

DEUXIÈME PARTIE

Sur la division des nombres entiers

Voici une justification de la règle usuelle de la division des nombres entiers en numération décimale pour le cas où le quotient a plus d'un chiffre.

Peut-être n'est-elle pas inédite, mais elle peut néanmoins intéresser certains collègues.

1^{er} CAS : *Division par 10^n* . — (Comme d'usage).

2^e CAS : *Le quotient n'a qu'un chiffre*. — (Comme d'usage).

3^e CAS : *Cas général*. — Soit A le dividende, B le diviseur, Q le quotient, R le reste.

Soit n un entier tel que

$$B \cdot 10^{n-1} < A < B \cdot 10^n \quad (z)$$

On peut écrire, d'après les règles de la numération décimale,

$$A = a_1 \cdot 10^{n-1} + a_2 \cdot 10^{n-2} + a_3 \cdot 10^{n-3} + \dots + a_n. \quad (\beta)$$

les nombres $a_2, a_3, \dots, a_n$, n'ayant qu'un seul chiffre.

Divisons a_1 par B ; soient q_1 et r_1 le quotient et le reste.

$$a_1 = Bq_1 + r_1, \quad r_1 \leq B - 1. \quad (1)$$

D'après (z) et (β)

$$a_1 \cdot 10^{n-1} < A < B \cdot 10^n$$

d'où

$$a_1 < B \cdot 10.$$

Donc, d'une part, le quotient q_1 n'a qu'un seul chiffre et, d'autre part, a_1 est le plus petit nombre supérieur à B formé des chiffres successifs de A, à partir de la gauche.

Divisons par B le nombre $10r_1 + a_2$, obtenu en écrivant le chiffre a_2 à droite de r_1 .

$$10 \cdot r_1 + a_2 = Bq_2 + r_2, \quad r_2 \leq B - 1. \quad (2)$$

L'inégalité

$$r_1 \leq B - 1$$

implique

$$10 \cdot r_1 \leq 10 \cdot B - 10$$

d'où

$$10 \cdot r_1 + a_2 < 10 \cdot r_1 + 10 \leq 10 \cdot B.$$

Donc q_2 n'a qu'un chiffre.

Effectuons successivement les divisions définies par les systèmes suivants :

$$10 \cdot r_2 + a_3 = Bq_3 + r_3, \quad r_3 \leq B - 1 \quad (3)$$

$$10 \cdot r_{n-1} + a_n = Bq_n + R, \quad R \leq B - 1. \quad (n)$$

Les quotients $q_3, q_4, \dots, q_n$, n'ont qu'un chiffre.

Multiplions les deux membres des égalités (1), (2), ... (n), respectivement par 10^{n-1} , 10^{n-2} , ..., 10, 1, et ajoutons membre à membre ; il vient

$A = B(q_1 \cdot 10^{n-1} + q_2 \cdot 10^{n-2} + \dots q_n) + R \quad R \leq B - 1$
ce qui montre que $q_1, q_2, \dots, q_n$, sont les chiffres successifs du quotient Q , à partir de la gauche.

D'où la règle :

1° On sépare à gauche du dividende juste assez de chiffres pour avoir un nombre supérieur au diviseur (1^{er} dividende partiel). On le divise par le diviseur ; on obtient le 1^{er} chiffre à gauche du quotient et un 1^{er} reste partiel.

2° On écrit à la droite de ce reste le chiffre suivant du dividende. On divise le nombre ainsi formé (2^e dividende partiel) par le diviseur ; on obtient le chiffre suivant du quotient et un 2^e reste partiel.

3° On procède de même jusqu'à épuisement des chiffres du dividende. Le dernier reste partiel est le reste de la division.

L. COUFFIGNAL,
Professeur au Lycée de Pontivy.
