

Unification des définitions de mots et des notations mathématiques (suite)

32. À propos des expressions

« équivalence », « identité », « égalité »,...

Bien que se plaçant à des points de vue légèrement différents (vocabulaire et symboles), les deux communications de MM. RENARD et ROBERT reprennent une question dont l'importance, au point de vue pédagogique, a été constatée, souvent sans doute, par nombre d'entre nous.

Au point de vue logique, il y a manifestement des distinctions à faire, aussi bien dans le vocabulaire que dans le choix des signes, entre les différentes catégories d'égalités ou d'inégalités. Mais les débutants à qui nous devons rendre ces notions familières seraient vite rebutés par une nomenclature trop détaillée. Il faut donc s'en tenir pratiquement à quelques termes et signes simples, bien choisis et bien compris.

Les questions précises posées par MM. RENARD et ROBERT peuvent servir de point de départ à une discussion. Les observations et les suggestions à ce sujet seront les bienvenues (1).

I. — La plupart des formules de trigonométrie sont, au fond, des identités : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, etc.

(1) Les adresser, soit au Bureau, soit au rapporteur : M. DESFORGE, 11 bis, rue Le-Bouvier, Bourg-la-Reine (Seine).

Veut-on les utiliser dans la résolution d'une équation trigonométrique, il n'y a plus de différence entre les équations et les « formules ». Il faut ajouter : « on a, quel que soit x ,... »

Ne pourrait-on habituer les élèves à employer dans les « formules » le signe $\equiv$, et à écrire :

$$\cos^2 x + \sin^2 x \equiv 1.$$

Voici, à l'appui de ma proposition, un exemple de rédaction défectueuse que je relève dans une copie de bon élève. Combien d'élèves s'y perdraient, au moins au début !

« Soit à résoudre l'équation $\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} 3x = 1$.

« On a :

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{1}{\operatorname{tg} 3x} = \operatorname{cotg} 3x = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - 3x \right). \dots$$

L. RENARD,

Professeur au Lycée de Colmar.

II. — Il y a abus des mots « équivalents » et « identiques » dans des sens variables.

1° « Expressions algébriques équivalentes » (égales quelles que soient les valeurs des lettres) : locution assez anciennement employée.

Inconvénient : dans la recherche des limites, le mot « équivalent » est pris dans un sens tout différent et rend des services appréciables. (Deux fonctions sont équivalentes quand leur rapport tend vers 1). Les élèves font à ce sujet des confusions fréquentes.

Proposition : Supprimer la première acceptation, conserver la seconde.

2° « Expressions algébriques identiques » (égales quelles que soient les valeurs des lettres) ; locution d'emploi également très fréquent.

Ce terme est à tout le moins inutile : pourquoi ne pas dire simplement que les expressions sont égales ? De même : fonctions égales.

Proposition :

a) supprimer l'emploi du mot « identique » dans ce sens. Tout au plus conserver le mot « identité » consacré par l'usage (formule contenant une infinité d'égalités).

b) réserver l'appellation de « polynômes identiques » à des polynômes qui, après réduction, apparaissent comme formés des mêmes monômes, à l'ordre près.

Si l'on veut « monômes identiques » pour des monômes ayant mêmes exposants pour chaque lettre et même coefficient.

Deux polynômes, égaux quels que soient $x, y, \dots$, seraient dits « égaux ».

3° Enfin, beaucoup d'élèves appellent « identité » une égalité telle que $2 = 2$, $4 + 5 = 9$, $(2^m)^p = (2^p)^m, \dots$ par opposition à une égalité conditionnelle ou équation : $ax^2 + bx + c = 0$. C'est abusif ; avec tout cela, le mot « égalité » disparaît de l'emploi courant. Pourquoi pas aussi « inidentité », « inéquivalence » !

Le mot « inéquation », peu employé, est au contraire recommandable. On peut dire aussi « inégalité conditionnelle » (ou éventuelle).

P. ROBERT,

Professeur au Lycée Saint-Louis.
