

DEUXIÈME PARTIE

Géométrie et Culture générale

Compte rendu par le Bureau et extraits d'une Conférence faite à la Société Mathématique de France, le 25 avril 1928, par M. BLUTEL, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire (1).

M. BLUTEL rappelle d'abord l'opinion « du monde » sur les mathématiques et sur la géométrie en particulier :

L'idée qu'il faut avoir des dispositions particulières pour étudier la géométrie avec fruit a été presque générale ; elle est encore très répandue. En constatant que son fils n'a pas la « bosse », le père de famille ne croit pas diminuer sérieusement son enfant ; il voit, dans cette incapacité, non pas une faiblesse intellectuelle dont l'aveu répugnerait à son amour-propre, mais une difficulté de plus pour le choix d'une carrière.

L'opinion de la maman, pour qui tout est sentiment, s'exprime de façon plus nette encore : « Ma fille me ressemble, elle n'aime pas la géométrie. » Il n'y a rien là qui fasse songer à un regret.

L'utilité de cette connaissance, du point de vue de la culture paraît échapper à beaucoup :

Quel est, au regard de la culture mathématique, l'état d'esprit dominant du monde cultivé ? On l'a souvent qualifiée de « spéciale » et l'épithète de « spécialiste » a été longtemps appliquée à ceux qui, en ayant reçu l'empreinte, essayaient d'en développer l'importance et s'en constituaient les défenseurs. « Il n'y a pas lieu de s'attarder à l'opinion d'un spécialiste » est une phrase que j'ai entendue à diverses reprises et je serais heureux qu'elle fût, chaque fois, exempte de toute idée péjorative. Inversement, un succès facile était toujours assuré au mathématicien qui trouvait suffisante la part faite aux mathématiques.

Une opinion souvent rencontrée, dans les milieux intellectuels, est relative à la tournure particulière que donnerait à l'esprit un commerce prolongé avec les mathématiques. Une tendance à l'abstraction et à l'absolu dans les jugements, une habitude des visées rectilignes et, par cela même, de champ restreint, une préférence pour des formules synthétiques dont l'origine et les conséquences échappent aux non-initiés, pour des règles dont la conception apparaît arbitraire au commun des mortels, une certaine inaptitude à couler sa pensée dans des formes nouvelles, un défaut de souplesse pour tout dire, seraient, aux yeux de beaucoup de personnes, la rançon de la connaissance mathématique.

C'est l'opposition, souvent invoquée, presque toujours mal comprise, de l'esprit de finesse et de l'esprit de géométrie.

(1) Cette Conférence a été publiée *in extenso* dans le numéro de juin 1928 de *l'Enseignement public* (15, rue Soufflot, Paris, 5^e).

Voir aussi l'article de M. BLUTEL : *Sur le premier enseignement de la géométrie* publié dans les *Bulletins* nos 18 bis et 19.

L'idée qu'une bonne mémoire est indispensable pour acquérir quelque connaissance des mathématiques est aussi fort répandue. M. BLUTEL évoque à ce sujet un amusant souvenir :

C'était l'avis d'Anatole France qui, apprenant ma qualité, le jour où je lui fus présenté, dans une librairie de Tours, me dit : « Ah ! vous inspectez les professeurs de mathématiques ? J'ai eu autrefois des camarades qui réussissaient bien en cette matière : ils avaient tous beaucoup de mémoire. » Ma campagne visant un renouvellement des méthodes était alors amorcée et je lui répondis en riant : « Nous avons changé tout cela. » Mon affirmation lui parut sans doute un peu excessive, mais elle lui montra que j'avais senti la pointe.

Mais, si les critiques que l'on adresse ainsi aux mathématiques, et surtout à la géométrie, paraissent, dans une certaine mesure, fondées, ne faut-il pas en rendre responsables les méthodes d'enseignement employées presque universellement autrefois ? Car il est hors de doute que le raisonnement géométrique, s'appliquant aux problèmes les plus simples, développe les qualités d'observation, la finesse, l'intuition.

Les auteurs de la récente réforme de l'enseignement secondaire, imposant la même formation scientifique à tous les élèves jusqu'à la fin de la classe de Première sont convaincus que la majorité peut tirer un réel profit de l'étude des mathématiques, poussée jusqu'à un certain niveau tout au moins.

Et M. BLUTEL ajoute :

La mesure prise est grosse de conséquences pour l'avenir de l'enseignement des mathématiques. La réussite prouverait qu'une certaine dose de culture mathématique peut s'intégrer à la culture générale ; l'échec laisserait subsister un doute que je regretterais pour ma part. A dire vrai, je crois à l'échec, si l'on conserve certains procédés d'enseignement dont l'insuffisance, dans le passé, n'est pas niable, puisqu'ils ont contribué à accréditer une classification que l'on conteste aujourd'hui. (*La classification des esprits en littéraires et scientifiques*).

M. BLUTEL étudie ensuite quelques-uns des procédés d'exposition couramment employés autrefois et peut-être encore aujourd'hui. Il indique à ce sujet ses étonnements et ses perplexités d'élève : dans la suite des théorèmes qu'on lui enseignait, rien ne justifiait l'enchaînement et le choix des propositions ; pourquoi énoncer *a priori* telle propriété plutôt que telle autre ? Dans les démonstrations, pourquoi tracer cette ligne, considérer tel triangle ? Trop souvent, la conclusion, énoncée *a priori*, conditionne la démonstration et lui imprime un caractère artificiel.

Mais c'est mon entrée dans l'inspection qui devait raviver et développer mes impressions premières. La présence des élèves écoutant les explications du maître est un élément que rien ne peut remplacer pour celui qui veut se rendre compte de la portée et de la pénétration d'une leçon. Lorsque je professais, je m'appliquais à scruter les visages, à y reconnaître l'intérêt, même à y lire les progrès de l'intelligence des faits au fur et à mesure de

l'exposition. La liberté d'esprit que me donna ma situation de spectateur me permit de juger plus sûrement encore ; j'achevais de m'éclairer, en cas de besoin, par une brève question, d'apparence inoffensive, le plus souvent, pour n'effaroucher personne.

Puis M. BLUTEL continue :

Je crois nécessaire de vous dire ce qui m'a le plus frappé dans l'enseignement de la géométrie élémentaire. Je ne voudrais pas généraliser, mais les constatations faites ont été assez nombreuses pour n'être pas négligeables. Je ne pourrais les énumérer toutes. J'en rappellerai quelques-unes, en suivant l'ordre habituel des programmes, au risque de vous donner une impression de décousu : nous essaierons ensuite d'en dégager quelques caractères.

Tout à fait au début, la mesure des angles, au moyen du rapporteur semi-circulaire, sans avoir pris la précaution de définir l'égalité et l'addition de ces grandeurs nouvelles, ni la correspondance avec les arcs qu'on leur associe sur le limbe, prend l'aspect d'une anticipation dangereuse, préparant une pétition de principes ; il est difficile d'éviter le cercle vicieux quand on démontre, dans le second livre, la proportionnalité des angles au centre et des arcs interceptés. Avez-vous remarqué, à cette occasion, que la définition usuelle des angles adjacents contient un pléonasme ?

L'existence de la perpendiculaire menée d'un point à une droite, fait souvent appel à des constructions effectuées *a priori* ; pour racheter l'arbitraire de la marche suivie, on est obligé de démontrer que la perpendiculaire construite est la seule. Il y a là un exemple qui se reproduit fréquemment.

Le triangle isocèle, inoffensif d'apparence, se présente en réalité comme une source de difficultés. Le découpage, le retournement et le transport sur le triangle primitif, en vue de constater l'égalité des angles opposés aux côtés égaux, n'échappe à l'accusation d'arbitraire que si l'on utilise la connaissance du but ; la marche suivie est celle d'une démonstration, non d'une découverte : la conséquence ne se fait guère attendre.

Je vous surprendrai sans doute en vous disant la peine que j'éprouve à faire réaliser un triangle isocèle, dans certaines classes de Quatrième ; les maîtres en sont scandalisés et se croient obligés de mettre un baume sur l'amour-propre de leurs élèves en disant que ceux-ci cherchent toujours la difficulté.

La confusion de la définition et des propriétés d'une figure est chose presque normale chez les débutants ; c'est, sous une forme à peine différente, celle des hypothèses et des conclusions. Aussi n'est-il pas rare d'entendre les élèves définir un triangle isocèle par l'égalité des deux angles. Chaque fois que j'ai constaté le fait, j'ai demandé de construire un triangle qui ait deux angles égaux, sans utiliser la connaissance du triangle isocèle ; les élèves n'ont jamais pu répondre que par une affirmation à l'objection relative à l'intersection des demi-droites qu'ils sont amenés à tracer. On peut se demander, à ce propos, si le numérotage imposé aux cas d'égalité des triangles est bien conforme à la simplicité et à la logique.

On démontre souvent le troisième cas d'égalité des triangles en plaçant les deux figures de part et d'autre d'un côté commun ; en les mettant ainsi dos à dos, on s'éloigne singulièrement de l'idée de superposition. On ajoute parfois, pour justifier ce qui paraît tout d'abord un détour, que c'est pour ramener à un cas connu en démontrant l'égalité d'un angle ; il n'y aurait pas de mal à cela, si l'on n'ajoutait que cette démonstration préalable est nécessaire. C'est si peu obligatoire qu'il existe d'autres démonstrations.

Combien de fois ai-je vu démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits, sans que le postulat d'Euclide intervint ? Beaucoup d'élèves sont convaincus qu'il s'agit d'une vérité absolue et certains de leurs maîtres en cherchaient récemment encore une démonstration. Il va de soi que l'arbitraire a joué son rôle dans cette présentation du théorème. Le postulat d'Euclide n'est d'ailleurs perçu qu'assez difficilement par les débutants. Il paraît pourtant nécessaire d'insister quand il s'agit de conséquences aussi importantes. Le fait que d'autres postulats ne sont pas mentionnés ou qu'ils le sont rapidement ne me semble pas constituer une excuse valable dans le cas qui nous occupe.

L'égalité de deux angles au centre entraîne celle des deux arcs interceptés par ces angles, sur la même circonférence ou sur deux circonférences égales : cette proposition comporte une réciproque dont l'énoncé, s'il est construit à l'aide de la règle connue, contient un pléonasme : exemple de la vanité de certaines formules.

L'emploi de la mesure, pour la comparaison des grandeurs géométriques, est souvent une source de complications, dans les idées ou dans le langage. Je rappelle pour mémoire la phrase si souvent prononcée : « Tel angle a pour mesure tel arc ». C'est encore moins défectueux que d'écrire : « Un angle est égal à la moitié d'un arc ».

En général, on ne dégage pas assez les notions d'égalité et d'addition simultanées, qui sont à la base des grandeurs proportionnelles ; faute de prendre ce soin, on est conduit à des distinctions inutiles pour établir la proportionnalité visée.

La démonstration du théorème de Pythagore comporte plusieurs temps. Elle est de celles où l'exercice de l'arbitraire s'appuie sur la connaissance d'un but lointain. La décomposition du triangle rectangle T en deux autres T_1 et T_2 , par la hauteur issue du sommet de l'angle droit, est une opération naturelle puisqu'elle donne deux nouveaux triangles semblables au premier. Pourquoi se borne-t-on généralement à écrire l'égalité de deux rapports, quand on traduit la similitude de T_1 et T ? Cette égalité est intéressante, et surtout elle mène au but, mais l'une de celles que l'on néglige ne l'est pas moins et les élèves sont toujours surpris quand on la leur montre.

Pour établir la propriété de la puissance d'un point O par rapport à un cercle que deux sécantes issues du point rencontrent respectivement en A, B et C, D , on commence par écrire la relation que l'on veut établir, savoir $OA \times OB = OC \times OD$; puis on la met sous la forme $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$, ce qui suggère l'emploi des deux triangles semblables OAD, OCB : l'hypothèse n'intervient qu'au moment de conclure !

L'énoncé habituel : « Le carré d'un côté d'un triangle, opposé à un angle aigu, est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, diminuée du double produit de l'un de ces derniers par la projection de l'autre sur lui » est quelque peu surprenant. Le problème qu'il a l'air de résoudre n'est pas un problème courant. En fait, cette formule sert au calcul de la projection d'un côté sur un autre, quand les trois côtés du triangle sont donnés, c'est-à-dire, en dernier ressort, au calcul des côtés des triangles rectangles constituant le triangle donné et, par suite, des hauteurs du triangle ; la forme adoptée masque l'idée. Les applications de ce théorème seraient immédiates si on l'énonçait sous sa forme naturelle et, en particulier, le théorème de Stewart deviendrait intuitif. En outre, on s'appuie généralement sur la formule que l'on veut établir, pour abrégé soi-disant le chemin, de sorte que

la voie suivie emprunte simultanément le passage des hypothèses aux conclusions et le passage inverse. Cela donne l'impression d'une logique capricante.

Et M. BLUTEL, ne voulant pousser plus loin « cet inventaire » résume ses observations et conclut par les lignes suivantes :

1° L'enseignement de la géométrie élémentaire, tel qu'il est encore présenté fréquemment, donne une impression d'arbitraire et de décousu :

a) Soit par l'ordre suivi à l'intérieur même des démonstrations ;

b) Soit par l'introduction *à priori* d'éléments qui ne paraissent avoir tout d'abord aucun rapport avec la question. Celui qui les emploie qualifie lui-même son acte d'artifice — quand ce n'est pas d'astuce ; cela devrait suffire à déconsidérer le procédé.

Il est possible et même facile de s'en passer dans l'étude des programmes actuels de géométrie, jusqu'à la fin de la Première tout au moins.

2° L'effort demandé à la mémoire s'en trouve considérablement augmenté, sans bénéfice appréciable.

3° L'abus des démonstrations qui s'appuient sur la connaissance du but laisse croire que la méthode géométrique est impuissante à conduire du connu à l'inconnu. L'exemple du passé montre combien sont rares les élèves capables de mener à bonne fin une recherche géométrique de quelque ampleur.

En fait, certains auteurs recommandent de prévoir la nature d'un lieu géométrique et même ses caractéristiques avant d'en effectuer une recherche logique ; les conseils qu'ils donnent au sujet de cette prévision, n'ont parfois rien à voir avec le raisonnement mathématique : on ne saurait mieux accrédi ter l'insuffisance de ce dernier.

Les conséquences s'imposent : il convient de remplacer les démonstrations habituelles par d'autres où le passage des hypothèses aux conclusions suivra la voie naturelle, ou mieux, où l'on découvrira les conclusions à partir des hypothèses seules énoncées tout d'abord. C'est d'ailleurs le seul moyen d'éviter — ne serait-ce que pendant quelques instants — la confusion des unes et des autres. En outre, on s'exercerait ainsi à tirer des données d'un problème toutes les conséquences qu'elles comportent, à en faire un choix sans idée préconçue ; rien n'est plus éducatif.

A ceux qui regretteraient l'aide apportée aux élèves médiocres par la vision du but, on peut opposer l'expérience suivante : dans une classe de Troisième, d'une trentaine d'élèves, de force moyenne, où le maître venait d'énoncer le théorème qu'il devait démontrer, quelques élèves seulement ont été capables de répéter correctement la moitié du texte ; on sentait d'ailleurs que leur oreille avait été touchée plus que leur entendement. Aucun n'est allé jusqu'au bout. Ceux-là n'avaient guère à craindre la confusion des hypothèses et des conclusions ! Ils n'étaient pas tentés non plus de négliger les intermédiaires pour arriver plus vite au but !

On peut se demander pourquoi une pratique si contraire à la bonne distribution de l'enseignement a survécu si longtemps. Certains maîtres croient qu'elle permet de gagner du temps. Je n'en suis pas convaincu. Si l'on se borne à démontrer les mêmes propositions, dans un ordre vraiment logique, il semble au contraire que cela permettrait d'aller plus vite. Si l'on pratique la redécouverte, il y a lieu de distinguer, suivant que le professeur tire tout de son propre fond ou qu'il fait appel à la collaboration de sa classe — ce qui est infiniment désirable. Dans les deux cas, c'est l'expérience du maître qui

permettra de réduire le temps employé, sans nuire à la qualité de l'enseignement.

Je vois à cette persistance deux raisons. Vous me permettrez de les dire en toute franchise. La première est tirée de l'accoutumance que j'ai déjà signalée, à laquelle bien peu d'hommes échappent, quel que soit le milieu où ils vivent. Les professeurs habitués à des difficultés qu'ils ont toujours rencontrées finissent par les croire inhérentes à la qualité des élèves et à la nature des matières enseignées. De là à penser qu'on ne peut les éviter, il n'y a pas loin.

La seconde raison est peut-être plus importante encore; elle tient au régime de nos examens. Quoi qu'on fasse, les examens pèseront sur la façon d'enseigner. Aussi, je m'adresse à ceux qui en ont la charge. Par la façon dont ils poseront les questions, que ce soit à l'écrit ou à l'oral, ils favoriseront ou retarderont une transformation bienfaisante.

Les avantages de la méthode préconisée sont patents, qu'on se place au point de vue scientifique ou à celui de la culture. Je puis ajouter que cette méthode est la seule, de toutes celles que j'ai vu pratiquer, qui soit susceptible d'intéresser la grosse majorité des élèves; or c'est là notre but. Des constatations récentes, dans des classes de Quatrième dirigées généralement par de jeunes professeurs, dont la bonne volonté rachète l'inexpérience, ont donné, à cet égard les meilleures espérances. Dans plusieurs lycées de jeunes filles notamment, avec des maîtresses expérimentées, j'ai assisté à des séances dont la vie aurait bien étonné les mamans de peu de foi : elles n'y auraient pas reconnu leurs filles. Vous seriez vous-mêmes surpris si je vous racontais les joutes auxquelles ont pris part de jeunes logiciennes de treize ou quatorze ans.

Mais il faut savoir se borner. Qu'il me soit permis de crier courage! et de dire merci à tous ceux qui ont appliqué les instructions à ces classes. D'une façon générale, ils y ont pris plaisir et beaucoup de ceux qui avaient échoué, avec les anciens procédés, ont trouvé à leur tâche un regain d'intérêt.

E. BLUTEL.
