

11. Rapport sur le Concours, en 1928
de l'Agrégation de l'Enseignement secondaire des jeunes filles
Section des Sciences Mathématiques (1)

60 candidates ont participé au concours ; cet effectif est légèrement supérieur à celui de l'année précédente, qui en réunissait 56 ; 3 d'entre elles, au lieu de 3, ont abandonné le concours pendant les compositions écrites. A effectifs sensiblement égaux correspondent des épreuves sensiblement égales : même moyenne, exactement de 10, pour les compositions écrites des candidates admissibles ; moyenne légèrement supérieure, de 11,5 au lieu de 11, pour leurs épreuves orales. C'est dans ces résultats que se trouve l'une des raisons qui ont permis au Jury de ne pas faire seulement 6 nouvelles agrégées, ainsi qu'il en avait été décidé avant l'ouverture du Concours, mais d'en admettre 8, comme en 1927.

Sur les 60 candidates qui ont pris part aux épreuves écrites, le Jury en a retenu 15 pour l'admissibilité, 15^e dont les 5 dernières se classaient presque à égalité, à deux dixièmes de point près dans leur moyenne (8,3 à 8,1), l'écart étant plus sensible, de 0,3, entre la dernière admissible et celle qui la suivait immédiatement.

Les épreuves orales ont peu modifié les résultats donnés par l'écrit : des 8 premières admissibles, deux seulement, classées 7^e et 8^e à l'écrit,

(1) Le Jury était composé de MM. TRESSE, inspecteur général, président, BLUTEL, inspecteur général, Mlle BARRIER, professeur au Lycée Jules-Ferry, et de M. LAVELLE, professeur au Lycée Henri-IV, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

ont échoué, échangeant à peu près leurs places avec leurs concurrentes admissibles 9^e et 11^e, pour se classer elles-mêmes aux 10^e et 11^e rangs de la liste définitive.

A part une exception, qui a d'ailleurs été légitimement récompensée par le 1^{er} rang du classement général, il paraît que les candidates font surtout porter leurs efforts, dans la préparation du concours, sur les compositions écrites ; que, dans les épreuves orales, elles n'ont pas le même souci de la perfection et se contentent facilement d'une banale et facile moyenne. Ne se trompent-elles pas sur leur propre intérêt ? Sans parler du souci de la préparation à leur rôle de demain, ce concours leur donne des exemples où une bonne leçon conduit plus facilement au succès qu'une excellente composition. C'est celui, qu'il faut souligner, de cette candidate qui, 4^e admissible, est devenue première agrégée grâce à deux excellentes leçons qui avaient été bien préparées. C'est celui de trois concurrentes déjà instruites par l'expérience de l'enseignement, qui gagnent à l'oral, 2, 3, ou 5 rangs. C'est celui de deux autres, faisant partie du groupe des 5 dernières admissibles, dont l'une arrive au but avec deux bonnes leçons, et dont l'autre ne le manque que d'un rang avec une seule bonne leçon. C'est, inversement, l'exemple de deux candidates, très bien classées à l'écrit et qui, sans échouer, perdent jusqu'à 4 rangs avec des leçons qui manquent de logique ou ne sont pas supérieures aux réponses d'une bonne élève récitant consciencieusement une page apprise.

Ce fait paraît lié à l'origine des candidates, qui abordent l'Agrégation en venant, les unes de la Licence, les autres du Certificat d'aptitude. Les premières sont en majorité parmi les concurrentes, 34 sur 60 ; mais elles deviennent minorité, 6 sur 15, parmi les admissibles, et minorité mieux marquée encore, 3 sur 8, parmi les nouvelles agrégées ; sur les 5 premières de celle-ci, il n'y a qu'une licenciée.

Tout cela établit que l'Agrégation reste, comme elle le doit, un Concours ayant à la fois un caractère scientifique et professionnel, et que les candidates se trompent, qui soignent la première qualité, pour négliger la seconde.

Epreuves écrites (1).

1^o Composition d'Arithmétique, Algèbre et Géométrie (Mlle BARBIER).

— La composition portait sur un problème de Géométrie plane, qui faisait intervenir, entre autres, les propriétés élémentaires des coniques, nouvellement inscrites au programme.

Le texte déguisait un certain nombre de questions, faciles à dégager, et presque toutes suffisamment classiques pour ne surprendre aucune candidate. En fait, la première partie et les trois quarts de la seconde n'ont vraiment embarrassé qu'une dizaine d'entre elles. Mais l'étude complète du sujet obligeait à quelque soin.

(1) Voir les énoncés pages 11, 12, et 13 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours en 1928*.

Cette nécessité a échappé à beaucoup d'aspirantes, assez imprudentes pour attaquer le problème proprement dit avant tout examen de la disposition des cercles des couples (C), formant l'ensemble proposé à leur attention.

Alors qu'il y avait lieu de considérer *tous* les couples de cercles dont les centres O et O' et le centre d'homothétie directe S sont trois points donnés, on se borne, dans un grand nombre de copies, à envisager seulement le cas de deux cercles extérieurs, sans soupçonner l'arbitraire du choix, et, en la circonstance, son danger.

Il en résulte que bien des raisonnements présentés et des conclusions énoncées n'ont pas de valeur générale. En particulier, les lieux des sommets des quadrilatères (q) et (Q), associés à un couple fixe (C), coupé par une droite (D) variable, ne sont pas, comme on l'a trop souvent cru, ni des droites nécessairement illimitées, ni uniquement des hyperboles.

Il est regrettable qu'il se soit trouvé des candidates pour persévérer dans cette dernière erreur, qui conduisait, dès le début de la troisième partie, à l'hérésie — elle a été formulée ! — de deux hyperboles homofocales passant par un même point. D'autres ont été amenées par là à rectifier leurs conclusions antérieures, mais leurs compositions se ressentent du défaut initial d'observation et de méthode. En définitive, fort peu de copies, exactement six, présentent une étude satisfaisante de la famille des courbes (Γ).

La fin de la deuxième partie, dont l'objet était la nature des courbes (Γ'), a arrêté quarante-trois candidates. Celles qui ont résolu — ou cru résoudre — la question, ont fait intervenir des calculs maladroits ou des considérations d'homographie, souvent simplistes et erronées, en tout cas, en dehors du programme. Il a été tenu compte des raisonnements corrects, mais une solution géométrique élémentaire eût été plus appréciée.

Il s'agissait de déterminer le lieu des sommets P des triangles isocèles dont les côtés passent respectivement par O et O' et dont la base a pour support la droite donnée D. Si l'on désigne par A et B les points de OP situés sur la parallèle et la perpendiculaire à D menées par le milieu I de OO', les parallèles à O'P, menées par A et B sont symétriques par rapport à IA et IB, et leur symétrie par rapport à I apparaît aussitôt. L'équipollence des vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{BP}$ en résulte, et la propriété connue des cordes d'une hyperbole permet alors de conclure que le point P appartient à l'hyperbole définie par les asymptotes IA, IB et le point O. Le réciproque n'offre aucune difficulté.

La troisième partie du problème, abordée par la grosse majorité des candidates dans de très mauvaises conditions, a été abandonnée par les deux tiers d'entre elles. Pourtant, il était possible de traiter la question dans son ensemble sans rien connaître de la nature et des propriétés des courbes (Γ) et (Γ') définies par le texte.

Il suffisait d'observer — et quelques candidates l'ont fait sans aller assez loin dans cette voie — que les droites (D) correspondant au

choix du point P ne sont autres que les droites isogonales à PO et PO' menées par S et son conjugué S' par rapport à O et O'. Cette remarque permet d'obtenir très simplement les systèmes (D, C), au nombre de quatre en général, auxquels s'associent : d'une part, deux courbes (Γ), (une pour chaque direction D) ; d'autre part, une seule courbe (Γ'). En outre, P' étant un deuxième point de la courbe (Γ) correspondant à un système (D, C), les cercles (γ) de centres P et P' tangents aux cercles de couple (C), admettent les cordes de contact de ceux-ci comme droites isogonales de même espèce (vu la nature des contacts) ; ces cordes se coupent donc sur PP'. Un simple passage à la limite montre que la tangente à (Γ) en P est perpendiculaire sur (D). Les tangentes en P aux deux courbes (Γ) se confondent donc avec les bissectrices des angles (PO, PO'). Quant aux tangentes en O et O' à la courbe (Γ'), considérées aussi comme positions limites de sécantes, elles se montrent isocéliennes de OO' par rapport à (D). Les deux lieux demandés apparaissent donc immédiatement.

Une seule candidate a conduit correctement toute cette étude jusqu'au bout, mais en utilisant les résultats de la deuxième partie et les propriétés connues de l'ellipse et de l'hyperbole. En dehors de sa copie et de quarante-deux zéros de défection, il convient de signaler deux « assez bien » et quatre « passable » ; le reste est médiocre ou franchement mauvais.

L'ensemble se relève un peu avec la quatrième partie, nettement indépendante des deux précédentes, et qui n'entraîne que quatorze abstentions. Trente-six des solutions présentées sont satisfaisantes, abstraction faite de la toute dernière question, que personne n'a abordée sérieusement, faute de temps.

Quelques chiffres préciseront la valeur de l'épreuve.

Les moyennes d'ensemble pour les quatre parties du problème sont :

$$11, \quad 8\frac{1}{2}, \quad 2\frac{1}{2}, \quad 7\frac{3}{4}.$$

Le jeu des coefficients attribués aux diverses questions ramène la moyenne générale à 7,2 ; elle est sensiblement supérieure à celle de l'an dernier.

La possibilité de faire appel à un plus grand nombre de relations géométriques paraît avoir favorisé les candidates. Ce ne sont pas, en effet, les connaissances, ni même les idées, qui manquent à la plupart d'entre elles, mais bien plutôt la vigueur et la netteté de pensée. Alors que certaines solutions ont une tendance fâcheuse à se transformer en un répertoire d'énoncés généraux, par ailleurs, les fautes de logique, flagrantes ou insidieuses, les incohérences, parfois pénibles, se donnent libre cours. Rares, mais combien appréciées, les copies qui échappent à ces critiques.

Deux se détachent nettement de l'ensemble avec les notes $16\frac{1}{4}$

$$\text{et } 14\frac{3}{4}.$$

Puis viennent neuf copies, moins complètes ou plus inégales, mais non sans mérites, cotées de $12\frac{1}{2}$ à 10, et treize, d'une médiocrité honorable, de 10 à 8.

Parmi les vingt-deux suivantes, dont la note dépasse 5, on relève encore celles de quelques bons esprits, victimes de leur lenteur ou d'un souci exagéré du détail.

Mais les quatorze dernières qui, à l'exception de quatre, sont cotées au-dessous de 3, dénotent, pour le moins, une grave insuffisance de préparation.

2° *Composition d'Algèbre, Trigonométrie et Analyse* (M. BLUTEL). — L'étude d'une équation différentielle linéaire du second ordre (E), de la forme $y'' = A(x)y$, où $A(x)$ est une fonction rationnelle, choisie de façon que (E) ait une intégrale particulière I_0 rationnelle, constituait la partie principale du problème d'algèbre et d'analyse. La connaissance de I_0 conduisant à l'intégration de (E). Deux questions préliminaires attiraient d'ailleurs l'attention sur l'existence de I_0 et les moyens de la déterminer.

$z(x)$ désignant une fonction rationnelle quelconque, on demandait de comparer les valeurs de la variable, qui donnent à la fraction $u = \frac{z''}{z}$ une valeur infinie (pôles de la fraction), aux pôles et aux zéros de z . [L'emploi du mot pôle, sans autre indication, paraît avoir déconcerté quelques candidates].

Il apparaît de suite que les pôles de u ne peuvent être que les valeurs de x qui rendent z'' infinie et celles qui annulent z , c'est-à-dire les pôles de z'' et les zéros de z . Or, la décomposition de z en éléments simples montre que les pôles des dérivées successives de z sont les mêmes que ceux de z et qu'un pôle x_0 d'ordre α pour z est un pôle d'ordre $\alpha + 2$ pour z'' , par suite un pôle double pour u , puisque cette

fraction est un infiniment grand d'ordre 2 par rapport à $\frac{1}{x - x_0}$.

La réponse est un peu moins précise pour les zéros de z . Un zéro simple x_1 de z n'est pas un zéro de z' mais peut être un zéro de z'' . On s'en rend compte sur l'exemple : $z = (x - x_1)^3 + a(x - x_1)$. x_1 est donc tout au plus un pôle simple de u . Un zéro double x_2 de z est zéro simple de z' et n'est pas un zéro de z'' ; c'est donc un pôle double de u . Un zéro x_3 d'ordre $\beta + 2$ pour z est un zéro double β pour z'' ; c'est donc un pôle double de u .

En résumé, u ne peut avoir que des pôles simples ou doubles; les premiers ne peuvent être que des zéros simples de z , les seconds pouvant être soit des pôles, soit des zéros multiples de z .

Dans 45 copies où cette question a été abordée, sur 57, on trouve des calculs généralement compliqués; 25 ont pourtant obtenu des notes allant de 10 à 17.

Une idée qui s'est imposée à quelques candidates, dans la suite,

aurait pu trouver place ici. Soit ax^m un équivalent de z pour x infini ; u est équivalent à $m(m-1)x^{-2}$, pourvu que m ne soit égal ni à 0 ni à 1.

La solution de la seconde question résulte rapidement de ce qui précède. Il s'agissait de trouver les conditions que doit remplir le polynôme $a(x)$ du 3^e degré pour que l'équation différentielle $a(x)y''=y$

admette une intégrale rationnelle z . La fonction $u = \frac{1}{a(x)}$ ne devant

avoir qu'un pôle simple x_0 et un double x_1 , ou 3 simples x_2, x_3, x_4 , à cause du degré de $a(x)$, ce polynôme a l'une des formes $b(x-x_0)(x-x_1)^2$ ou $c(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$. La seconde forme doit être écartée : z n'aurait pas de pôle et devrait avoir x_2, x_3, x_4 comme zéros simples. Il serait donc identique à $ka(x)$ et u n'aurait pas la valeur voulue. Bornons-nous donc à la première. x_0 est un zéro simple de z tandis que x_1 en est soit un pôle, soit un zéro multiple. On doit alors prendre $z=(x-x_0)(x-x_1)^p$, ou p désigne un entier négatif ou supérieur à 1. Pour x infini, z est équivalent à x^{1+p} et u le serait à $(p+1)p x^{-2}$, alors qu'il doit être équivalent à bx^{-3} . Ceci exige que p

soit égal à -1 . La substitution de $z = \frac{x-x_0}{x-x_1}$ à y donne en outre la

relation $b = \frac{1}{2(x_1-x_0)}$, qui achève de déterminer $a(x)$ en fonction de x_0 et de x_1 .

44 candidates ont abordé cette partie du problème et 23 ont des notes variant de 10 à 19.

L'intégration de l'équation (E) : $(1-x)^2 xy''=2y$ est une application immédiate de la seconde partie. La fonction $z = \frac{x}{1-x}$ en est une

intégrale particulière et le changement de fonction habituel, $y = uz$, donne l'intégrale générale sous la forme $f(x) + g(x)L|x|$, f et g désignant deux fonctions rationnelles très simples, qui dépendent linéairement de deux constantes arbitraires. Une condition restrictive à laquelle personne ne s'est attardé, bien qu'elle méritât un moment d'attention, limitait l'étude à une famille d'intégrales dépendant d'une seule constante, et au tracé des courbes C_{y_0} définies par l'équation

$y = y_0 \left(x + 1 + \frac{2x}{1-x} L|x| \right)$. L'indétermination apparente de y , pour

$x=0$ et $x=1$, a été pour beaucoup une source de difficultés. Cependant le signe de y' a été étudié assez adroitement par quelques candidates ; certaines ont tiré un excellent parti de l'équation (E) pour prévoir les points d'inflexion et le sens de la concavité de la courbe. Le tracé des branches infinies paraboliques a été defectueux en général.

Cette partie du problème, la plus variée en résultats, est aussi celle qui a le plus contribué à la note finale. 19 essais, sur 45, ont obtenu des notes variant de 10 à 18.

A partir de là, soit que les candidates fussent fatiguées, soit que

l'effort demandé les dépassât, les résultats ont vite décliné. La recherche des tangentes de coefficient angulaire m a produit encore quelques essais intéressants. L'étude de la parabole $P_{y_0 m}$, d'axe parallèle à oy , passant par les points de contact de C_{y_0} avec les tangentes précitées, et dont l'équation dépend rationnellement de y_0 et de m , n'a pas donné grand chose, et personne n'a bien situé, l'une par rapport à l'autre, les deux courbes C_{y_0} et $P_{y_0 m}$. La détermination des coniques est peu familière aux candidates.

La substitution de y à m , dans l'équation $P_{y_0 m}$, donne une équation différentielle du premier ordre, qui dépend linéairement de y_0 . Les courbes intégrales de cette équation vérifient une équation différentielle du second ordre, indépendante de y_0 , qui n'est autre que (E). La candidate qui a vu ce fait en a donné une explication un peu superficielle.

14 ont attaqué cette quatrième partie du problème ; l'une a obtenu 14, une seconde 12 et toutes les autres ont moins de 7.

La cinquième et dernière partie n'avait été proposée que pour départager des candidates qui eussent montré une habileté particulière à traiter les quatre autres. En fait, 7 seulement l'ont abordée, avec des procédés que les libertés accordées par le texte ne suffisent pas à justifier. Celle qui a obtenu la note la plus élevée, soit 8, n'avait rien remis sur les deux premières questions. Elle a affirmé que le

produit $\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots\right) Lx^2$ s'annule quand on y fait $x = \pm 1$,

sans remarquer que le premier facteur est infini pour $x = 1$. Cela ne l'a pas empêchée de trouver exactement l'aire A , limitée par la courbe C_{y_0} et le segment $(-1, +1)$ porté par ox , et la formule

$\frac{A}{y_0} = 2 - 4 \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots\right)$ l'eût conduite au résultat, sans une

erreur grossière dans l'évaluation d'une limite supérieure de l'erreur commise, lors du calcul approché de la somme de la série. Elle a

donné 1,3 comme valeur approchée de $\frac{A}{y_0}$ à 0,1 près tandis que le résultat est compris entre 1,06 et 1,07.

Personne n'a vu la relation simple $4A_1 = 2A_2 + 3y_0$, qui existe entre les deux portions de l'aire A , séparées par oy .

Dans l'ensemble, 8 candidates ont des notes qui varient de 10 à 16,2 et 12 autres ont des notes qui ne sont pas inférieures à 7. La moyenne générale de l'épreuve est 5,1.

La lecture de quelques copies laisse croire que les intéressées n'étaient pas en possession de tous leurs moyens ; on peut espérer qu'elles arriveront au but, dans d'autres conditions.

Mais il paraît nécessaire de signaler à d'autres l'erreur d'orientation qu'elles ont commise en s'engageant dans cette voie. Intégrer un produit de plusieurs fonctions, comme si certains des facteurs étaient

des constantes, dépasse les bornes de la distraction ; traiter une équation différentielle non linéaire tout comme une équation linéaire, sous prétexte qu'elle présente un second membre, prouve que les bases essentielles du calcul intégral manquent complètement. Celles qui se sont laissées aller à commettre de pareilles fautes devront faire soigneusement l'inventaire de leurs connaissances avant de persévérer.

On ne saurait trop conseiller, même aux meilleures, de mettre au point les résultats acquis dans l'étude d'une question avant de passer à une autre. Il ne suffit pas de prendre conscience d'une vérité pour en tirer des applications ; il faut se donner la peine de la formuler de façon précise, après l'avoir envisagée sous tous ses aspects, sans idée préconçue. Le temps consacré à l'observation et à la réflexion est du temps gagné pour l'action.

3° *Composition de Géométrie, Géométrie analytique et Mécanique* (M. TRESSE). — La lecture des compositions de Mécanique des candidates à l'Agrégation de Mathématiques de l'Enseignement secondaire féminin a procuré à leur correcteur des surprises de divers ordres et de diverses qualités. Là où ce dernier s'attendait à trouver, chez le plus grand nombre, des applications régulières et faciles des méthodes analytiques, il n'a fréquemment rencontré que des développements embarrassés, maladroits, insuffisants et parfois même grossièrement inexacts. En retour, sur des points qui lui semblaient plus délicats et réservés aux meilleures, là où l'esprit de finesse, les qualités géométriques devaient entrer en jeu, il a été souvent et agréablement surpris de lire de bonnes pages, de découvrir d'habiles et ingénieuses solutions. Nos candidates semblent se refuser à suivre les chemins rectilignes, mais sans art, qui leur sont indiqués ; en revanche, elles entendent presque toutes l'appel qui n'était fait qu'aux plus cultivées. Conséquence de leur formation générale, ou manifestation de leurs qualités féminines, elles ne savent pas agir sous le costume sobre, mais sévère, des méthodes analytiques, elles sont mieux à leur aise avec les parures, les fines nuances de la Géométrie.

Le thème qui leur était proposé se rapporte à la statique d'un point matériel libre soumis à trois forces : les deux premières, F et F' , sont une attraction et une répulsion exercées respectivement par deux centres fixes A et A' ; la troisième, F'' , est une attraction exercée par un plan P contenant A et A' ; toutes ces forces sont inversement proportionnelles aux distances respectives r, r', x , du point matériel à A, A', P , avec des coefficients de proportionnalité égaux pour les deux premières et doubles de celui de la troisième. Il était d'abord demandé, dans la première partie, de déterminer les positions d'équilibre du point matériel. Ensuite, dans la seconde, les candidates n'ayant pas à connaître les propriétés du potentiel et des surfaces de niveau, elles avaient à démontrer que la résultante des forces F et F'' est normale en son point d'application à la sphère définie par $\frac{r}{r'} = \text{constante}$,

celle des forces F' et F'' normale de même à la sphère $\frac{r'^2}{x} = \text{const}^e$, et enfin que le point matériel reste en équilibre quand il glisse sans frottement sur une surface $\frac{r^2 x}{r'^2} = \text{const}^e$. Les concurrentes étaient

invitées à montrer dans ce sujet, qu'elles connaissent et savent manier les règles concernant les grandeurs vectorielles, leur mesure algébrique, leurs projections; incidemment, il leur était indiqué que les résultats demandés pouvaient aussi s'établir par voie géométrique. Le succès n'a pas, en général, répondu à notre attente sur le premier point; quant à la partie géométrique, loin d'être réservée aux meilleures, elle a été d'un grand secours pour beaucoup.

Dès les premières lignes, on semble ignorer que pour représenter une grandeur dirigée par un nombre algébrique il y a toujours lieu d'établir une convention, celle qui fixe le sens correspondant aux nombres positifs; or cette convention n'a été indiquée chez aucune; beaucoup confondent même une force et sa mesure et déclarent que les

forces qui interviennent sont les nombres $-\frac{2}{r}, \frac{2}{r'}, \frac{1}{x}$, sans préciser du reste si r, r', x désignent des mesures arithmétiques de longueurs ou des mesures algébriques de segments; il semble qu'en vertu d'une loi physique insoupçonnée une force attractive soit toujours négative, une force répulsive toujours positive; est-ce en vertu d'une convention? on ne le sait, et s'il en est ainsi, la convention n'est pas énoncée. Disons, puisque cette notion fondamentale semble ignorée que, pour les forces F et F' par exemple, il y avait à choisir un sens positif (lequel n'est pas nécessairement celui allant de A ou A' vers M), c'est-à-dire un axe, sur la ligne d'action de chacune d'elles, que, cela fait, les vecteurs se représentent respectivement par des nombres algébriques $r = \overline{AM}$, $r' = \overline{A'M}$, et les mesures algébriques des forces F et F' par $-\frac{2}{r}$ et $+\frac{2}{r'}$: il y avait ensuite,

pour évaluer les projections de ces forces, à multiplier ces mesures algébriques par les cosinus directeurs des axes choisis. Plus rapidement au reste, il suffisait de constater que, par exemple, les deux vecteurs de même support $\vec{F}$ et $\vec{AM}$ ont un rapport toujours négatif, égal à $\frac{\vec{F}}{\vec{AM}} = -\frac{2}{\overline{AM}^2} = -\frac{2}{r^2}$, que r soit longueur ou vecteur, arithmétique

ou algébrique, et que les projections de $\vec{F}$ sont donc égales à celles de $\vec{AM}$, multipliées par $-\frac{2}{r^2}$. Ces premiers points ont été présentés sans précision, sans justification des divers signes; puis, ce qui semble l'effet d'un heureux caprice, les projections s'inscrivent ensuite, on ne sait comment, mais toujours exactement.

Ceci fait, les équations d'équilibre étaient d'une résolution facile ; beaucoup ont bien vu que ces positions devaient se chercher dans le plan perpendiculaire à P mené par AA' ; restaient deux équations, puis, par élimination immédiate de l'une des inconnues ne figurant que par son carré, une équation à une seule inconnue dont le premier nombre apparaissait sous forme d'un produit de facteurs du premier ou du second degré, pour peu que l'on évite les développements inutiles de carrés ou de produits de facteurs. Tout ce début pouvait être mené avec simplicité et naturel ; or, nos concurrentes ne s'y trouvaient pas à l'aise et beaucoup n'ont pu mener à bien cette résolution d'équations. D'autres ont eu recours à la Trigonométrie, et à la proportionalité des trois forces aux sinus des angles opposés ; mais, introduisant des inconnues surabondantes, elles n'ont pas su dégager les conditions nécessaires et suffisantes données, les unes par les lois de la Statique, les autres par la Trigonométrie, et se sont perdues au milieu d'un trop grand nombre d'inconnues et d'équations. Des fautes graves sont alors commises : certaines expriment que deux forces se font équilibre en écrivant uniquement qu'elles ont même intensité ; d'autres ont recours aux six conditions universelles de l'équilibre d'un système matériel et oublient qu'elles ont affaire à un seul point matériel.

La seconde partie du problème proposé a été mieux réussie, parce qu'elle se prêtait mieux à des recherches géométriques. Les candidates étaient aidées par l'indication qui leur était donnée de quelques-uns des résultats à obtenir, celle en particulier des sphères auxquelles diverses forces sont normales. Elles savent utiliser et reconnaître les propriétés des droites antiparallèles ; en les combinant habilement, en transformant la proposition à établir, elles arrivent au but. Celles qui ont conservé l'appareil analytique l'ont fait avec lourdeur en se bornant ordinairement à une simple vérification, en formant l'équation d'une sphère ou de la surface Σ , et vérifiant que telle ou telle force lui est orthogonale par la proportionalité des composantes de cette force aux paramètres directeurs de la normale. Certaines, retrouvant leur esprit de finesse, ont su éviter heureusement cette recherche de l'équation d'une sphère, en constatant que la ligne d'action de la force rencontre certaine droite, et que le point d'intersection est bien le centre de la sphère indiquée dans l'énoncé. Mais aucune n'a constaté que l'équilibre sur la surface Σ , est une conséquence des propriétés des deux sphères : une sphère S coupe en effet Σ suivant un cercle

Γ qui répond à $\frac{r}{r'} = \text{const}^{\text{te}}$, $x = \text{const}^{\text{te}}$; la résultante de F et F' est normale à S, donc à Γ ; la troisième force F'' est aussi normale à Γ , étant normale à son plan ; la résultante des trois forces est donc normale à Γ . De même, une sphère S' coupe Σ suivant un cercle Γ' répondant à $\frac{r'^2}{x} = \text{const}^{\text{te}}$, $r = \text{const}^{\text{te}}$; la résultante de F' et F'' est normale à S', donc à Γ' ; la force F est aussi normale à Γ' , émanant

du centre de la sphère $r = \text{const}^e$; la résultante des trois forces est donc normale à Γ' ; étant enfin normale à deux lignes Γ et Γ' tracées sur Σ , elle est normale à Σ .

Une troisième partie du problème traitait de la stabilité de l'équilibre en I d'un point matériel assujéti à glisser sans frottement sur une droite menée par une des positions d'équilibre I déterminée dans la première partie. C'était, comme pour cette première partie, un exercice sur la représentation analytique des grandeurs vectorielles ; il y avait à exprimer que les deux vecteurs $\overline{IM}$ et $\overline{MF}$ forment un angle aigu, ce qui se traduit, entre leur composantes, par la condition $XX' + YY' + ZZ' > 0$ (sans qu'il soit indispensable, à cet effet, d'avoir la notion de produit scalaire) ; après le peu de succès des méthodes analytiques dans la première partie, il n'est pas étonnant que ce paragraphe n'ait été véritablement abordé par aucune.

Enfin, un dernier paragraphe était relatif à l'étude du mouvement d'un point matériel assujéti à glisser sans frottement sur une courbe plane placée dans le plan médiateur de AA' . Dans ce plan, la résultante des deux premières forces F et F' est nulle ; seule, la troisième force F'' intervient donc, et l'application du théorème de la force vive conduit au but. Quelques candidates, trop rares, ont bien compris cette solution, et ont ainsi pris une avance sur leurs concurrentes ; d'autres n'ont su que commettre de lourdes fautes : telle celle qui intègre les équations du mouvement du point matériel libre, sans tenir compte de la liaison.

Toutes ces observations expliquent pourquoi l'épreuve a donné de faibles résultats : sur 60 compositions, nous n'avons eu que neuf notes au moins égales à 10, savoir : un 17, un 15, un $12\frac{1}{2}$, un $11\frac{1}{2}$, deux 11 et trois 10 ; la moyenne générale est légèrement inférieure à 6 ; aucune des candidates admissibles n'a obtenu de note inférieure à 5 ; aucune des admises de note inférieure à 7 ; la moyenne des premières est de 9,7, celles des secondes de 11,7.

La composition de Mécanique semble donc indiquer que les agrégées du concours de 1928 sauront se montrer de bons professeurs dans l'enseignement élémentaire et celui de la Géométrie, mais que, à de rares exceptions, elles ont besoin d'acquérir de l'expérience et de la maturité avant d'utiliser, dans leur enseignement, les ressources des méthodes analytiques.

4° *Composition sur un sujet de morale ou d'éducation* (M. LAVELLE). — La composition de morale et d'éducation qui est commune aux candidates à l'agrégation de mathématiques et à l'agrégation de physique portait sur le sujet suivant : « *Que pensez-vous de ces remarques de Joubert : La morale est la connaissance des règles auxquelles il nous importe de conformer non seulement nos actions, mais encore nos affections... Nos affections, en effet, sont à nos actions ce que les idées sont aux mots. Le point essentiel, en morale comme en logique, est que les premières soient bonnes.* »

Le sujet a paru intéresser les candidates et beaucoup d'entre elles ont révélé de sérieuses qualités d'analyse et même de finesse psychologique. Mais elles ont suivi en général le texte d'une manière un peu scolaire et n'ont pas toujours réussi à le dominer. Chacun des membres de phrases leur a fourni la matière d'un paragraphe comme si elles s'étaient trouvées en présence d'un plan tout fait dont il suffisait de développer les différentes parties. Aussi rencontre-t-on de la pénétration dans les remarques particulières, mais un défaut de liaison et parfois même de cohérence dans l'ensemble de leur pensée. Plusieurs d'entre elles, par exemple, ont cité avec assez d'à-propos le mot célèbre : « Je ne fais pas le bien que j'aime et je fais le mal que je hais. » Mais aucune n'a réussi à discerner dans quelle mesure il était en accord ou en désaccord avec les observations de Joubert.

En général les affections n'ont pas été définies assez exactement. Les unes ont entendu seulement par affection l'amour du bien et les autres les amitiés particulières. Celles qui ont choisi la seconde acception se sont bornées souvent à une analyse très superficielle en montrant avec un peu de simplicité qu'il y avait intérêt pour nous à n'avoir que des amis vertueux parce que nous subissons leur influence même à notre insu. La comparaison entre le rapport des affections et des actions d'une part et le rapport des idées et des mots d'autre part a donné lieu à quelques remarques ingénieuses. Les plus subtiles ont noté que la correspondance n'était pas aussi parfaite qu'il le semblait et que, dans chaque cas, il subsistait encore un écart entre la réalité intérieure et l'expression dont elle a besoin pour se réaliser, mais qui pourtant l'altère. Les plus dociles se sont bornées à évoquer d'une manière un peu sommaire le mot de Boileau : « Ce que l'on conçoit bien.... »

Le problème philosophique le plus important, qui était de savoir s'il est vraiment possible de soumettre l'affection à des règles, et d'une manière générale de savoir comment il faut s'y prendre pour exercer sur elles une action quelconque a embarrassé toutes les candidates. Certaines d'entre elles l'ont aperçu et se sont contentées de le mentionner. Il n'a été sérieusement examiné par aucune.

Dans les meilleures copies on trouve un goût très net de la vie intérieure, un contact direct avec la réalité psychologique et beaucoup de sincérité. Les candidates qui ont songé avant tout à utiliser des réminiscences philosophiques ou qui se sont aventurées dans l'exposé des doctrines ont montré beaucoup de maladresse et commis beaucoup d'erreurs. Par contre certaines d'entre elles ont tiré profit de leurs lectures avec assez d'habileté, en citant non seulement les classiques Pascal, La Rochefoucauld et La Bruyère, mais encore des modernes comme Sully-Prudhomme, Anatole France, R. Bazin, Bordeaux ou même Mauriac. Huit copies ont été notées entre 12 et 14, les plus nombreuses entre 10 et 8, quelques-unes ont paru très faibles, banales et purement verbales, avec des incorrections assez fréquentes, elles ont été notées 6 et 5.

Epreuves orales.

Si les épreuves orales ont donné une moyenne supérieure, 11,5 au lieu de 11, à celle de l'année précédente, elles sont cependant restées dans une tonalité plus terne. Les notes franchement bonnes ou franchement mauvaises sont plus rares : cinq notes seulement sont supérieures à 14, savoir deux 17, qui ont été attribuées à la même candidate et qui lui ont valu le premier rang, puis trois 15 ; à l'opposé deux notes seulement, un 4 et un 3, sont inférieures à 8. En revanche, deux points d'accumulation sont sensibles, aux notes 14 et 11, attribuées chacune six fois ; les notes 10 et 8 sont attribuées trois fois, 13 et 9 deux fois, 12 une fois. Les dix notes, faibles ou médiocres, inférieures à 11, se répartissent ainsi :

Arithmétique ...	1 sur 7	Géométrie	4 sur 8
Algèbre	2 sur 6	Mécanique	2 sur 3
Trigonométrie ..	1 sur 2		

Les deux leçons de Cosmographie ont eu un heureux sort, ayant obtenu les notes 14 et 15 ; elles ont été traitées par celles des candidates qui avaient préparé leurs épreuves orales et qui ont été ainsi récompensées de cette préparation. En Descriptive, où deux leçons ont été respectivement cotées 17 et 11, les candidates ont tenu compte de l'avertissement qui leur avait été donné l'an passé. Ces deux exemples démontreront, il faut l'espérer, que, à l'Agrégation, il n'y a pas de Sciences mineures, et que, avec un effort moindre, pour peu qu'on veuille le donner, il est plus facile de se faire bien apprécier avec elles.

Inversement, la Géométrie, où nos jeunes filles doivent cependant se trouver dans leur élément, ne les a pas favorisées. Des leçons réputées faciles, l'inversion, la puissance d'un point par rapport à un cercle, les déplacements dans le plan, les cas d'égalité des trièdres, n'ont pas eu de succès ; c'est sans doute que les candidates, croyant posséder un sujet, sous prétexte qu'il leur donne matière à de nombreux exercices, ne se sont pas donné la peine de réfléchir, avant le concours, sur l'exposé logique qu'il convient de lui donner.

Mais c'est la Mécanique surtout qui n'est pas tenue en faveur, avec ses trois leçons, qui ont été respectivement cotées 11, 10 et 8. Elle donne occasion à des négligences ou à des erreurs ; les questions de sens, qui y jouent un rôle essentiel, ne sont pas mises en évidence avec la précision voulue, ou même ne sont pas traitées ; les idées générales ne se dégagent pas : tel ce fait que les conditions d'équilibre se réduisent à trois avec des forces concourantes, ou parallèles, ou situées dans un même plan. Avec des forces parallèles, on confond les conditions d'équilibre, qui doivent être remplies avec une direction de forces donnée, avec celles de l'équilibre astatique, qui doivent l'être quelle que soit cette direction.

En thèse générale, les questions de signe et de sens, de grandeurs orientées, sont mal exposées et sans doute mal comprises, ainsi qu'il a été déjà constaté à propos de la composition de Mécanique. L'on oublie

que, reconnaître à une grandeur, à une figure géométrique, une qualité de sens, c'est, comme pour une qualité de mesure, opérer dans le relatif et non dans l'absolu, que cette qualité est le résultat de la comparaison de la grandeur ou figure avec une autre grandeur ou figure de même espèce. La représentation de cette qualité par un signe s'établit par une convention qui reste toujours arbitraire, même quand le choix est imposé par des conditions de logique. Il serait légitime, par exemple, mais non pas logique, de choisir pour sens des temps positifs celui qui est contraire au cours naturel de la durée, de représenter les dates de notre ère par des nombres négatifs, et les dates antérieures par des nombres positifs.

Les fautes contraires à ce principe général sont trop nombreuses. Une candidate dit que deux segments de droite, non parallèles, sont de même sens ou de sens contraires. L'inversion conserve les angles, mais en renverse le sens; la signification du second point n'est pas donnée; il suffit, dit-on, de se reporter à la figure. La même lacune se retrouve chez une autre, au sujet du segment capable, quand elle envisage, au lieu de l'angle inscrit proprement dit, l'angle orienté de deux droites non dirigées. A propos du déplacement d'une figure plane dans son plan, l'angle constant formé par les deux positions, initiale et finale, d'un segment de droite, angle formé par deux demi-droites, possédant une origine et une extrémité, ayant une détermination algébrique unique inférieure en valeur absolue à deux droits, n'est pas défini avec toutes ces précisions; d'où une première lacune, lorsque le centre de rotation O se construit en plaçant un point O , équidistant de A et A' , tel que l'angle AOA' soit égal à l'angle de rotation, problème qui semble conduire à deux solutions; puis une seconde, lorsque, dans la succession de plusieurs déplacements, on envisage la somme des angles correspondant à chacun d'eux. L'axe radical de deux cercles, dans le cas où ils sont intérieurs, se construit en portant une longueur sur la ligne des centres, mais sans que l'on sache dans quel sens se porte cette longueur. On démontre que la représentation graphique de la fonction $y = ax$ donne une droite, et une seule, à l'aide de triangles semblables, et sans faire intervenir le signe du coefficient a . Une candidate, pour établir la position et les propriétés de la directrice d'une conique, croit prudent de ne raisonner que sur des longueurs, et s'aperçoit, en présence de la multiplicité des cas qui se présentent et se répètent, que l'emploi de segments algébriques serait plus simple et général. En Cinématique, la vitesse d'un mouvement rectiligne uniforme se définit par le rapport de l'espace au temps, et, sans aucune explication, sans constater que les deux termes du rapport ont chacun un signe, il se trouve que cette vitesse est tantôt positive, tantôt négative. Dans la démonstration du théorème de Varignon sur le moment linéaire, un moment s'obtient par rotation d'un droit d'un certain vecteur; on n'indique pas le sens de cette rotation, et on n'observe pas, ce qui est essentiel, qu'il est indépendant du vecteur.

Et cependant, sur ces questions de signe, a été faite une excellente leçon, celle concernant les nombres algébriques, leçon faite avec un support concret, le nombre algébrique étant représenté par le rapport de deux vecteurs parallèles, et devenant un symbole opératoire faisant passer de l'un de ces vecteurs à l'autre, d'où la définition de la multiplication. Serait-ce la qualité de l'exemple qui implique sa rareté ?

Une leçon, faite devant une classe, est féconde et vivante, quand elle provoque, chez les élèves, des rapprochements, des comparaisons. Le caractère artificiel d'une leçon d'Agrégation permet aux candidates de faire elles-mêmes ces rapprochements et comparaisons. Pourquoi n'en profitent-elles pas ? L'une d'elles, dans une application, détermine les valeurs de λ pour lesquelles le trinôme $(2\lambda^2 - 1)x^2 + 2(\lambda + 1)x + 4$ reste constamment positif ; elle exprime bien que le discriminant est négatif, ensuite que le coefficient de x^2 est positif, puis classe ses intervalles et constate que les conditions données par le second caractère sont conséquences des premières. C'est l'application correcte d'une méthode générale. Mais il y avait à observer que le fait constaté était à prévoir, du fait que le terme constant du trinôme est une constante positive. Et ceci pouvait même conduire à une observation générale ; c'est que les valeurs limites du paramètre, fournies par le second caractère, ne peuvent se placer dans des intervalles où le discriminant est négatif. Ailleurs, on

étudie directement la variation de $\frac{1}{ax^2 + bx + c}$, sans constater que les résultats obtenus sont aussi une conséquence immédiate des résultats analogues concernant le trinôme. Dans le même ordre d'idées, une leçon ayant pour sujet la « définition commune des trois coniques au moyen d'un foyer et d'une directrice » s'en tient strictement à cette définition, et n'en donne même pas l'interprétation, qui consiste dans l'égalité des rapports relatifs à deux points de la conique, et donne la propriété classique de la sécante.

De même, on ne sait pas, ou on ne veut pas, faire appel à l'intuition. Dans l'étude de la fonction $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$, dont le dénominateur ne s'annule pas, le fait que la fonction reste finie pour toute valeur, finie ou infinie, de la variable, puis qu'elle prend, dans le cas général, pour une valeur finie $x = x_0$, la même valeur que pour x infini, fait prévoir l'existence d'un maximum et d'un minimum pour des valeurs de x séparées par x_0 ; il suffit donc, pour le constater, de substituer x_0 dans le trinôme numérateur de la dérivée, et non pas de faire des efforts de calcul pour établir directement que le discriminant de ce trinôme est positif.

Des fautes ou des erreurs, déjà signalées l'année précédente, se sont répétées, et nous obligent à répéter nos observations. L'une concerne le volume des parallélépipèdes et des prismes ; il n'y a pas lieu d'attacher, *a priori*, à un volume, une idée de nombre ; les théorèmes relatifs aux parallélépipèdes et aux prismes établissent l'égalité de

volumes, par l'égalité de solides dont on peut, en les décomposant, faire coïncider les diverses parties : la notion de nombre doit n'apparaître qu'ensuite, avec le parallélépipède rectangle, décomposé en cubes égaux.

Dans l'étude d'un système de deux équations du premier degré, il n'est pas relevé que l'hypothèse $ab' - ba' \neq 0$ rend inutile la restriction $a \neq 0$, du fait que la substitution du coefficient a à un autre ne change pas cette hypothèse, et que celle-ci exige nécessairement que les quatre coefficients ne soient pas tous nuls.

Les erreurs de calcul, qui sont facilement pardonnables, s'aggravent en n'étant pas signalées à l'instant où elles se manifestent. Une candidate, qui oublie le coefficient a dans une opération sur $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c}$, traîne longuement ensuite ses calculs sans y constater l'absence d'homogénéité.

Relevons enfin des locutions vicieuses, tolérables peut-être entre élèves, mais que ne doivent pas se permettre des maîtres, et qui révèlent un souci insuffisant de précision et de netteté : telle est celle de « fonction ayant un centre de symétrie, ou ayant une asymptote ».

Pour conclure, nous observerons que, en majeure partie, ces fautes diverses ont été cruellement expiées ; nous les signalons surtout pour l'instruction des générations d'agrégées futures ; en effet, à une seule exception près, celle d'une candidate très bien classée à l'écrit, et qui, d'ailleurs, n'a pas compris le sujet de l'une de ses leçons, les 8 candidates admises sont également celles qui ont échappé aux fautes les plus graves de celles que nous venons d'énumérer, et qui, du reste, en ne tenant compte que des épreuves orales, se classeraient également les 8 premières.

L'Inspecteur général, Président du Jury
A. TRESSE.
