39 valent au moins 10 et douze seulement sont inférieures à 7.

Il n'en a pas été de même pour la seconde partie qui a joué un rôle important dans le classement. La force $\overrightarrow{MF}$, indéterminée au début, est devenue une force élastique, émanant d'un point fixe O, mesurée par $k^2(OM - l)$, nulle d'ailleurs quand OM ne dépasse pas l . Il fallait déterminer la région à laquelle appartient M, quand ce point est en équilibre et, par suite, la courbe Γ qui limite cette région.

Le cas où OM est inférieur ou égal à l s'imposait tout d'abord. L'appel à la première partie est alors inutile : le point matériel étant soumis à son seul poids est en équilibre à l'intérieur du cercle (L), de centre O et de rayon l , ou sur ce cercle, à condition que $\tan \alpha$ ne dépasse pas f .

Il faut reprendre la question lorsque OM est supérieur à l . Des résultats de la première partie, on déduit que M est en équilibre dans les mêmes conditions que le point O, en supposant ce dernier soumis à une force $O\Phi$

de même sens que MO , mesurée par $k^2(OM - l)$. Il faut que le point Φ soit à l'intérieur du cercle γ_0 associé au point O , ou sur ce cercle. Si l'on fait correspondre au point Φ un point Φ' tel que $\vec{O\Phi'} = -\frac{1}{k^2} \vec{O\Phi}$, au cercle γ_0 correspond un cercle γ' et le point Φ' doit se trouver à l'intérieur de ce dernier cercle ou dessus. De l'égalité $OM = O\Phi' + l$, il résulte que la séparatrice est une portion de conchoïde du point O par rapport au cercle γ' . Les résultats diffèrent naturellement suivant que O est à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle γ' ou sur ce cercle, ou aussi bien suivant la position de O par rapport à γ : cela dépend des valeurs relatives de f et $\text{tg } \alpha$.

Dans le premier cas ($f > \text{tg } \alpha$), la séparatrice Γ est une portion de conchoïde qui entoure le point O . Toute droite menée par O la rencontre en deux points situés de part et d'autre de O . La plage d'équilibre est la région intérieure à Γ .

Dans le second cas ($f < \text{tg } \alpha$), Γ est une portion de conchoïde, fermée comme la précédente, mais laissant le point O à l'extérieur. La plage d'équilibre est la région intérieure à Γ .

Dans le cas limite ($f = \text{tg } \alpha$), Γ est constituée par une moitié du cercle (L) et par un arc de limaçon. Ces deux arcs se rejoignent aux extrémités d'une corde commune, portée par l'horizontale du point O et sont situés de part et d'autre de cette horizontale. La plage d'équilibre est toujours la région intérieure à Γ .

La solution ainsi comprise n'exigeait aucun calcul. Cette voie n'a pas été suivie. Les considérations géométriques, trouvées dans un petit nombre de copies, sont toujours reliées à un calcul plus ou moins pénible. Quelques candidates ont aperçu la conchoïde en interprétant assez adroitement l'équation de la séparatrice (coordonnées polaires). La plupart n'ont pas soupçonné la nature géométrique, ni, par suite, la forme de Γ , sauf dans le cas limite.

Une seule a donné une définition exacte et complète des trois plages d'équilibre.

Les notes correspondantes s'échelonnent de 0 à 17 ; sept seulement ne sont pas inférieures à 10. La moyenne de cette partie de l'épreuve est 5,3.

Pour tenter l'étude de la troisième partie, avec quelques chances de succès, il fallait d'abord définir nettement la séparatrice Γ du cas limite, sinon la plage d'équilibre correspondante.

Les cordes de Γ , vues du point O sous un angle droit, se groupent en plusieurs catégories. Toute droite menée par O rencontre Γ en deux points situés respectivement, l'un sur l'arc de cercle, l'autre sur l'arc de limaçon constituant Γ . Les extrémités de l'une des cordes visées peuvent donc appartenir toutes deux soit à l'arc de cercle, soit à l'arc de limaçon ; elles peuvent être aussi, l'une sur l'arc de cercle, l'autre sur l'arc de limaçon. Trois familles de cordes apparaissent donc *a priori*.

La géométrie montre de suite que le lieu des milieux des cordes de la première famille est un quadrant de cercle. Un résultat analogue est

obtenu presque aussi facilement avec les cordes de la seconde famille. Une étude précise, géométrique ou algébrique, portant sur la troisième famille, amène une nouvelle décomposition : le lieu des milieux des cordes correspondantes se compose de deux arcs de limaçons distincts, symétriques l'un de l'autre par rapport à la ligne de pente du point O. Les deux quadrants égaux et les deux arcs égaux de limaçons se rejoignent aux quatre sommets d'un rectangle dont les axes de symétrie sont des axes du lieu. L'ensemble a la forme d'une sorte de rosace dont les parties extérieures au rectangle subsistent seules. Le tracé, avec toutes ses particularités, prête à une série de remarques géométriques que personne n'a faites. D'ailleurs une seule candidate a aperçu la forme générale du lieu ; une autre l'a soupçonnée.

Si l'on se borne à ce fragment de la troisième partie — le seul qui ait été retenu pour la cote des copies — on trouve une note 12, un 9, trois 8, un 7, un 6 ; toutes les autres notes varient de 0,5 à 5. La moyenne des 35 notes est 3,6.

Les limaçons qui portent une partie du lieu précédent n'ayant pas été qualifiés, l'étude d'un dernier fragment de la troisième partie n'a pas été abordée et il n'en a pas été tenu compte.

Dans l'ensemble, les notes varient de $\frac{1}{4}$ à 17 ; cinq sont supérieures à 12 et douze s'échelonnent de 8 à 11,5. La moyenne générale des 61 copies est $6\frac{3}{4}$.

En somme, un assez grand nombre de candidates ont fourni, sur ce terrain, un effort sérieux et, si les résultats n'ont pas toujours répondu à cet effort, dans la seconde partie notamment, il a été tenu compte d'une ténacité que la médiocrité des moyens employés n'arrivait pas à entamer.

Quelques conseils, qui ne sont pas nouveaux, s'imposent encore à cette occasion.

D'abord : s'en tenir aux notations de l'énoncé. Des fautes se glissent parfois dans la reproduction des textes et expliquent certaines obscurités. Mais, avant de recourir à cette explication, il faut lire le texte avec soin. Il y a quelque candeur à supposer que l'auteur a voulu mettre l alors qu'il a écrit a et que cela n'entraîne aucune contradiction. Remplacer p par mg conduit à une complication.

Ensuite et surtout : ne jamais agir sans raison. A quoi bon, par exemple, développer une équation de cercle, qui met en évidence les coordonnées du centre et le rayon ? Qu'espère-t-on en développant et ordonnant par rapport à r une équation du second degré en $(r-l)$, alors que l'inconnue naturelle est précisément $r-l$? De tels actes font perdre de vue une vérité que l'examen de la forme détruite sans réflexion eût révélée et qui eût dirigé la recherche ultérieure. La soumission au mécanisme du calcul supprime pour un temps l'exercice de la pensée, au détriment des intérêts de la candidate. Le but de l'épreuve est de montrer la pensée toujours en action ou tout au moins en éveil.

4° *Composition sur un sujet de morale ou d'éducation* (M. LAVELLE). — Le sujet de la composition de morale ou d'éducation était le suivant : « *Y a-t-il des vocations individuelles dans la vie intellectuelle et dans la vie morale ? Quel parti pouvons-nous tirer, dans la poursuite de la vérité ou du bien, des dispositions originales de notre nature ?* »

En général, les candidates ont traité ce sujet avec beaucoup d'intérêt et de goût, quelques-unes même avec une véritable distinction : il paraît avoir éveillé de nombreux échos dans leur expérience personnelle et dans leur sensibilité ; l'analyse montre souvent beaucoup de richesse et de pénétration : certaines d'entre elles font preuve d'une ardeur et même d'une ambition intellectuelles qui les conduit en présence des problèmes les plus élevés de la philosophie.

En ce qui concerne le fond, la plupart des candidates ont bien marqué que les véritables vocations étaient rares et même exceptionnelles, qu'on les rencontre surtout chez l'homme de génie et le saint, mais qu'il serait dangereux de laisser croire que tout homme a de bonne heure une vocation déterminée à laquelle il doit tout sacrifier. Elles ont bien montré que la vocation se révélait parfois tardivement, qu'elle pouvait rester longtemps hésitante, qu'il appartenait à l'éducation, à la réflexion personnelle, aux circonstances de l'orienter et de la cristalliser. En particulier, la volonté ne doit pas abdiquer devant elle : son rôle est de la découvrir, parfois de la provoquer, dans tous les cas de l'exploiter et de la régler.

On reprochera seulement aux candidates d'avoir presque toujours considéré ces « vocations intellectuelles et morales » dans toute leur généralité sans avoir suffisamment insisté sur leurs formes spécifiques et sur les différents aspects qu'elles peuvent prendre. On a relevé, comme l'année dernière, un maniement très maladroit des concepts philosophiques traditionnels, beaucoup d'ignorance en ce qui concerne les grandes doctrines : dans les copies où l'on s'aventure à citer Descartes, Kant ou Bergson, c'est en général pour leur attribuer des idées arbitraires, souvent puériles, parfois tout à fait gratuites et sans rapport avec la véritable pensée de ces philosophes.

Les devoirs les meilleurs sont ceux dans lesquels les candidates ont eu recours exclusivement à l'analyse intérieure et à l'expérience de leur propre vie : quelques-unes d'entre elles ont révélé des qualités de premier ordre en ce qui regarde la sincérité de la pensée, la finesse psychologique, le goût pour une vie sérieuse et dans laquelle chaque individu cherche à utiliser toutes ses ressources et à remplir tout son destin. Elles ont fait passer souvent dans leur travail un reflet de leurs préoccupations essentielles et de leurs lectures habituelles : quelques-unes ont utilisé assez adroitement certains livres comme la *Vie secrète* d'Estaurié ou certaines discussions contemporaines comme celles qu'ont provoquées les idées de M. Benda.

D'autres par contre ont examiné la question d'une manière plus scolaire ou plus banale, s'attachant moins à décrire l'effort par lequel chacun

de nous cherche à se connaître lui-même pour orienter et diriger son activité, que l'effort par lequel l'éducateur doit essayer de discerner les aptitudes de ses élèves par des méthodes objectives comme la méthode des tests. Mais, sur ce dernier point, les connaissances des candidates n'étaient ni assez étendues, ni assez précises : et en examinant ainsi le problème du dehors, elles n'ont pu qu'imaginer quelques solutions moyennes, plus ou moins vraisemblables.

La forme est très inégale. Quelques copies étaient écrites avec beaucoup de clarté et de facilité, un petit nombre même d'une manière assez brillante, mais on trouve trop souvent de l'obscurité et de l'enchevêtrement. Les plus mauvaises montraient de graves négligences de composition, de style et même d'écriture, parfois même des fautes grossières ou étonnantes : « ingénieur » pour ingénieur, « familiale » pour familial, « courrir » pour courir, « suffir » pour suffire, « permettra » pour permettra, « est » employé indifféremment pour les formes ai (j'ai) et ait (qu'il ait), « ne » supprimé dans la négation ne... pas.

Epreuves orales.

Elles comportent deux leçons, l'une d'Arithmétique, Algèbre ou Trigonométrie, l'autre de Géométrie, Géométrie descriptive, Mécanique ou Cosmographie. Quoique la première se rapproche davantage, en général, des éléments, ou peut-être en vertu de cette raison, elle a donné le plus souvent des résultats moins heureux que la seconde ; la moyenne des notes est de 11,4 pour la première série, de 12,3 pour la seconde ; les notes faibles et même mauvaises se rencontrent surtout dans la première, avec un 9, deux 7 et un 5, en regard de deux 10 et deux 8 dans la seconde ; les autres notes se succèdent parallèlement dans les deux séries, partant d'un 18 dans chacune d'elles pour descendre régulièrement à 11, en se maintenant respectivement égales, ou supérieures d'une unité dans la seconde série. L'ensemble, avec douze notes égales ou supérieures à 11 dans chaque série, et six notes égales ou supérieures à 13 dans la première, à 14 dans la seconde, est satisfaisant. Il l'est encore davantage si l'on observe que les bonnes notes ont presque toutes été attribuées (4 sur 6 dans chaque catégorie) à des candidates déjà mûries par la fréquentation des élèves, alors que les notes faibles, toutes celles de Géométrie et la moitié de celles d'Arithmétique en particulier, l'ont été à des candidates encore étudiantes et manquant d'expérience. Le contraste s'est affirmé bien nettement ; il témoigne que ces épreuves, malgré leur caractère nécessairement artificiel, malgré l'absence des élèves, permettent au concours d'atteindre son but aussi bien que possible, et qu'elles distinguent les bons professeurs. Ce succès des unes et cet échec des autres doivent servir d'avertissement aux futures candidates ; la bonne leçon n'est pas celle de la bonne élève qui témoigne d'une intuition rapide, d'une grande facilité d'assimilation, de l'aisance à se mouvoir au milieu des difficultés et des calculs, mais celle d'une maîtresse qui sait au contraire mettre en lumière les difficultés, s'y arrêter pour en présenter les divers aspects, qui procède lentement, avec ordre, logique et sûreté.

Passons en revue les diverses remarques suggérées par ces épreuves.

Comme toujours, ce sont les fautes de logique, le dogmatisme surtout, qu'il y a lieu de combattre avant tout, fautes insidieuses que commettent même les sujets avertis. Alors qu'une candidate fait une leçon très appréciée sur les relations métriques dans les triangles, en se proposant de calculer certains éléments naturels, les hauteurs principalement, attachés à un triangle défini par les longueurs de ses trois côtés, une autre, abordant le même sujet à partir du triangle rectangle, n'observe pas, pour entrer en matière, que le triangle rectangle peut être défini, soit par les deux côtés de l'angle droit, soit par les projections de ces côtés sur l'hypoténuse, et par conséquent que, connaissant l'un de ces couples de longueurs, on peut se proposer de calculer les autres éléments du triangle. D'autres annoncent les résultats au lieu de chercher à les découvrir, et, en particulier, annonçant qu'un cercle et une droite sont inverses par rapport à tels points, ne se préoccupent pas de savoir si ces points sont les seuls pôles d'inversion possibles.

L'étude de la fonction homographique, sa réduction à une forme simple, est faite en écrivant *a priori* l'identité qui transforme le numérateur en une fonction linéaire du dénominateur, le dogmatisme allant même ici jusqu'à traiter un exemple numérique en appliquant cette relation. Quel appel à la mémoire, pénible, inutile, et dépourvu de toute sécurité, pareil procédé exige-t-il des élèves ! La voie simple est de mettre d'abord en évidence une valeur exceptionnelle qui se présente soit comme limite de la fonction, quand la variable devient infinie, soit comme la seule valeur que ne puisse pas prendre la fonction, puis de rapporter par différence la valeur générale de la fonction à cette valeur exceptionnelle.

Une leçon concerne la division des polynômes et, par application, la division par $x-a$; la candidate préfère traiter directement ce cas particulier en usant du procédé mécanique et facile de l'identification ; or l'application de la règle générale est non seulement plus logique, mais elle est aussi plus rapide et plus simple.

Le souci de la correction, de l'élégance dans le langage, est certainement méritoire ; mais il ne doit pas aller jusqu'à supprimer l'observation directe des faits. Il y a sans doute un parallélisme marqué entre les propriétés du p. g. c. d. et celles du p. p. c. m. ; mais c'est une erreur que d'en faire un système d'exposition ; il y a aussi des oppositions ; il en est une, essentielle, dans les deux ensembles des diviseurs et des multiples de deux nombres entiers ; l'un est fini, et c'est pourquoi il existe un p. g. c. d. ainsi qu'un plus petit commun diviseur, l'unité ; l'autre est infini, et c'est pourquoi il n'y a pas de plus grand multiple commun, mais seulement un p. p. c. m.

La Géométrie cultive l'esprit d'observation : c'est souvent manquer à cet esprit que de recourir à des artifices inutiles et encombrants. Dans la décomposition du tronc de pyramide triangulaire, ou du prisme triangulaire, en trois pyramides triangulaires, il est inutile de déplacer le sommet de certaine pyramide parallèlement à la base ; les pyramides que l'on

a à comparer se présentent en effet comme ayant au moins un sommet commun, et des bases dans un même plan ; le rapport de leurs volumes est donc égal au rapport des aires de ces bases ; celles-ci sont formées en décomposant un trapèze par une diagonale ; le rapport est donc enfin égal à celui des côtés parallèles de ce trapèze.

Est-ce pour avoir manqué également à cet esprit d'observation, qu'une leçon classique, sur l'hyperbole, a été faite deux fois, et deux fois dans des conditions malheureuses ? L'intersection de la courbe par une droite, l'existence de la tangente, sont deux questions qu'il vaut mieux traiter séparément, tout en s'inspirant d'une même idée, celle du système des axes radicaux de trois circonférences prises deux à deux ; l'étude de la tangente associe ainsi un cercle directeur et deux autres cercles, l'un fixe, l'autre variable, tangents au premier et passant par le second foyer. La détermination d'une asymptote se fait ensuite par une extension de la méthode : le cercle fixe devient une tangente menée du second foyer au cercle directeur, et l'on est conduit à étudier le déplacement simultané, sur cette tangente, de deux points variables appartenant, l'un au cercle mobile, l'autre à la tangente à ce cercle en son point de contact avec le cercle directeur.

La Mécanique, la Géométrie descriptive, la Cosmographie, disciplines que nos candidates ont généralement moins pratiquées que les autres, Géométrie, Arithmétique, Algèbre, Trigonométrie, ne leur ont cependant pas été défavorables. Il y a ici, de leur part, un effort méritoire. Une seule note faible, un 8, est à relever ; il se rapporte à la Mécanique, avec une leçon où le rôle des dimensions de diverses grandeurs, longueur, temps, vitesse et aussi celui des unités et des sens est presque complètement laissé de côté. Une leçon de Descriptive a été cotée 17. En ces matières, encore plus qu'ailleurs, il ne faut pas taire la signification pratique, expérimentale, des faits : une force de liaison, en Mécanique, a une existence tangible, concrète ; c'est, comme toute autre force, une cause qui agit sur le mouvement d'un corps. Un rabattement, en Descriptive, est une opération qui sert à traiter un problème qui se pose dans un plan ; c'est ce plan, et le choix du plan sur lequel on le rabat, qui déterminent la charnière ; ce n'est pas le choix de cette charnière qui détermine l'un et l'autre de ces deux plans.

Enfin, une leçon doit se limiter. Les aptitudes physiques des élèves, comme aussi celles des maîtres, doivent intervenir lorsqu'il s'agit de décider de cette limite ; il est bon de le rappeler à une heure où le surmenage est à l'ordre du jour. Même à l'Agrégation, une leçon brève peut être une excellente leçon. Certaine leçon aurait été mieux appréciée si, vers la fin du concours, la candidate avait voulu s'inspirer de l'état de ses forces physiques qu'elle n'avait pas su ménager, et si elle avait su s'arrêter alors qu'elle avait strictement, et très correctement, traité son sujet.

Le Président du Jury,
A. TRESSE.