

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

—*—
Paraissant tous les trimestres
—o—

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants	43
II. Etat de l'Association	44
III. Réunion du Comité : 20 décembre 1928	51
IV. Documents officiels :	
7. Nouveau régime du Baccalauréat	53
8. L'enseignement des mathématiques dans la Section Diplôme	54
9. Rapport sur la composition de mathématiques (classe de Mathématiques) au Concours général en 1928	55
10. Rapport sur la composition de mathématiques (classe de Première C-D) au Concours général en 1928	61
11. Rapport sur le Concours, en 1928, de l'Agrégation des Sciences mathématiques des Jeunes Filles	66

DEUXIÈME PARTIE

E. BLUTEL : Propriétés angulaires d'un quadrilatère convexe dont les diagonales sont égales	81
L. GARNON : Sur le triangle ayant deux bissectrices intérieures égales	83
Horaires et programmes de l'Enseignement secondaire (suite) :	
10. A propos des programmes de mathématiques de 1925 (II)	84
Bibliographie :	
Algèbre (compléments) et Trigonométrie, par R. ESTÈVE et H. MITAULT (J. MAHUET)	87

ADMINISTRATION

21, Avenue de Châtillon, PARIS (14^e)

Abonnement d'un an au *Bulletin* : France, **8 fr.** — Etranger, **10 fr.** »

Prix d'un numéro du *Bulletin* : — **2 fr.** — — **2 fr. 50**

Les membres de l'Association (cotisation : **8 fr.** pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que toute publication de l'Association. S'adresser au trésorier : M. FLAVIEN, et en cas de règlement par chèque postal, utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition : Paris C/c 8-63 — L. FLAVIEN — 4, square Lagarde, Paris (5^e).

Librairie DELAGRAVE, 15, rue Soufflot, PARIS (V^e)

Cours de Mathématiques

Conforme aux programmes actuels

PAR

F. BRACHET et J. DUMARQUÉ

Agrégés, Anciens élèves de l'Ecole Normale Supérieure

Nouveauté

TRIGONOMETRIE Classe de Mathématiques

812 Exercices et Problèmes — Tables de Logarithmes et Tables diverses
Broché..... 10 fr. » ; cartonné..... 13 fr. »

Arithmétique (Classes de 5^e et 6^e)

650 exercices et problèmes, 80 fig., br..... 9 fr. » ; cart..... 12 fr. 20

Arithmétique et Algèbre (Classes de 4^e et 3^e)

462 exercices et problèmes, 37 fig., br..... 10 fr. 65 ; cart..... 13 fr. 80

Eléments de Géométrie plane (Cl. de 4^e et 3^e)

334 ex. et prob., table de rapports trigonom., 265 fig., broch. 10 fr. 65 ; cart. 13 fr. 80

Algèbre (Classes de 2^e et 1^{re})

75 figures, broché..... 13 fr. 50 ; cartonné..... 17 fr. »

**Nouvelle
édition**

Géométrie Plane (Cl. de 2^e)

240 pages, 340 figures, 560 problèmes, broché. 12 fr. 50 ; cartonné. 16 fr. »

Géométrie dans l'Espace (Classe de 1^{re})

265 problèmes, 167 figures, broché..... 12 fr. 25 ; cart..... 15 fr. 50

Compléments, Transformations, Coniques (Math.)

530 problèmes, 211 figures, broché..... 14 fr. 60 ; cart..... 18 fr. »

Cours d'Algèbre

à l'usage des Elèves de Mathématiques spéciales

PAR A. DECERF, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly

Préface de M. LUPOVIC ZORETTI, Professeur à la Faculté des Sciences de Caen

Un volume in-8°, illustré de 40 figures, broché. 26 fr. » ; relié. 29 fr. »

Plan nouveau pour l'étude des fonctions : Idées générales de dérivées et d'intégrales d'abord, monographies ensuite. Le logarithme défini par une intégrale, d'où allègement considérable. Notions historiques.

Membres d'Honneur :

- MM. BLUTEL, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire.
LECONTE, Directeur de l'Enseignement primaire de la Seine.
MARIJON, Inspecteur général de l'Enseignement primaire.
THYBAUT, Inspecteur de l'Académie de Paris.
TRESSE, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire.

Bureau :

Le Bureau et les Rapporteurs se réunissent les troisièmes jeudis.

- Président :* M. DELCOURT, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14^e.
Vice-Présidents : Mlle DETCHEBARNE, 13, r. Guy-de-la-Brosse, Paris, 5^e.
M. DUMARQUÉ, 18 bis, rue du Débarcadère, Paris, 17^e.
Secrétaires : M. DESFORGE, 11 bis, rue Le Bouvier, Bourg-la-Reine.
M. HENNEQUIN, 15, rue Charaire, Sceaux (Seine).
Trésorier : M. FLAVIEN, 4, square Lagarde, Paris, 5^e.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 40), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8-63 — L. FLAVIEN — 4, square Lagarde, Paris, 5^e

Comité :

Membres de droit :

- MM. COMMISSAIRE, Louis-le-Grand et GIMBERT, Issoire.

Membres élus pour 4 ans :

En 1925 : MM. COISSARD (Janson), JACQUET (Henri-IV), Mlle LAUZANNE (Victor-Hugo), M. LEMAIRE (Janson).

En 1926 : M. DELCOURT (Henri-IV), Mlle DETCHEBARNE (Molière), MM. HENNEQUIN (Buffon), PICARDAT (Chaptal).

En 1927 : Mlle BARBIER (Jules-Ferry), MM. DUMARQUÉ (Condorcet), FLAVIEN (Henri-IV), ROBY (St-Germain).

En 1928 : M. CHENEVIER (St-Louis), Mlle DE CUREL (Molière), MM. DESFORGE (St-Louis), GROS (Condorcet), POIRCUITE (Epernay), SINGIER (Lille), WEBER (Chaptal), WEILL (St-Louis).

Petites annonces

Pour les membres de l'Association : 1 fr. la ligne. Adresser au trésorier le texte et le montant (majoré de 1 fr. pour frais de correspondance).

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants

1. Communication du Comité

Dans la première quinzaine de décembre 1928, l'Union des Professeurs de Spéciales a adressé son *Bulletin* n° 6 bis aux professeurs de mathématiques de l'Enseignement secondaire public.

Les membres de l'Association des Professeurs de Mathématiques qui désireraient apprécier si les informations de leur *Bulletin* ont été exposées fidèlement et sans omissions dans ce *Bulletin* n° 6 bis sont priés de se reporter simplement aux textes originaux publiés :

1° pour la réunion du 13 octobre 1927, dans le *Bulletin* n° 52, pages 22 à 29 ;

2° pour l'enquête consécutive, dans le *Bulletin* n° 52, page 29 et dans le *Bulletin* n° 53, pages 58 et 59 ;

3° pour la « déclaration » du 10 novembre 1927, dans le *Bulletin* n° 53, pages 43 et 44, et dans le *Bulletin* n° 54, pages 83, 84 et 85.

2 Paiement des Cotisations 1928-1929

Le Bureau remercie vivement les correspondants et les membres de l'Association qui ont bien voulu se charger de recueillir et d'envoyer les cotisations de leurs collègues.

Ceux qui n'ont pas encore réglé leur cotisation (8 francs à verser en octobre, art. 4 des Statuts) sont instamment priés de les envoyer au Trésorier, individuellement ou — de préférence — par établissement, **à l'aide d'un chèque postal** (frais d'envoi 0 fr. 40) en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8.63 — L. FLAVIEN
4, square Lagarde, V^e

L'inscription au *Bulletin* des membres ayant versé leur cotisation tient lieu de reçu.

Prière de bien vouloir signaler aussi les mutations et nominations (nouveaux et anciens postes, mises à la retraite... des professeurs de mathématiques et, s'il y a lieu, les rectifications au Répertoire alphabétique du *Bulletin* n° 57).

3. Prochaines élections au Comité

L'Assemblée générale de Pâques 1929 sera appelée à élire 4 membres au Comité, en remplacement de MM. COISSARD, JACQUET, Mlle LAUZANNE, M. LEMAIRE, membres sortants non immédiatement rééligibles.

Afin d'éviter une trop grande dispersion des suffrages, il semble désirable de présenter au choix des électeurs — *qui conservent d'ailleurs leur entière liberté* — une liste de membres de l'Association acceptant de mettre leur activité et leur dévouement au service de l'Association.

Les membres de l'Association désireux soit de poser leur candidature, soit de provoquer la candidature d'autres collègues, sont priés d'en informer le Bureau.

II. Etat de l'Association

918 membres au 31 décembre 1928

1. Inscriptions

(L'astérisque indique un membre honoraire)

MM.	MM.
AUSSEL, Neufchâteau (C.).	GUITTON (Ch.), St-Servan (C.).
BADIOU, Rochefort.	GURS, Tarbes.
BARBOTTE, Vendôme.	HANTZ, Chalon-sur-Saône (C.).
BINEAU, Brive (C.).	HARTENBERGER (Mlle), Rennes (F.).
BONGARD (Mme), Fontainebleau (C. F.).	KÉROMEN, Brest.
BONNET (Mlle), Dunkerque (C. F.).	LAUBIER, Amiens.
BOULLEMIER, Bordeaux.	MAILLARD, Brest.
BRUNEL (Mlle), Armentières (C. F.).	MARTY (...), Casablanca.
BUDON (Mlle), Montpellier (F.).	MESNIER (Mme), Péronne (C. F.).
BUTIN, <i>en retraite</i> .	MICHEL (Mlle), Londres, <i>Lycée français</i> .
CAM (Mlle), Armentières (C. F.).	MOULY, Melun (C.).
CHABRIER, Arles (C.).	PERRIN (...), Marmande (C.).
CHAZAL, Rouen.	SADÉ, Bonneville (C.).
*CUILLERON (Mlle), St-Etienne (E. N.).	SAGAZAN, Châteaudun (C.).
DELABARRE, Oran.	SAUTIN, Tournon.
DUBOURDIEU, Rennes.	VALETTE, Sisteron (C.).
FABRE, Digne.	VILLERT, St-Omer.
FINAS, Lyon, <i>Ampère</i> .	WEISS, Montpellier.
*FLAMAND, Paris-16 ^e (E. N.).	ZURBACH, Oran.
FRIONNET, Lisieux (C.).	

2. Radiations

MM. DERINGÈRE, La Roche-sur-Yon, *en retraite*.
DERRIEN, *en congé, décédé*.
HAIS, Alger, *décédé*.
LOISELEUR, Bordeaux, *Longchamps, en retraite*.
MENGEL, Perpignan (C.), *en retraite*.
RAMONDOT, Chaumont, *en retraite*.
RIEMANN, Louis-le-Grand, *en retraite*.

3. Addenda aux cotisations 1927-1928

(6^e liste de cotisations 1927-1928 : 3 ; au total : 890)

BAYONNE, 2^e liste. — M. Blaquièrre.
PARIS, Louis-le-Grand, 2^e liste. — M. Fossier.
VERSAILLES, 3^e liste. — Perrin (G.).

4. Cotisations reçues du 1^{er} octobre au 25 décembre

(17 cotisations rachetées (1), 1 rachat (2)
et 447 cotisations 1928-1929, au total 465)

Les noms en italiques sont ceux des membres ayant un nouveau poste

Membres honor. : M. Antoine (L.), *prof. à la Fac. Sc., Rennes*.
M. Ardré, *prof. à l'École Arago, Paris*.
M. Bianchi (G.), *censeur du Lycée de Gap*.
Mlle Cuilleron, *prof. à l'E. N., St-Etienne*.
M. Devisme, *étudiant à la Fac. Sc., Paris*.
M. Flamand (A.), *prof. à l'E. N. I., Paris, 16^e*.
M. Fréchet, *prof. à la Fac. Sc., Paris*.
M. Gosse, *prof. à la Fac. Sc., Grenoble*.
M. Jacques, *prof. à la Fac. Sc., Montpellier*.
M. Lacomme, *prof. à l'E. P. S., Amboise*.
M. Levadoux, *censeur du Lycée de Lons-le-Saunier*.
M. Marchaud, *prof. à la Fac. Sc., Marseille*.
M. Minois, *étudiant à la Fac. Sc., Lille*.
M. Pérès, *prof. à la Fac. Sc., Marseille*.
M. Piatier, *surveillant général au Lycée Janson*.
M. Ribeyre, *prof. à l'E. N., Moulins*.
Mlle Roby, *directrice du L. F. de Cambrai*.
M. Rouyer, *prof. à la Fac. Sc., Alger*.
M. Thiry, *prof. à la Fac. Sc., Strasbourg*.
M. Veyron la Croix, *prof. au Collège Robin, Vienne*.

En retraite : M. Albou, *prof. hon. au Lycée d'Alger*.
M. Antoine (E.), *prof. hon. au Lycée de Chambéry*.
M. Ballue, *prof. hon. au Lycée Buffon*.

(1) M. ANTOINE (L.), Mlle BERTRAND, M. BOUFFARD, Mlles CHAUMONT, DEBAT, M. ESQUIROL, Mme FLAMANT, M. FRÉCHET, Mlle GRAFF, M. GOSSE, Mlles LAUZANNE, MOULIN, M. NININ, Mlle PANNETIER, M. PASQUALINI, Mlle PONCEY, M. THIBERGE.

(2) M. THOVERT.

- M. Barès (A.), *prof. hon.* au Lycée de Bordeaux.
Mme Baudeuf, *prof. hon.* au L. F. de Bordeaux.
M. Bioche, *prof. hon.* au Lycée Louis-le-Grand.
M. Boutillier, *prof. hon.* au Lycée Condorcet.
M. Butin, *prof. hon.* au Lycée Ampère, Lyon.
M. Esquirol, *prof. hon.* au Lycée de Montpellier.
M. Font, *prof. hon.* au Lycée de Marseille.
M. Gautheron, *prof. hon.* au Lycée Janson.
M. Grémillot, *prof. hon.* au Lycée Ampère, Lyon.
M. Goulin, *prof. hon.* au Lycée Condorcet.
M. Larget-Piet, *prof. hon.* au Lycée d'Angers.
M. Mantion, *prof. hon.* au Collège de Saumur.
M. Pouthier, *prof. hon.* au Lycée Voltaire.
M. Schlessier, *prof. hon.* au Lycée de Versailles.
M. Vazou, *prof. hon.* au Collège d'Épernay.
- AGDE (C.). — M. Aguilhou.
AIX. — MM. Bernard (E.), Terrier.
ALBI. — M. Bros.
ALBI (C. F.). — Mlle Boursinhac.
ALÈS. — M. Clapier.
ALÈS (C. F.). — Mme Vacquier-Raymond.
ALEXANDRIE, *Lycée français*. — M. Pellissier.
ALGER. — MM. Barbier (Jean), Büsser, Carrère, Cohen, Cohen-Bacrie,
Coti, Gallot, Paoli (L.), Pinty, de Sarrau, Tutenuit.
ALGER, Ben-Aknoun (G.). — Mme Fauré.
ALGER, Mustapha. — M. Fauré.
ALGER (F.). — Mlles Fénart, Grégoire, Mme Troupel-Lacroix.
AMIENS. — MM. Durand (Ch.), Laubier, Mme Morchipont-Curie,
MM. Ranson (E.), Vasseur (...).
AMIENS (F.). — Mlles Delatre, Perron.
ANGOULÊME. — MM. Graff (P.), Grenier, Méric (A).
ANNECY. — MM. Chanel, Thisse.
ANTIBES (C.). — M. Denis.
ARBOIS (C.). — M. Alinat.
ARLES (C.). — M. Chabrier.
ARMENTIÈRES (C.). — MM. Barrège, Devin.
ARMENTIÈRES (C. F.). — Mlles Brunel, Cam.
AUCH. — MM. Baillon, Baurens.
AURILLAC. — MM. Barès (L.), Mendès.
AUXERRE (F.). — Mlle Vaille.
AUXONNE (C.). — M. Rousseau (G.).
AVALLON (C.). — M. Gauthier (J.).
AVIGNON. — MM. Fanguiaire, Raffaelli, Someyre.
BAGNÈRES-DE-BIGORRE (C.). — M. Séguélas-Roujette.
BAYONNE. — M. Blaquièrre.
BEAUVAIS. — M. Rabatel.
BÉDARIEUX (C.). — M. Lamidey.

- BELFORT. — M. Guillaume.
BESANÇON (F.). — Mlle Poncey.
BÉTHUNE (C. F.). — Mlle Creton.
BÉZIERS. — MM. *Becqué*, Maury, *Vidal (E.)*, Vigné.
BISCHWILLER (C.). — M. Banon.
BONNEVILLE (C.). — M. Sade.
BORDEAUX. — MM. Andreu, Barthès, Bellocq (D.), Boullemier, Cail-
libotte, Courriades, Dilhan (S.), Dufaut, Frank,
Lhuillier, Maupin, Ninin, Rebeix, Roubau,
Sansou.
BORDEAUX, *Longchamps*. — MM. *Bellivier*, Lamoureux.
BORDEAUX (F.). — Mlle Capdeville, Mme Darbon, Mlles Debat, Mau-
rin, Mme Nadal.
BOURG (F.). — Mlle *Canton*.
BOURGOIN (C.). — M. Martin (Fernand).
BOUXWILLER (C.). — M. *Schott*.
BREST. — MM. *Kéromen*, Le Ménager, *Maillard*, Rivet, Ségur.
BREST, *Ecole Navale*. — M. Caire.
BRIVE (C.). — M. *Bineau*.
CAHORS. — M. Delbouis.
CALAIS (C.). — M. Gauthier (...).
CARCASSONNE. — MM. *Blanc*, Brunet.
CASABLANCA. — MM. Alméras, Béthoux, *Marty (...)*.
CASTELNAUDARY (C.). — M. Gâches.
CASTRES (C. F.). — Mlle Leca.
CHALON-SUR-SAÔNE (C.). — MM. Céluron, *Hantz*.
CHAMBÉRY. — MM. Carron, Raymond.
CHATEAUDUN (C.). — M. Sagazan.
CHATEAU-THIERRY (C.). — M. Mayerus.
CHAUMONT. — M. Blandin.
CLERMONT (C.). — M. Brotier.
CLERMONT-FERRAND (L. G.). — Mme *Flamant*.
CLERMONT-FERRAND (F.). — Mlle Pommier.
CLERMONT-L'HÉRAULT (C.). — M. Malachane.
COLMAR. — MM. Aby, Greiner, Mathé, Renard.
COLMAR (F.). — Mlles Jehl, Triand.
COSNE (C.). — M. Abhervé-Guéguen.
CONSTANTINE. — M. Adad.
DIEPPE (C. F.). — Mlle Girardeau.
DIGNE. — MM. Fabre (H.), Oneto.
DIJON. — MM. *Cagnac*, Coulon, Fleuchot, Gonneau, Renaud (Jules),
Thovert.
DÔLE (C.). — MM. Aullen, Royer.
DOMFRONT (C.). — M. *Escorne*.
DOUAI. — MM. Boutin, Chazel, Dewailly, Gaudron.
DOUAI (C. F.). — Mlle Boulanger, Mme Dehem-Momal.
DREUX (C. F.). — Mlle Lecornu.

- DUNKERQUE (C. F.). — Mlle Bonnet.
EMBRUN (C.). — M. *Escafit*.
EVREUX (C. F.). — Mlle Baudry.
FALAISE (C.). — M. *Arnaudès*.
FÉCAMP (C.). — M. Brossard.
FÈS (C.). — M. *Debraye*.
FLERS (C.). — M. Frémin.
FONTAINEBLEAU (C.). — M. Joussaud.
FONTAINEBLEAU (C. F.). — Mme Bongard.
FORT-DE-FRANCE. — M. Pioger.
GAP. — MM. Aude, *Noat*.
GRASSE (C.). — M. Bianchi (L.).
GRENOBLE. — MM. Bernard (A.), *Darves-Bornoz*, Nicolas, Reynaud
(G.), Rival, Termat, Viallis.
ISSOUDUN (C.). — M. Lanebit.
LA FLÈCHE. — MM. Bastien, Bellon, Bessot, Convers, Léger, Lerat
Morel (G.), Prévot, Taratte, Vallet, *Verrière*.
LAON. — M. Beisson.
LANGRES (C.). — M. de Chargère.
LA ROCHELLE. — MM. Burlot, Vénencie.
LE BLANC (C.). — M. Michon (J...).
LE HAVRE. — MM. Delens, Deschamps (E.), Philippe (A.).
LE HAVRE (F.). — Mlle Bertrand.
LE MANS. — M. Langlais.
LE PUY. — M. Paulin.
LISIEUX (C.). — M. Frionnet.
LONDRES, *Lycée français*. — Mlle Michel (L.).
LONS-LE-SAUNIER. — MM. Mathieu (D.), Parrod.
LORIENT. — MM. L'Hévéder, Mazé, Ménard.
LUÇON (C.). — M. *Brissonnet*.
LUNEL (C.). — M. Donnet.
LYON, *Ampère*. — MM. Benoît-Gonin, Catella, Charbonnier, Denizot,
Finas.
LYON, *Le Parc*. — MM. Berlande, Caillet, Jouberton, Pluchery,
Ranson (H.), Wottling.
LYON, *St-Rambert*. — M. Carrière.
LYON (F.). — Mlle Démore, Mme Ranson-Merchier, Mlle Veisson.
MACON (F.). — Mlle Dargent.
MARMANDE (C.). — Mme Laporte, MM. Perrin (...), Sourisse.
MARSEILLE. — MM. Bertrand, Frizac, *Itard*, Janis, Maroger, Métral,
Paoli (J. M.), Roche, Turcan, *Vian*.
MARSEILLE, *St-Charles*. — MM. André, Gros (O.), Massiani, Mourret.
MAUBEUGE (C.). — MM. Crinon, Decoulx.
MAURIAC (C.). — M. *Barbance*.
MAYENCE, *Lycée français*. — MM. Balmain, Benoît.
MAYENCE, *Lycée français de jeunes filles*. — Mlle Monsinjon.
MEKNÈS (C.). — M. Commény.

- MELUN (C.). — MM. Mouly, Rioult.
METZ. — MM. Armbruster, Cordier, Kieffer, Martin (M.), Naglé,
Pallez, Schirmer.
METZ (F.). — Mme Delort.
MONACO. — M. Saporte.
MONTARGIS (C.). — M. Collinet.
MONTAUBAN (F.). — Mlle Costes.
MONTBÉLIARD (C.). — M. Fournier.
MONTÉLIMAR (C.). — M. Sayerle.
MONTPELLIER. — MM. Aunis, Barbier (Jules), Desbats, Fages, Gary-
Bobo, Pons, Vidal (...), Weiss.
MONTPELLIER (F.). — Mlles Budon, Woirion.
MORLAIX (C.). — M. Jaguin.
MOREAUX (C. F.). — Mlle Le Roux.
MOULINS (F.). — Mlle Emin.
MULHOUSE. — MM. Papillon, Tenot.
NARBONNE (C.). — M. Dupuy.
NARBONNE (C. F.). — Mme Mathieu-Pérès.
NEUFCHATEAU (C.). — M. Aussel.
NIMES. — MM. Balliccioni, Combe, Imbert, Marcantoni, Perrier, Piètri.
NIORT. — MM. Collet, Gautier.
OLORON (C.). — M. Garraux.
ORAN. — MM. Ciosi, Delabarre, Emanuély, Génin, Robba, Zurbach.
ORAN (F.). — Mme Chabasseur-Dumay.
ORLÉANS. — MM. Multon, Thiberge.
OUDJDA. — M. Moncheaux.
PARIS, Fénelon (F.). — Mme Chabauty, Mlle Filon, Mmes Gravier,
Vacher, Vimeux.
PARIS, Janson. — MM. Anzemberger, Bernheim, Coissard, Decerf,
Delcourt (E.), Dumont (G.), Julien, Labrunie, Lhébrard, Lhermitte, Mahuet, Martin (L.), Ouivet, Perfetti, Sainte-Laguë, Sourd.
PARIS, Jules-Ferry (F.). — Mlles Barbier, Martin (P.), Rozet, Ullmann,
Vidal.
PARIS, Louis-le-Grand. — M. Bouffard.
PARIS, Molière (F.). — Mlles de Curel, Detchebarne, Mme Jeangirard,
Mlle Verrieux.
PARIS, Montaigne (G.). — Mlle Joly.
PARIS, Pasteur (G.). — Mlle Guitel.
PARIS, Racine (F.). — Mlle Blanquies.
PARIS, Victor-Hugo (F.). — Mlles Graff, Lauzanne.
PAU. — Mlle Delsart, M. Mirante-Péré.
PAU (C. F.). — Mlle Gramont.
PÉRIGUEUX. — M. Guillemain.
PÉRONNE (C.). — M. Thiesset.
PÉRONNE (C. F.). — Mme Mesnier.

- PERPIGNAN (C.). — MM. *Dellac*, Maris.
PERPIGNAN (C. F.). — Mlle Alzieu.
PÉZENAS (C.). — M. Estibotte.
PONT-DE-VAUX (C.). — M. Çubialde.
PONTIVY. — M. Couffignal.
PONTOISE (C.). — MM. Petit, Petiteville.
PRIVAS (C.). — M. Mœrlen.
RENNES. — MM. *Dubourdieu*, Leroy, Marceil, Poumier, Prulhière.
RENNES (F.). — Mlles Collot, *Hartenberger*.
ROCHEFORT. — MM. Badiou, Texier (G.).
ROCHEFORT (C. F.). — Mlle Tallon.
RODEZ. — MM. Dumas (B.), Pasqualini.
ROUEN. — MM. *Chazal*, Dollon, Duthilleul, Renaud (Jean), Vasseur (...).
ROUEN (F.). — Mlle *Goupil*.
ROYAN (C.). — M. *Fillancq*.
SABLÉ (C.). — M. Jovenin.
SAÏGON. — M. Gioan.
ST-AMAND-MONTROND (C.). — M. Verdy.
ST-BRIEUC. — MM. Chrétien (M.), Tainguy (E.), Tainguy (E.-Ch.).
ST-GERMAIN-EN-LAYE (C.). — MM. Meunier, Roby.
ST-GIRONS (C.). — M. Estèbe.
ST-JEAN-D'ANGÉLY (C.). — M. Trescos.
ST-NAZAIRE (C.). — M. Monjallon.
ST-OMER. — MM. Ellies, *Villert*.
ST-SERVAN (C.). — M. Guitton (Ch.).
SAINTES (C.). — MM. Ganne, *Roy (J.)*.
SARREGUEMINES. — MM. Audoin, Billmann, Brauns (M.).
SAULIEU (C.). — M. Lacourt.
SAVERNE (C.). — MM. Dauphin, Meyssonnier.
SENS. — M. Morel (H.).
SÈTE (C.). — MM. Marty (R.), Poux.
SISTERON (C.). — M. Valette.
STRASBOURG, *Kléber*. — MM. Hahn, Roy (L.), Picardat (R.), Wilhelm.
STRASBOURG (F.). — Mlle *Dietz*.
TARBES. — MM. Daniaud, *Gurs*.
TARBES (F.). — Mlle Argou.
THIONVILLE (C.). — MM. Authier, Peiffer, Schmidt (A.).
TLEMGEN (C.). — M. Stranchamps.
TONNERRE (C.). — M. *Minard*.
TOULOUSE. — MM. Bréchet, Caussé, Douchez, Estève, Fitte, Marty
(M.), Méric (...), Mitault, Rebière, Vignes,
Wolfender.
TOULOUSE (F.). — Mlles Cazelles, *Lafourcade*, Mme Roques.
TOURNON. — M. Sautin.
TOURNON (F.). — Mlle Arnaud.
TOURS (F.). — Mlles *Beauvallet*, Bèzes.
VALENCE. — MM. Melmoux, Pagel.

VALENCIENNES (F.). — Mlle Moulin.

VANNES (C.). — M. Jaury.

VENDÔME. — MM. Barbotte, Gagneux.

VERSAILLES (F.). — Mme Alba-Mignon, Mlles Chaumont, Duchaussoy, Tertois.

VILLEFRANCHE-DE-ROUERGUE (C.). — M. Pontie.

III. Réunion du Comité

20 décembre 1928

Présents : Mlle BARBIER, M. CHENEVIER, Mlle DE CUREL, MM. DELCOURT, DESFORGE, Mlle DETCHEBARNE, MM. DUMARQUÉ, FLAVIEN, HENNEQUIN, Mlle LAUZANNE, MM. ROBY, SINGIER.

Excusés : MM. JACQUET, LEMAIRE, WEBER, WEILL, ainsi que M. DELVALEZ, président du Bureau de l'Union des Physiciens, convoqué pour faciliter la liaison entre les deux Sociétés.

La séance est ouverte à 17 heures sous la présidence de M. DELCOURT. M. HENNEQUIN, secrétaire, donne lecture du procès-verbal de la dernière réunion du Comité (18 octobre 1928), qui est adopté sans observation.

Membres honoraires. — Après avoir inscrit parmi les membres honoraires M. ARDRÉ, devenu professeur à l'Ecole Arago à Paris, le Comité nomme membre honoraire M. A. FLAMAND, professeur à l'Ecole Normale d'Instituteurs, 95, rue Chardon-Lagache à Paris. Par contre, un membre honoraire, M. COHEN-BAGRIE, nommé professeur au Lycée d'Alger, devient ainsi membre régulier de l'Association.

Frais d'impression du « Bulletin ». — M. DELCOURT communique la lettre qu'il vient de recevoir cette après-midi de l'Imprimerie Coueslant, annonçant une augmentation des tarifs d'impression qu'il précisera à la prochaine réunion du Comité.

Annonces. — M. FLAVIEN signale que l'Institut Polytechnique de l'Ouest, en raison des crédits restreints dont il dispose, ne peut plus continuer sa publication dans le *Bulletin*.

Le Comité examine les moyens d'augmenter le nombre des annonceurs du *Bulletin* ; il invite en particulier les membres de l'Association qui pourraient obtenir de nouvelles annonces, à bien vouloir s'en occuper et prévenir le Trésorier ou le Bureau.

Prix de vente et expédition des anciens numéros du « Bulletin ». — M. DELCOURT expose que le prix d'un numéro du *Bulletin* de l'année en cours étant fixé à 2 francs, le Bureau a estimé — et le Comité l'approuve — qu'il n'y avait pas lieu de continuer à maintenir un autre prix pour les numéros des années antérieures. C'est pourquoi le

Bulletin n° 57 indique uniformément que le prix d'un numéro est de 2 francs.

D'autre part M. DELCOURT signale au Comité qu'il souhaiterait être déchargé de certaines besognes matérielles que, faute de loisirs, il ne peut plus arriver à assurer : ainsi l'envoi des anciens numéros du *Bulletin* (Un membre de l'Association veut-il s'en charger ?) En attendant, le Comité invite M. DELCOURT à ne pas craindre de faire appel à des concours rétribués.

Les mathématiques au Baccalauréat. — M. DELCOURT signale au Comité qu'il a reçu avis que, à Lyon, en octobre 1928, aux deux parties du Baccalauréat, les questions de cours proposées aux candidats n'avaient pas été choisies conformément au règlement. Les « copies des énoncés » qui lui furent communiquées, indiquent en effet, à la 1^{re} Partie C-D : deux questions de trigonométrie et une question de géométrie ; à la 2^e Partie-Mathématiques : une question d'arithmétique et deux questions de géométrie.

Pour que le rapport que le Bureau est chargé de faire présenter à l'Assemblée générale soit établi d'après des textes officiels, M. DELCOURT les demanda au Secrétariat de la Faculté des Sciences de Lyon. Il lui fut répondu que le Secrétariat de la Faculté des Sciences avait ordre de ne pas les donner.

Le Comité décide de demander ces textes au Doyen de la Faculté des Sciences de Lyon.

Modalités des compositions de mathématiques au Baccalauréat et de leur correction. — M. DELCOURT entretient le Comité d'une communication de M. COMMISSAIRE annonçant l'achèvement — dans le sens que souhaitait l'Association des Professeurs de Mathématiques — des travaux de la Commission chargée de préciser les modalités des compositions de mathématiques données au Baccalauréat (1).

Mlle LAUZANNE signale qu'il vient de lui être communiqué, au Lycée Victor-Hugo, les *Instructions* (2) mises au point par cette Commission et adressées aux Recteurs.

Union des Professeurs de Spéciales. — M. DELCOURT rappelle qu'il a informé le Comité, à chacune de ses réunions, de toutes les communications que l'Union des Professeurs de Spéciales lui avait fait parvenir depuis la réunion précédente, et que le *Bulletin* les a fait connaître à ses lecteurs en les publiant dans le compte rendu des réunions du Comité.

Puis il communique la lettre suivante, de M. CHATRY, président de la Commission provisoire de l'Union des Professeurs de Spéciales.

Lille, le 23 novembre 1928.

MONSIEUR LE PRÉSIDENT ET CHÈRE COLLÈGUE,

Il y a quelques mois, vous avez bien voulu me proposer, en qualité de Président de l'Union des Professeurs de Spéciales, d'être adjoint au Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques, à titre consultatif, et

(1) Voir le *Bulletin* n° 57, page 24.

(2) Voir page 53 du présent *Bulletin*.

pour les questions intéressant les Spéciales. Je vous avais répondu qu'il m'était impossible d'accepter avant que l'Assemblée générale de l'U. P. S. ait formulé un avis. Celle-ci, réunie le 30 juillet dernier, a examiné la question. Elle a estimé qu'il n'y avait pas lieu pour le Président de l'U. P. S., d'accepter votre proposition. Elle n'en a pas moins manifesté le désir que les Bureaux des deux Associations entretiennent des relations amicales, et qu'ils se concertent, lorsque cela paraîtra possible, pour une action commune.

Veuillez agréer, Monsieur le Président et cher Collègue, l'expression de mes sentiments cordialement dévoués.

L. CHATRY.

Sur la proposition du Bureau, le Comité décide que, pour prévenir tout malentendu et pour permettre à l'Union des Professeurs de Spéciales de suivre — si elle le désire — les travaux de l'Association des Professeurs de Mathématiques, son Président continuera à être convoqué aux réunions du Comité et invité à s'y faire représenter s'il ne peut y assister.

Communication du Bureau sur une « adresse » aux professeurs de mathématiques. — Le Comité entend l'exposé que son Président lui présente, au nom du Bureau, sur la teneur des cinq premiers alinéas du *Bulletin* n° 6 bis que l'Union des Professeurs de Spéciales vient d'adresser aux Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public.

A l'unanimité, il approuve à nouveau l'attitude antérieure du Bureau et se déclare en complet accord avec lui.

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 18 h. 15.

IV. Documents officiels

7. Nouveau régime du Baccalauréat (1)

Annexe au Décret du 7 août 1927 (2)

(*Journal Officiel* du 15 décembre 1928)

Instructions pour les épreuves écrites de sciences au Baccalauréat 1^{re} Partie et 2^e Partie-Mathématiques. — Chacune des épreuves de sciences mathématiques ou physiques comprend une question de cours et un problème. Le texte de la question de cours (3) devra toujours être libellé de façon que le sujet à traiter soit très nettement

(1) Voir les *Bulletins* n° 52, page 26 et n° 57, page 27.

(2) Voir le *Journal Officiel* du 12 août 1927, ou la *Quinzaine Universitaire* n° 158, 1^{er} octobre 1927 ou le *Journal des Collèges* n° 213, 5 décembre 1927.

(3) L'article 8 du Décret du 7 août 1927 précise que « pour les épreuves écrites, « sauf pour la version latine, la version grecque, les épreuves de langues vivantes « étrangères et les problèmes des épreuves scientifiques, il est donné trois sujets entre « lesquels le candidat a le droit de choisir ».

délimité; la question sera choisie de manière que le temps nécessaire pour sa rédaction n'excède pas le quart de la durée de l'épreuve. Quant au problème, il importe qu'il soit proposé en tenant compte de la formation des candidats, très différente suivant qu'il s'agit de la première partie du Baccalauréat ou de la seconde. Dans aucun cas, il ne devra se réduire à une simple application numérique; il convient qu'il comporte des questions de difficultés diverses commençant par les plus faciles qui ne devront arrêter que les candidats d'une insuffisance vraiment indiscutable.

À la première partie, la même importance sera attribuée à la question de cours et au problème; il en sera de même pour l'épreuve de sciences physiques de la seconde partie. Mais à la seconde partie du Baccalauréat-Mathématiques, avec des candidats déjà entraînés à la recherche et aux applications, il convient de donner au problème une importance nettement plus grande qu'à la question de cours. Sur 120 points on devra en réserver de 80 à 90 pour le problème. Dans chaque Académie la répartition des notes entre le problème et la question de cours sera fixée suivant la nature des questions posées. Cette répartition sera portée à la connaissance des candidats en même temps que le sujet de l'épreuve.

**8. L'Enseignement des mathématiques
dans les sections réunies de la classe de Seconde
de l'enseignement secondaire des jeunes filles.**

Circulaire du 23 octobre 1928 : Extraits

L'arrêté ministériel du 30 mars 1928 (1) relatif à l'organisation des études dans les classes supérieures des lycées et collèges de jeunes filles ne prévoit qu'un horaire de 3 heures (au lieu de 4) pour les mathématiques dans la section Diplôme des classes de Seconde et de Première. Une circulaire du 23 octobre, reproduite par la plupart des publications corporatives (2), fixe ainsi l'organisation de l'enseignement mathématique dans la classe de Seconde :

En ce qui concerne les mathématiques, le professeur consacrerait trois heures communes à l'enseignement proprement dit et aux interrogations écrites ou orales. L'heure spéciale à la section B sera employée à la correction des devoirs écrits et à l'étude ou à la préparation de problèmes analogues à ceux qui auront fait l'objet de cette correction. Les élèves de la section Diplôme n'auront pas à fournir l'effort de recherche et de rédaction qu'exigent les devoirs écrits, faits à l'étude ou à la maison. On ne leur demandera qu'un travail simple et léger, application immédiate du cours. Les épreuves de mathématiques à l'examen du Diplôme seront modifiées en temps voulu, de manière à cadrer avec cette organisation.

(1) Voir le *Journal Officiel* du 5 avril 1928, erratum au *Journal officiel* du 8 avril 1928, ou la *Quinzaine Universitaire* n° 172 du 1^{er} mai 1928.

(2) Voir le *Bulletin du S3*, n° 203, novembre-décembre 1928, page 138.

9. Rapport sur la composition de mathématiques
(Classe de Mathématiques)
au Concours général des Lycées et Collèges en 1928

Les trois premières parties du problème de géométrie proposé (1) se rattachaient étroitement à la définition et aux propriétés du « produit scalaire » de deux vecteurs. Cette expression ne figurait pas dans le texte ; on avait craint, soit d'effaroucher les concurrents, soit de leur apporter une aide décevante en les orientant dans une voie qui leur fût peu familière.

Remarquons d'abord que si le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ est nettement défini, celui de deux segments AB et CD est susceptible de prendre deux valeurs opposées, $\pm AB \cdot CD \cdot \cos \theta$, θ désignant l'angle aigu des droites qui portent ces segments. Quand les deux segments ont une origine commune, il est naturel de prendre $AB \cdot AC \cdot \cos (\widehat{AB, AC})$ comme produit scalaire. Ce produit est la puissance du point A par rapport à une sphère de diamètre BC . De plus, on sait que si M est le milieu de BC , on a l'égalité :

$$\overline{BC} \cdot \text{proj}_{BC} (MA) = \frac{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2}{2},$$

qui identifie un produit scalaire à la demi-différence des carrés de deux segments. On pourra donc utiliser l'une ou l'autre expression : celle de produit scalaire simplifie le langage.

Quatre points A, B, C, D , étant pris, dans l'espace, dans l'ordre où ils sont énumérés, désignons respectivement par a, b, c, d , les longueurs AB, BC, CD, DA , supposés invariables. M désignant cette fois le milieu de BD , on conclut de l'égalité $\vec{AC} = \vec{AM} + \vec{MC}$ que le produit scalaire de $\vec{AC}$ et $\vec{BD}$ est égal à la somme des scalaires de $\vec{BD}$ et $\vec{AM}$ d'une part, de $\vec{BD}$ et $\vec{MC}$ d'autre part, c'est-à-dire de $\frac{\overline{AD}^2 - \overline{AB}^2}{2}$ et $\frac{\overline{CB}^2 - \overline{CD}^2}{2}$. Par suite :

$$\vec{AC} \cdot \vec{BD} = \frac{d^2 - a^2 + b^2 - c^2}{2}.$$

Le produit scalaire des diagonales du quadrilatère $Q(A, B, C, D)$, plan ou gauche, reste donc invariable quand ce quadrilatère se déplace ou se déforme. En particulier, la condition nécessaire et suffisante pour qu'il soit nul est que l'on ait : $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ (1) AC et BD sont alors rectangulaires.

Si la condition (1) n'est pas réalisée, le signe du scalaire reste le même dans toutes les déformations et l'angle des demi-droites AC et BD reste aigu ou obtus.

Dès lors, si l'on mène par A , supposé fixe, deux vecteurs $\vec{AI}$ et $\vec{AJ}$ équipollents respectivement à $\vec{BD}$ et à $\vec{DB}$, les scalaires de AC et AI ,

(1) Voir l'énoncé page 4 des *Fascicules consacrés aux Examens et Concours en 1928*.

AC et AJ restent constants et opposés dans les déplacements et les déformations de Q compatibles avec la fixité du sommet A. Le point A a donc des puissances constantes et opposées par rapport aux sphères de diamètres respectifs CI et CJ. De ces deux sphères, l'une coupe orthogonalement une sphère Σ de centre A, l'autre coupe Σ suivant un grand cercle.

Dans le cas où Q est plan, les sphères sont remplacées par des cercles.

Enfin, l'égalité $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = \frac{a^2 + d^2}{2}$ montre que, dans les

mêmes conditions, la sphère de centre A et de rayon $\sqrt{\frac{a^2 + d^2}{2}}$ coupe la sphère de diamètre BD suivant un grand cercle. Cette propriété ne fait d'ailleurs intervenir que les deux côtés AB et AD du quadrilatère.

En se reportant à l'énoncé, on pourrait croire que l'essentiel des trois premières parties se retrouve dans ce court exposé. Ce serait certainement l'avis de la plupart des concurrents, si l'on en juge par le contenu de leurs copies. Il y manque en réalité une chose de grande importance, car l'existence d'un quadrilatère Q correspondant aux longueurs données a, b, c, d , n'y a pas été étudiée.

Si la relation (1) est vérifiée, il n'y a pas de doute à ce sujet. On peut réaliser une infinité de quadrilatères plans avec de telles données. Il suffit de tracer deux droites rectangulaires, portant les diagonales du quadrilatère cherché, de mettre en place le plus petit côté du quadrilatère, les côtés adjacents se plaçant naturellement et le côté opposé au premier, dans le quadrilatère ainsi défini, étant égal au quatrième côté donné, d'après la relation (1).

Il n'en est plus de même si a, b, c, d , sont donnés quelconques. On achève de définir la grandeur des deux triangles ABC, ADC, situés ou non dans un même plan, en se donnant la longueur l de la diagonale AC du quadrilatère inconnu. Pour que ces triangles existent, il faut et il suffit que l soit compris entre la plus petite des longueurs $a + b, c + d$, et la plus grande des longueurs $|a - b|$ et $|c - d|$. Si l'on suppose, par exemple, $a + b < c + d$, il en résulte $l \leq a + b$.

Si, en même temps, on a $|a - b| > |c - d|$, il faut que l'on ait $l \geq |a - b|$. l peut donc varier entre les limites $|a - b|$ et $a + b$ et, pour les valeurs extrêmes de l , le triangle ABC est aplati suivant la diagonale AC.

Au contraire, si l'on a $|a - b| < |c - d|$, l peut varier entre les deux limites $|c - d|$ et $a + b$, à condition que l'on ait $|c - d| < a + b$ et par suite, qu'un côté soit plus petit que la somme des trois autres. Cette fois, les deux triangles ABC et ACD peuvent s'aplatir successivement suivant AC.

Des considérations analogues s'obtiendraient avec les triangles ABD et CBD, et devraient être rapprochées des précédentes.

Quoi qu'il en soit, et sans entrer dans le détail des déformations continues de Q supposé plan — problème connu, sinon familier aux concurrents — il faut retenir que l ne peut varier qu'entre un minimum l_0 et un maximum l_1 , que Q soit plan ou gauche. De même, la projection de la seconde diagonale sur la première varie entre un maximum p_0 et un minimum p_1 correspondant respectivement à l_0 et à l_1 . Enfin, on pourrait échanger le rôle des deux diagonales dans ces conclusions. Il en résulte que la grandeur de Q supposé plan ne dépend que du paramètre l et que, s'il est gauche, elle dépend de l et de l'angle des deux plans ACB et ACD .

Ces observations faites sans autre intention que d'assurer les bases vont singulièrement faciliter la suite du problème.

Un moyen symétrique d'imposer au quadrilatère gauche Q une condition de grandeur indépendante des précédentes, est de fixer l'aire σ du quadrilatère q (parallélogramme) qui a pour sommets les milieux des côtés consécutifs de Q . Comme les côtés de q sont respectivement les moitiés des diagonales de Q , cette donnée nouvelle équivaut à la condition $ll' \sin \theta = 4\sigma$. En y joignant la relation

$$ll' \cos \theta = \frac{1}{2} |d^2 - a^2 + b^2 - c^2| \quad \text{on voit que } ll' \text{ et } \theta \text{ sont déterminés.}$$

La grandeur de Q dépend encore d'un paramètre : elle est définie si on se donne l par exemple.

Dans une quatrième partie, on supposait de plus que, A restant fixe, la droite AC se déplace dans un plan fixe Π auquel BD soit parallèle. AC ayant une position et une grandeur données, Q est défini en grandeur et en position (à une ambiguïté près). Imaginons que le point C se déplace sur une courbe Γ donnée. Les points I et J et le plan BCD dépendent d'un paramètre. Le lieu de ces points et l'enveloppe de la trace X du plan BCD sur le plan Π se déduisent simplement de la courbe Γ . En effet, I et J résultent de C par une inversion de pôle A et de puissance ll' , et une rotation d'un angle θ ou $\theta + \pi$, de sorte que leurs lieux respectifs sont des courbes inverses de Γ dans les conditions précitées. Toutefois, il est essentiel de remarquer que C ne peut décrire les arcs de Γ qui sont dans la couronne limitée par deux cercles de centre A et de rayons respectifs l_0 et l_1 ; une limitation correspondante s'en suit pour les lieux géométriques de I et de J .

La droite X est la parallèle à BD menée par C . Puisqu'elle fait avec AC un angle constant, la projection H du point A sur cette droite se déplace sur une courbe Γ' semblable à Γ , le centre de similitude étant A . X enveloppe l'antipodaire de A par rapport à Γ' . Ici encore, les déplacements de C et de X sont limités par les considérations précédentes.

Dans le problème proposé, Γ était une droite ou un cercle, ce qui permettait d'identifier l'enveloppe à des arcs de coniques.

Un autre moyen également symétrique d'imposer à Q une nouvelle condition de grandeur est de fixer la valeur V du volume du tétraèdre

ABCD. Si cette condition est remplie en même temps que la précédente, la formule $V = \frac{2}{3} \sigma h$, où h représente la plus courte distance de AC et BD, montre que h est constant. Q est défini en grandeur. On est ainsi conduit à la cinquième partie.

Soit Q_0 un quadrilatère satisfaisant aux conditions précitées. Tous ceux qui s'en déduisent par une rotation autour de l'axe Az du plan Π , mené par A, sont également des quadrilatères Q. Tout point remarquable, le centre de la sphère circonscrite à Q, par exemple, décrit un cercle dont l'axe est Az ; toute droite remarquable engendre un hyperboloïde ou un cône ou un cylindre de révolution dont l'axe est Az , ou enveloppe un cercle d'axe Az . Tout plan remarquable enveloppe un cône ou un cylindre de révolution dont l'axe est Az . Tous les résultats demandés dans la cinquième partie sont visés dans cette énumération.

Pour traiter complètement ce problème, il faudrait préciser la détermination des quadrilatères Q, quant à la grandeur, lorsqu'on donne a, b, c, d, σ et V , et par suite h . Si l'on remarque que la projection orthogonale de Q sur le plan Π est un quadrilatère Q_1 dont les côtés $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont aussi mesurés respectivement par $\sqrt{a^2 - h^2}, \sqrt{b^2 - h^2}, \sqrt{c^2 - h^2}, \sqrt{d^2 - h^2}$, et que le parallélogramme q_1 relatif à Q_1 est identique au parallélogramme q , on voit que la question est ramenée à la suivante :

Déterminer la longueur l d'une diagonale A_1C_1 du quadrilatère plan Q_1 , connaissant les côtés $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, et l'aire σ du parallélogramme qui a pour sommets consécutifs les milieux correspondants des côtés de Q_1 . Une discussion s'en suit, quand σ varie, les autres grandeurs restant fixes.

La mise en équation du problème est sans difficulté. Si l'on remarque que l'aire σ est la moitié de l'aire de Q, quand ce quadrilatère est convexe ou simplement concave, on peut, en désignant par S_1 et S_2 les aires des deux triangles ABC, ADC, écrire les équations :

$$|S_1 \pm S_2| = S = 2\sigma$$

$$16S_1^2 = (l + a + b)(l + b - a)(l + a - b)(a + b - l) \\ = 2l^2(a^2 + b^2) - l^4 - (a^2 - b^2)^2 = U(l^2)$$

$$16S_2^2 = (l + c + d)(l + d - c)(l + c - d)(c + d - l) \\ = 2l^2(c^2 + d^2) - l^4 - (c^2 - d^2)^2 = V(l^2)$$

si bien que l'équation qui définit l est :

$$|\sqrt{U(l^2)} \pm \sqrt{V(l^2)}| = 8\sigma \quad (2)$$

Cette équation irrationnelle est équivalente à chacune des suivantes :

$$U(l^2) + V(l^2) - 64\sigma^2 = \mp 2\sqrt{U(l^2) \cdot V(l^2)} \quad (3)$$

$$[U(l^2) - V(l^2) - 64\sigma^2]^2 = 256\sigma^2 \cdot V(l^2) \quad (4)$$

$$[V(l^2) - U(l^2) - 64\sigma^2]^2 = 256\sigma^2 \cdot U(l^2) \quad (5)$$

En élevant au carré les deux membres de l'équation (3), ou mieux, en développant (4) ou (5), on constate que l est racine d'une équation

bicarrée. Toute valeur de l^2 racine de la résolvante, donne à $U(l^2)$ et $V(l^2)$ des valeurs positives pourvu que σ ne soit pas nul. En se reportant aux expressions de $U(l^2)$ et $V(l^2)$, on voit que cette valeur de l^2 est nécessairement positive. Par conséquent, à chaque racine de la résolvante correspond une valeur positive de l , et cette valeur attribuant le signe + aux produits qui constituent $U(l^2)$ et $V(l^2)$, les deux triangles de côtés respectifs a, b, l et c, d, l existent. On est donc amené simplement à écrire que la résolvante a des racines. La formation de son discriminant Δ est intéressante. On constate qu'il s'annule pour trois valeurs de σ^2 , correspondant respectivement à un quadrilatère Q_1 dont les diagonales sont parallèles ($\sigma = 0$), à un quadrilatère Q''_1 biconcave et inscriptible, à un quadrilatère Q'''_1 convexe et inscriptible. Mais si le dernier de ces quadrilatères existe toujours quand le plus grand côté est inférieur à la somme des trois autres, la discussion du signe de Δ montre que les deux premiers s'excluent en général, si bien que Q_1 peut se déformer en allant de Q_1 à Q'''_1 , ou de Q''_1 à Q'''_1 . Le minimum de σ correspond donc soit à Q_1 (il est alors nul), soit à Q''_1 , et le maximum à Q'''_1 , ce qui redonne un résultat classique.

Il serait également intéressant de déterminer la forme du quadrilatère qui correspond à une racine de la résolvante. L'équation (3) montre que si cette racine donne à $U(l^2) + V(l^2) - 4\sigma^2$ une valeur positive, les deux sommets B et D sont d'un même côté de AC; ils sont de côtés différents dans le cas contraire. Une étude conjuguée, portant sur la diagonale BD, montrera si A et C sont d'un même côté ou de côtés différents de BD. L'association de ces résultats permet de conclure que Q_1 est convexe, concave ou biconcave. Il va de soi que le passage d'une forme à une forme voisine s'effectue quand trois sommets s'alignent, c'est-à-dire que l'un des triangles constituant Q_1 s'applatit.

Cette discussion qui n'est qu'amorcée dépassait évidemment les moyens des concurrents et on ne l'attendait pas d'eux. La question avait été posée parce que c'était un prolongement naturel des précédentes, et comme un moyen de départager les meilleurs.

Tel est, dans ses grandes lignes, le sujet proposé aux efforts des 287 candidats qui ont pris part à l'épreuve. Voyons comment ils s'en sont tirés.

La sixième partie n'a pas joué un rôle important, car l'équation bicarrée n'a été obtenue que par un candidat. Les cinq premières ont donc servi au classement et les moyennes indiquées ci-dessous s'y rapportent.

Toutes les copies ont été lues d'abord par deux correcteurs; les notes qu'ils ont données avaient simplement pour but de préparer le classement définitif en écartant toutes les copies qui ne paraissaient avoir aucune chance d'être récompensées. Ces notes donnent néanmoins une idée nette de la valeur générale de l'épreuve.

11 copies blanches ou nulles étant mises de côté, on trouve 20 notes

au-dessous de 2, 74 de 2 à 4, 51 de 4 à 6, 49 de 6 à 8, 23 de 8 à 10, 27 de 10 à 12, 23 de 12 à 14, 6 de 14 à 16 et 3 de 16 à 16,5, ce qui porte la moyenne générale à 6,13.

En fait, 22 copies ayant au moins une moyenne de 12,6 ont été retenues et revues par tous les correcteurs. Les 13 copies récompensées ont obtenu les notes définitives suivantes :

Prix : 16,7 ; 16,16 et 15,7.

Accessits : 14,4 ; 14,16 ; 14,16 ; 14,12 ; 14 ; 13,52 ; 13,28 ; 13,2 ; 12,96 et 12,2.

On ne pouvait espérer un échelonnement plus régulier.

La présentation a joué un rôle important dans le classement, les cinq premières parties du problème ayant été traitées dans presque toutes les copies primées et quatre au moins ayant été abordées dans les neuf suivantes. La tâche des correcteurs a donc présenté de réelles difficultés. L'unanimité à laquelle ils sont arrivés pour désigner les prix, dans l'ordre définitif, est un sûr garant de la précision du jugement qu'ils ont porté.

La copie classée en première ligne se lit avec plaisir. L'auteur ne manque ni d'ingéniosité, ni de souplesse ; on voudrait lui voir parfois plus de puissance.

La seconde se fait remarquer par la sobriété et la précision de la rédaction, par la logique des développements.

Le souci de marcher à la découverte caractérise la troisième ; un manque de sûreté dans les détails en diminue la valeur.

La copie n° 4 semble n'avoir pas donné la mesure de celui qui l'a rédigée. D'une logique impeccable et d'une grande précision, sur presque tous les points, elle s'est ressentie d'un manque de vision dans la troisième partie. Elle est la première où apparaisse le souci de limiter les lieux géométriques et partage ce caractère avec la copie classée 8^e.

La prolixité n'est pas rare. Une sobriété touchant à la sécheresse est fréquente ; en voici un exemple tiré de l'une des copies retenues, mais non récompensées : « On pourra évidemment recommencer le même raisonnement pour un quadrilatère gauche, à condition de remplacer le mot cercle par le mot sphère » est tout ce qu'on y trouve comme réponse à la question posée dans la troisième partie du problème. Ces deux lignes n'ont pas dû contribuer beaucoup à relever la note de la copie.

La tenue matérielle des copies est assez bonne en général. L'orthographe laisse peu à désirer. Sur ce terrain, un exemple fâcheux a été donné par un concurrent dont la copie a été récompensée à d'autres titres : « supérieure, ... en projetant, ... compris, ... » pourraient laisser croire qu'il est ami des répétitions, mais « obtu, ... l'air de ce quadrilatère, ... » montrent qu'il sait se restreindre à l'occasion. Il serait cruel d'indiquer son classement ; mais, si ces lignes lui tombent sous ses yeux, il se reconnaîtra aisément.

Par leur rareté, des tares de cette nature permettent de reconnaître

la valeur de l'ensemble. Les résultats de l'épreuve sont tels qu'on puisse se déclarer satisfait du niveau atteint par l'enseignement de la géométrie dans les classes de mathématiques de nos lycées et collèges.

L'Inspecteur général, Président du Jury de Correction,
E. BLUTEL.

**10. Rapport sur la composition de mathématiques
(Classe de Première C-D)
au Concours général des Lycées et Collèges en 1928**

Alors que l'année précédente, le Jury avait été unanime à se féliciter de la qualité remarquable du Concours, qu'il avait été frappé du grand nombre de compositions satisfaisantes comme de la maturité des premiers lauréats, il ne peut que déplorer la faiblesse du Concours de 1928.

Le sujet proposé (1) a été traité par 320 concurrents. Sur ce nombre, une première sélection n'a permis d'en retenir, avec beaucoup d'indulgence, que 32 ; et si, parmi ces derniers, le Jury a trouvé le contingent ordinaire de 13 lauréats, il n'a pas eu de regrets à abandonner les suivants. Les copies couronnées se suivent d'ailleurs de très près, présentant entre elles beaucoup d'analogies dans leurs faiblesses et leurs lacunes. La composition classée première a été loin d'épuiser le sujet proposé ; mais elle s'est nettement distinguée par sa netteté et sa précision ; tout ce qui est traité est exposé en excellents termes, dans une forme voisine de la perfection ; le Jury a été heureux de la distinguer nettement des autres compositions, généralement lourdes et pénibles, qui ont touché à plus de questions, mais dans des conditions insuffisantes, si ce n'est insignifiantes, ou même défectueuses.

L'objet de la question proposée était une étude élémentaire de la surface gauche de révolution, ses deux systèmes de génératrices, ses sphères inscrites. Bien entendu, le mot de surface gauche n'était pas prononcé dans le texte. Or, il a été constaté que certains élèves avaient certainement entendu parler de cette surface ; mais ceux-là n'ont pas su en tirer avantage ; bien au contraire, ils ont fait appel à leurs souvenirs plutôt qu'à leur propre jugement ; leurs pétitions de principe, leurs affirmations sont nombreuses, leurs raisonnements incomplets et souvent inintelligibles ; ces élèves ne comprennent pas ce qu'ils écrivent ; s'ils avaient fait œuvre personnelle, ils se seraient probablement mieux fait valoir.

Dans une première partie, on envisageait les symétriques D d'une droite fixe Δ_0 par rapport aux plans P menés par un axe fixe Z ; on demandait de montrer que les symétriques d'un même point de Δ_0 décrivent un cercle Γ , puis que les droites D font avec Z le même angle que Δ_0 , qu'elles ont avec Z la même plus courte distance, enfin qu'elles sont tangentes à une infinité de sphères S .

(1) Voir l'énoncé page 5 des Fascicules consacrés aux Examens et Concours en 1928

Ces diverses propriétés sont des conséquences immédiates de la symétrie, et cette première partie était considérée comme un préambule très facile, fait pour indiquer le chemin menant plus avant dans le domaine à explorer. Or, cette partie a arrêté le plus grand nombre des concurrents. Il semble que le mot de « symétrie », inscrit à leur programme, n'ait pour eux d'autre signification que sa définition, mais qu'il n'entraîne aucune conséquence ; le fait capital de l'égalité de deux éléments métriques symétriques leur échappe entièrement ; et cependant, leur attention sur ce point a dû être attirée à diverses reprises, ne serait-ce qu'à propos des trièdres symétriques, quand se présente la notion nouvelle d'orientation et son caractère différent des notions métriques. Alors qu'il suffisait de constater que Z est à elle-même sa symétrique, et D la symétrique de Δ_0 , pour en conclure, sans plus de discours, que Z et D ont une plus courte distance, un angle qui sont les mêmes que ceux de Z et Δ_0 , que la distance d'un point de Z à D est égale à sa distance à Δ_0 , le plus grand nombre des concurrents se sont perdus et se sont attardés dans des échafaudages pénibles de triangles égaux. S'ils savent ce que signifie la symétrie, ils ne se doutent pas qu'elle puisse être utilisée. L'erreur est de voir dans la Géométrie un ensemble de connaissances à acquérir et non un instrument que l'on apprend à manier.

Cette conception erronée développe une tendance à traiter isolément la moindre question, à en faire un îlot qui ne se rattache à aucune terre voisine. Ces élèves n'aperçoivent pas cet aspect intéressant des études géométriques, où des phénomènes variés se rapprochent les uns des autres en s'éclairant mutuellement. Ils répètent fidèlement des raisonnements qu'ils ont déjà développés : pour déterminer le lieu des points de contact d'une même sphère S avec les droites D , il en est qui constatent bien qu'un tel point de contact est le symétrique du point de contact de Δ_0 avec la même sphère S ; le résultat doit donc être considéré comme acquis, puisque le lieu du symétrique d'un point de Δ_0 a été précédemment établi, et cependant la démonstration se répète. Les diverses parties du sujet se reliaient les unes aux autres, ainsi que nous allons l'exposer tout à l'heure ; certaines phrases du texte étaient même données pour provoquer ces liaisons ; mais ces lumières, placées pour éclairer la route, n'étaient pas aperçues, et nos concurrents n'y trouvaient qu'un problème de plus à résoudre.

Notons encore une autre faiblesse, déjà signalée l'année précédente. Nos élèves sont maladroits lorsqu'il s'agit de représenter une figure de l'espace ; si la disposition de leur dessin se présente mal, ils le conservent néanmoins, au lieu d'en tirer une indication qui leur suggère une disposition plus favorable. Pareillement, ils n'osent pas recourir à des projections bien choisies ; quelques-uns cependant ont bien su tirer parti, dès le début, d'une projection sur un plan perpendiculaire à l'axe Z ; que n'ont-ils eu la pensée d'utiliser davantage cette projection, principalement dans la seconde partie, ainsi que dans la quatrième ?

Dans cet ensemble trop terne, relevons cependant une qualité. La proportion des compositions franchement mauvaises, ou comportant de grossières fautes de raisonnement, s'est sensiblement abaissée; peut-être ceci tient-il à ce fait que la première partie, tout en retenant trop longuement les concurrents, était néanmoins d'une essence facile. En fait de fautes graves, se reproduisant dans beaucoup de compositions, il n'en est guère que deux qui doivent être signalées. La première consiste à dire (nous sommes en Géométrie de l'espace) que le point B décrit un cercle sous cette seule raison que sa distance à un point fixe reste constante. La seconde est celle de ceux qui prétendent que deux droites, faisant le même angle avec un plan, font aussi le même angle avec toute droite de ce plan. Enfin, il est intéressant de relever une troisième faute, bien qu'elle n'ait été commise que par un seul, mais parce qu'elle est un exemple de ce que donne l'abus du mécanisme : pour établir que le lieu d'un point B est un cercle, la méthode, dit l'élève, est de démontrer que quatre points quelconques B_1, B_2, B_3, B_4 de ce lieu sont sur un même cercle; l'élève établit ensuite, correctement d'ailleurs, que le point B_1 est sur le cercle de centre I et de rayon IA_0 ; et de conclure en ces termes : la démonstration serait la même pour les points B_2, B_3, B_4 ; la proposition est donc démontrée!

Ceci dit, nous allons passer en revue les diverses parties du sujet; nous ne reviendrons pas sur la première partie, qui s'est trouvée être le morceau capital de la composition.

Dans la seconde partie, on envisageait un des cercles Γ , et deux droites particulières D_1, D_2 de la première partie, puis les droites Δ rencontrant ces trois lignes, et l'on proposait de « *montrer que par un point quelconque pris indifféremment sur l'une de ces trois lignes passe une droite Δ et une seule, puis que ces droites Δ possèdent, comme les droites D , les qualités énoncées au n° 1* ».

Cette dernière ligne est l'une de ces indications que n'ont pas aperçue les élèves. Il est naturel d'établir une même qualité par une même démonstration; mais si une démonstration doit être identique à celle qui la précède, il n'y a pas lieu de la répéter, mais de constater seulement le retour des mêmes hypothèses. Il y avait donc là une suggestion qui indiquait de démontrer que les circonstances de la première partie se renouvelaient. En envisageant donc les symétriques Δ de la droite D_1 par rapport aux différents plans P menés par Z, il était établi, d'après la première partie, que toutes ces droites Δ rencontrent Γ et D_1 , et que, de plus, elles possèdent les qualités énoncées. La question est ainsi résolue immédiatement, sauf à justifier que ces droites Δ rencontrent aussi D_2 , ou encore qu'elles coïncident avec les droites Δ' obtenues de la même manière en partant de D_2 . C'était le point délicat; quelques-uns y ont été conduits sans le voir clairement, et, *a fortiori*, sans le résoudre. La solution à laquelle s'attendait le Jury consistait à s'inspirer des méthodes de la Géométrie cotée et à projeter la figure sur le plan du cercle Γ . La coïnci-

dence apparaît alors de suite : les droites Δ et Δ' s'associent deux à deux, ayant deux points communs (de même projection et de même cote), l'un sur le cercle Γ supposé quelconque, l'autre sur celui des cercles Γ dont le rayon est minimum. Un autre procédé consiste à observer que chaque droite Δ ou Δ' s'obtient, à partir de Δ_0 , par deux symétries par rapport à deux plans menés par Z , donc par rotation autour de Z ; mais cette démonstration fait appel aux propriétés des rotations que ne connaissent pas encore les élèves de Première. En voici une troisième, qui était à leur portée. Toutes les droites Δ , Δ' , ainsi que les droites D du n° 1, possèdent les qualités énoncées dans ce n° 1. Or, par un point de F , passent une droite Δ , une droite Δ' , et une droite D , et, d'autre part, par ce même point on ne peut mener, tangentielllement à la sphère S passant par ce point, que deux droites faisant l'angle donné avec Z ; sur les trois droites Δ , Δ' et D , il y en a donc deux qui se confondent, de sorte qu'il ne reste plus à établir que D ne peut se confondre ni avec Δ , ni avec Δ' . Mais, si D se confondait avec Δ , par exemple, elle posséderait les qualités de celle-ci, d'être dans un même plan avec D_1 sans se confondre avec elle, alors qu'il apparaît facilement, d'après le mode de génération des droites D étudié dans la première partie, que deux de ces droites ne peuvent être ni sécantes, ni parallèles.

Passons de suite à la quatrième et dernière partie, qui se rattache directement à la précédente. « On suppose que D et D' sont les symétriques de Δ_0 par rapport à deux plans rectangulaires P et P' menés par Z et que la sphère S est celle de rayon minimum. On considère toutes les droites rencontrant D et D' et tangentes à S ; il s'agit de montrer que ces droites comprennent les droites Δ et une autre famille dont on cherchera le lieu du point de contact avec la sphère S . »

L'hypothèse particulière de l'orthogonalité des plans P et P' entraîne de suite que D et D' sont tangentes à S aux extrémités d'un même diamètre. Ce fait a bien été aperçu de quelques concurrents, mais sans qu'ils sachent en tirer parti. Or la conséquence en est que la figure est alors constituée avec deux droites quelconques D , D' et la sphère S décrite sur leur perpendiculaire commune CC' comme diamètre. L'axe Z est une bissectrice, issue du milieu O de CC' , de l'angle formé par les parallèles à D et D' . De la deuxième partie résulte qu'il existe une série de droites s'appuyant sur D et D' et tangentes à S en un point variable du grand cercle de cette sphère dont le plan est perpendiculaire à Z . Or, rien ne distingue cette bissectrice Z de la seconde bissectrice Z_1 du même angle ; à cette seconde bissectrice correspond donc une seconde famille de droites Δ_1 , tangentes à S en un point variable sur le grand cercle dont le plan est perpendiculaire à Z_1 . Il reste enfin à constater qu'il n'existe pas, en dehors des droites Δ et Δ_1 , d'autres droites tangentes à S et s'appuyant sur D et D' , car, par tout point I , pris sur D , passent deux telles droites, intersections du plan mené par I et D' avec le cône circonscrit à S de sommet I , et deux seulement.

La troisième partie proposait de « calculer le rayon R d'une sphère S en fonction de la distance x de son centre au point O , et des constantes a et α ». Puis, réciproquement, on se donne, « a priori, trois sphères Σ, Σ', S_1 dont les centres sont alignés et dont les deux premières sont égales, et l'on demande de chercher, en calculant les constantes a et α , s'il existe deux familles de droites D et Δ , définies comme aux nos 1 et 2, tangentes à ces trois sphères ».

Le calcul, qui donne $R^2 = a^2 + x^2 \sin^2 \alpha$, est simple ; il a été réussi rapidement par les bons élèves ; les autres y sont arrivés par application copieuse du théorème de Pythagore. Ceci fait, les élèves s'engagent trop vite dans le calcul de la réciproque ; ils écrivent des équations, font des calculs, sans s'occuper de leur signification. Il y avait d'abord à déterminer la position du point O ; la considération de la formule précédente, donnant deux valeurs égales de R pour deux centres équidistants de O , plaçait immédiatement ce point O au milieu de la distance des centres des sphères égales données. Il y avait à observer et non à calculer. Or, les uns ont considéré le point O comme donné ; d'autres ne se sont pas aperçu qu'il y avait lieu de rechercher sa position ; quelques-uns l'ont fait à grand renfort de calculs. La même considération permettait de rétablir une symétrie entre les données que l'on pouvait regarder comme constituées par deux couples alignés de sphères égales et symétriques par rapport à un même point O : Σ, Σ' et S_1, S_1' . Ceci permettait de désigner par R le plus grand rayon, par R' le plus petit, par x et x' les distances respectives des centres au point O ; cela évitait de lourdes discussions envisageant plusieurs cas suivant l'ordre de grandeur de R et R' , les signes de x et x' . Le calcul donnait facilement :

$$\sin^2 \alpha = \frac{R^2 - R'^2}{x^2 - x'^2}, \quad a^2 = \frac{R'^2 x^2 - R^2 x'^2}{x^2 - x'^2},$$

(plusieurs n'ont pas vu que c'était a et α qu'il s'agissait de calculer), puis les conditions :

$$0 < \sin^2 \alpha < 1, \quad a^2 > 0,$$

lesquelles, en vertu des remarques précédentes, se traduisent par

$$x^2 > x'^2, \quad x^2 > x'^2 + R^2 - R'^2, \quad x^2 > \frac{R^2 x'^2}{R'^2},$$

inégalités toutes résolues par rapport à x^2 ; la première s'efface devant la troisième, dont elle est conséquence ; il y a donc lieu de distinguer deux cas, et deux cas seulement, suivant l'ordre de grandeur des deux limites trouvées (toujours positives), c'est-à-dire suivant le signe de la différence

$$x'^2 + R^2 - R'^2 - \frac{R^2 x'^2}{R'^2} = (R^2 - R'^2) \left(1 - \frac{x'^2}{R'^2}\right),$$

ou encore suivant que x' est inférieur ou supérieur à R' , soit enfin suivant que les petites sphères se coupent ou ne se coupent pas. Dans le premier cas, la seule condition de possibilité du problème est :

$$x^2 > x'^2 + R^2 - R'^2 ;$$

en l'écrivant (les élèves de Première ne connaissent pas la puissance d'un point par rapport à une sphère) :

$$R'^2 - x'^2 > R^2 - x^2,$$

elle signifie que les grandes sphères ou bien ne se coupent pas, ou bien se coupent suivant un cercle plus petit que les petites sphères. Dans le second cas, la seule condition est :

$$x^2 > \frac{R^2 x'^2}{R'^2}, \quad \text{ou} \quad \frac{x}{R} > \frac{x'}{R'};$$

elle signifie que les grandes sphères se placent à l'intérieur du cône de sommet O, circonscrit aux petites sphères. Il y a deux cas limites intéressants, celui où toutes les sphères passent par un même cercle,

qui donne $\alpha = \frac{\pi}{2}$, auquel cas les droites D et Δ se confondent toutes

avec les tangentes à ce cercle, et celui où toutes les sphères sont inscrites dans un même cône, qui donne $\alpha = 0$, auquel cas les droites D et Δ se confondent avec les génératrices de ce cône.

Cette discussion est à la portée de nos élèves de Première ; mais les concurrents s'étaient attardés, et fatigués, sur la première ou les deux premières parties du problème.

L'Inspecteur Général, Président du Jury de Correction,
A. TRESSE.

11. Rapport sur le Concours, en 1928 de l'Agrégation de l'Enseignement secondaire des jeunes filles Section des Sciences Mathématiques (1)

60 candidates ont participé au concours ; cet effectif est légèrement supérieur à celui de l'année précédente, qui en réunissait 56 ; 3 d'entre elles, au lieu de 3, ont abandonné le concours pendant les compositions écrites. A effectifs sensiblement égaux correspondent des épreuves sensiblement égales : même moyenne, exactement de 10, pour les compositions écrites des candidates admissibles ; moyenne légèrement supérieure, de 11,5 au lieu de 11, pour leurs épreuves orales. C'est dans ces résultats que se trouve l'une des raisons qui ont permis au Jury de ne pas faire seulement 6 nouvelles agrégées, ainsi qu'il en avait été décidé avant l'ouverture du Concours, mais d'en admettre 8, comme en 1927.

Sur les 60 candidates qui ont pris part aux épreuves écrites, le Jury en a retenu 15 pour l'admissibilité, 15 dont les 5 dernières se classaient presque à égalité, à deux dixièmes de point près dans leur moyenne (8,3 à 8,1), l'écart étant plus sensible, de 0,3, entre la dernière admissible et celle qui la suivait immédiatement.

Les épreuves orales ont peu modifié les résultats donnés par l'écrit : des 8 premières admissibles, deux seulement, classées 7^e et 8^e à l'écrit,

(1) Le Jury était composé de MM. TRESSE, inspecteur général, président, BLUTEL, inspecteur général, Mlle BARDIER, professeur au Lycée Jules-Ferry, et de M. LAVELLE, professeur au Lycée Henri-IV, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

ont échoué, échangeant à peu près leurs places avec leurs concurrentes admissibles 9^e et 11^e, pour se classer elles-mêmes aux 10^e et 11^e rangs de la liste définitive.

A part une exception, qui a d'ailleurs été légitimement récompensée par le 1^{er} rang du classement général, il paraît que les candidates font surtout porter leurs efforts, dans la préparation du concours, sur les compositions écrites ; que, dans les épreuves orales, elles n'ont pas le même souci de la perfection et se contentent facilement d'une banale et facile moyenne. Ne se trompent-elles pas sur leur propre intérêt ? Sans parler du souci de la préparation à leur rôle de demain, ce concours leur donne des exemples où une bonne leçon conduit plus facilement au succès qu'une excellente composition. C'est celui, qu'il faut souligner, de cette candidate qui, 4^e admissible, est devenue première agrégée grâce à deux excellentes leçons qui avaient été bien préparées. C'est celui de trois concurrentes déjà instruites par l'expérience de l'enseignement, qui gagnent à l'oral, 2, 3, ou 5 rangs. C'est celui de deux autres, faisant partie du groupe des 5 dernières admissibles, dont l'une arrive au but avec deux bonnes leçons, et dont l'autre ne le manque que d'un rang avec une seule bonne leçon. C'est, inversement, l'exemple de deux candidates, très bien classées à l'écrit et qui, sans échouer, perdent jusqu'à 4 rangs avec des leçons qui manquent de logique ou ne sont pas supérieures aux réponses d'une bonne élève récitant consciencieusement une page apprise.

Ce fait paraît lié à l'origine des candidates, qui abordent l'Agrégation en venant, les unes de la Licence, les autres du Certificat d'aptitude. Les premières sont en majorité parmi les concurrentes, 34 sur 60 ; mais elles deviennent minorité, 6 sur 15, parmi les admissibles, et minorité mieux marquée encore, 3 sur 8, parmi les nouvelles agrégées ; sur les 5 premières de celle-ci, il n'y a qu'une licenciée.

Tout cela établit que l'Agrégation reste, comme elle le doit, un Concours ayant à la fois un caractère scientifique et professionnel, et que les candidates se trompent, qui soignent la première qualité, pour négliger la seconde.

Epreuves écrites (1).

1^{re} Composition d'Arithmétique, Algèbre et Géométrie (Mlle BARBIER). — La composition portait sur un problème de Géométrie plane, qui faisait intervenir, entre autres, les propriétés élémentaires des coniques, nouvellement inscrites au programme.

Le texte déguisait un certain nombre de questions, faciles à dégager, et presque toutes suffisamment classiques pour ne surprendre aucune candidate. En fait, la première partie et les trois quarts de la seconde n'ont vraiment embarrassé qu'une dizaine d'entre elles. Mais l'étude complète du sujet obligeait à quelque soin.

(1) Voir les énoncés pages 11, 12, et 13 des *Fascicules consacrés aux Examen et Concours en 1928*.

Cette nécessité a échappé à beaucoup d'aspirantes, assez imprudentes pour attaquer le problème proprement dit avant tout examen de la disposition des cercles des couples (C), formant l'ensemble proposé à leur attention.

Alors qu'il y avait lieu de considérer *tous* les couples de cercles dont les centres O et O' et le centre d'homothétie directe S sont trois points donnés, on se borne, dans un grand nombre de copies, à envisager seulement le cas de deux cercles extérieurs, sans soupçonner l'arbitraire du choix, et, en la circonstance, son danger.

Il en résulte que bien des raisonnements présentés et des conclusions énoncées n'ont pas de valeur générale. En particulier, les lieux des sommets des quadrilatères (q) et (Q), associés à un couple fixe (C), coupé par une droite (D) variable, ne sont pas, comme on l'a trop souvent cru, ni des droites nécessairement illimitées, ni uniquement des hyperboles.

Il est regrettable qu'il se soit trouvé des candidates pour persévérer dans cette dernière erreur, qui conduisait, dès le début de la troisième partie, à l'hérésie — elle a été formulée ! — de deux hyperboles homofocales passant par un même point. D'autres ont été amenées par là à rectifier leurs conclusions antérieures, mais leurs compositions se ressentent du défaut initial d'observation et de méthode. En définitive, fort peu de copies, exactement six, présentent une étude satisfaisante de la famille des courbes (Γ).

La fin de la deuxième partie, dont l'objet était la nature des courbes (Γ'), a arrêté quarante-trois candidates. Celles qui ont résolu — ou cru résoudre — la question, ont fait intervenir des calculs maladroits ou des considérations d'homographie, souvent simplistes et erronées, en tout cas, en dehors du programme. Il a été tenu compte des raisonnements corrects, mais une solution géométrique élémentaire eût été plus appréciée.

Il s'agissait de déterminer le lieu des sommets P des triangles isocèles dont les côtés passent respectivement par O et O' et dont la base a pour support la droite donnée D. Si l'on désigne par A et B les points de OP situés sur la parallèle et la perpendiculaire à D menées par le milieu I de OO', les parallèles à O'P, menées par A et B sont symétriques par rapport à IA et IB, et leur symétrie par rapport à I apparaît aussitôt. L'équipollence des vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{BP}$ en résulte, et la propriété connue des cordes d'une hyperbole permet alors de conclure que le point P appartient à l'hyperbole définie par les asymptotes IA, IB et le point O. Le réciproque n'offre aucune difficulté.

La troisième partie du problème, abordée par la grosse majorité des candidates dans de très mauvaises conditions, a été abandonnée par les deux tiers d'entre elles. Pourtant, il était possible de traiter la question dans son ensemble sans rien connaître de la nature et des propriétés des courbes (Γ) et (Γ') définies par le texte.

Il suffisait d'observer — et quelques candidates l'ont fait sans aller assez loin dans cette voie — que les droites (D) correspondant au

choix du point P ne sont autres que les droites isogonales à PO et PO' menées par S et son conjugué S' par rapport à O et O'. Cette remarque permet d'obtenir très simplement les systèmes (D, C), au nombre de quatre en général, auxquels s'associent : d'une part, deux courbes (Γ), (une pour chaque direction D) ; d'autre part, une seule courbe (Γ'). En outre, P' étant un deuxième point de la courbe (Γ) correspondant à un système (D, C), les cercles (γ) de centres P et P' tangents aux cercles de couple (C), admettent les cordes de contact de ceux-ci comme droites isogonales de même espèce (vu la nature des contacts) ; ces cordes se coupent donc sur PP'. Un simple passage à la limite montre que la tangente à (Γ) en P est perpendiculaire sur (D). Les tangentes en P aux deux courbes (Γ) se confondent donc avec les bissectrices des angles (PO, PO'). Quant aux tangentes en O et O' à la courbe (Γ'), considérées aussi comme positions limites de sécantes, elles se montrent isocéliennes de OO' par rapport à (D). Les deux lieux demandés apparaissent donc immédiatement.

Une seule candidate a conduit correctement toute cette étude jusqu'au bout, mais en utilisant les résultats de la deuxième partie et les propriétés connues de l'ellipse et de l'hyperbole. En dehors de sa copie et de quarante-deux zéros de défection, il convient de signaler deux « assez bien » et quatre « passable » ; le reste est médiocre ou franchement mauvais.

L'ensemble se relève un peu avec la quatrième partie, nettement indépendante des deux précédentes, et qui n'entraîne que quatorze abstentions. Trente-six des solutions présentées sont satisfaisantes, abstraction faite de la toute dernière question, que personne n'a abordée sérieusement, faute de temps.

Quelques chiffres préciseront la valeur de l'épreuve.

Les moyennes d'ensemble pour les quatre parties du problème sont :

$$11, \quad 8\frac{1}{2}, \quad 2\frac{1}{2}, \quad 7\frac{3}{4}.$$

Le jeu des coefficients attribués aux diverses questions ramène la moyenne générale à 7,2 ; elle est sensiblement supérieure à celle de l'an dernier.

La possibilité de faire appel à un plus grand nombre de relations géométriques paraît avoir favorisé les candidates. Ce ne sont pas, en effet, les connaissances, ni même les idées, qui manquent à la plupart d'entre elles, mais bien plutôt la vigueur et la netteté de pensée. Alors que certaines solutions ont une tendance fâcheuse à se transformer en un répertoire d'énoncés généraux, par ailleurs, les fautes de logique, flagrantes ou insidieuses, les incohérences, parfois pénibles, se donnent libre cours. Rares, mais combien appréciées, les copies qui échappent à ces critiques.

Deux se détachent nettement de l'ensemble avec les notes $16\frac{1}{4}$ et $14\frac{3}{4}$.

Puis viennent neuf copies, moins complètes ou plus inégales, mais non sans mérites, cotées de $12\frac{1}{2}$ à 10, et treize, d'une médiocrité honorable, de 10 à 8.

Parmi les vingt-deux suivantes, dont la note dépasse 5, on relève encore celles de quelques bons esprits, victimes de leur lenteur ou d'un souci exagéré du détail.

Mais les quatorze dernières qui, à l'exception de quatre, sont cotées au-dessous de 3, dénotent, pour le moins, une grave insuffisance de préparation.

2° *Composition d'Algèbre, Trigonométrie et Analyse* (M. BLUTEL). — L'étude d'une équation différentielle linéaire du second ordre (E), de la forme $y'' = A(x)y$, où $A(x)$ est une fonction rationnelle, choisie de façon que (E) ait une intégrale particulière I_0 rationnelle, constituait la partie principale du problème d'algèbre et d'analyse. La connaissance de I_0 conduisant à l'intégration de (E). Deux questions préliminaires attiraient d'ailleurs l'attention sur l'existence de I_0 et les moyens de la déterminer.

$z(x)$ désignant une fonction rationnelle quelconque, on demandait de comparer les valeurs de la variable, qui donnent à la fraction $u = \frac{z''}{z}$ une valeur infinie (pôles de la fraction), aux pôles et aux zéros de z . [L'emploi du mot pôle, sans autre indication, paraît avoir déconcerté quelques candidates].

Il apparaît de suite que les pôles de u ne peuvent être que les valeurs de x qui rendent z'' infinie et celles qui annulent z , c'est-à-dire les pôles de z'' et les zéros de z . Or, la décomposition de z en éléments simples montre que les pôles des dérivées successives de z sont les mêmes que ceux de z et qu'un pôle x_0 d'ordre α pour z est un pôle d'ordre $\alpha + 2$ pour z'' , par suite un pôle double pour u , puisque cette fraction est un infiniment grand d'ordre 2 par rapport à $\frac{1}{x - x_0}$.

La réponse est un peu moins précise pour les zéros de z . Un zéro simple x_1 de z n'est pas un zéro de z' mais peut être un zéro de z'' . On s'en rend compte sur l'exemple : $z = (x - x_1)^3 + a(x - x_1)$. x_1 est donc tout au plus un pôle simple de u . Un zéro double x_2 de z est zéro simple de z' et n'est pas un zéro de z'' ; c'est donc un pôle double de u . Un zéro x_3 d'ordre $\beta + 2$ pour z est un zéro double β pour z'' ; c'est donc un pôle double de u .

En résumé, u ne peut avoir que des pôles simples ou doubles; les premiers ne peuvent être que des zéros simples de z , les seconds pouvant être soit des pôles, soit des zéros multiples de z .

Dans 45 copies où cette question a été abordée, sur 57, on trouve des calculs généralement compliqués; 25 ont pourtant obtenu des notes allant de 10 à 17.

Une idée qui s'est imposée à quelques candidates, dans la suite,

aurait pu trouver place ici. Soit ax^m un équivalent de z pour x infini ; u est équivalent à $m(m-1)x^{-2}$, pourvu que m ne soit égal ni à 0 ni à 1.

La solution de la seconde question résulte rapidement de ce qui précède. Il s'agissait de trouver les conditions que doit remplir le polynôme $a(x)$ du 3^e degré pour que l'équation différentielle $a(x)y''=y$ admette une intégrale rationnelle z . La fonction $u = \frac{1}{a(x)}$ ne devant

avoir qu'un pôle simple x_0 et un double x_1 , ou 3 simples x_2, x_3, x_4 , à cause du degré de $a(x)$, ce polynôme à l'une des formes $b(x-x_0)(x-x_1)^2$ ou $c(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$. La seconde forme doit être écartée : z n'aurait pas de pôle et devrait avoir x_2, x_3, x_4 comme zéros simples. Il serait donc identique à $ka(x)$ et u n'aurait pas la valeur voulue. Bornons-nous donc à la première. x_0 est un zéro simple de z tandis que x_1 en est soit un pôle, soit un zéro multiple. On doit alors prendre $z=(x-x_0)(x-x_1)^p$, ou p désigne un entier négatif ou supérieur à 1. Pour x infini, z est équivalent à x^{1+p} et u le serait à $(p+1)p x^{-2}$, alors qu'il doit être équivalent à $b x^{-3}$. Ceci exige que p soit égal à -1 . La substitution de $z = \frac{x-x_0}{x-x_1}$ à y donne en outre la relation $b = \frac{1}{2(x_1-x_0)}$, qui achève de déterminer $a(x)$ en fonction de x_0 et de x_1 .

44 candidates ont abordé cette partie du problème et 23 ont des notes variant de 10 à 19.

L'intégration de l'équation (E) : $(1-x)^2 xy'' = 2y$ est une application immédiate de la seconde partie. La fonction $z = \frac{x}{1-x}$ en est une intégrale particulière et le changement de fonction habituel, $y = \mu z$, donne l'intégrale générale sous la forme $f(x) + g(x)L|x|$, f et g désignant deux fonctions rationnelles très simples, qui dépendent linéairement de deux constantes arbitraires. Une condition restrictive à laquelle personne ne s'est attardé, bien qu'elle méritât un moment d'attention, limitait l'étude à une famille d'intégrales dépendant d'une seule constante, et au tracé des courbes C_{y_0} définies par l'équation

$y = y_0 \left(x + 1 + \frac{2x}{1-x} L|x| \right)$. L'indétermination apparente de y , pour $x=0$ et $x=1$, a été pour beaucoup une source de difficultés. Cependant le signe de y' a été étudié assez adroitement par quelques candidates ; certaines ont tiré un excellent parti de l'équation (E) pour prévoir les points d'inflexion et le sens de la concavité de la courbe. Le tracé des branches infinies paraboliques a été defectueux en général.

Cette partie du problème, la plus variée en résultats, est aussi celle qui a le plus contribué à la note finale. 19 essais, sur 45, ont obtenu des notes variant de 10 à 18.

A partir de là, soit que les candidates fussent fatiguées, soit que

l'effort demandé les dépassât, les résultats ont vite décliné. La recherche des tangentes de coefficient angulaire m a produit encore quelques essais intéressants. L'étude de la parabole $P_{y_0 m}$, d'axe parallèle à oy , passant par les points de contact de C_{y_0} avec les tangentes précitées, et dont l'équation dépend rationnellement de y_0 et de m , n'a pas donné grand chose, et personne n'a bien situé, l'une par rapport à l'autre, les deux courbes C_{y_0} et $P_{y_0 m}$. La détermination des coniques est peu familière aux candidates.

La substitution de y' à m , dans l'équation $P_{y_0 m}$, donne une équation différentielle du premier ordre, qui dépend linéairement de y_0 . Les courbes intégrales de cette équation vérifient une équation différentielle du second ordre, indépendante de y_0 , qui n'est autre que (E). La candidate qui a vu ce fait en a donné une explication un peu superficielle.

14 ont attaqué cette quatrième partie du problème ; l'une a obtenu 14, une seconde 12 et toutes les autres ont moins de 7.

La cinquième et dernière partie n'avait été proposée que pour départager des candidates qui eussent montré une habileté particulière à traiter les quatre autres. En fait, 7 seulement l'ont abordée, avec des procédés que les libertés accordées par le texte ne suffisent pas à justifier. Celle qui a obtenu la note la plus élevée, soit 8, n'avait rien remis sur les deux premières questions. Elle a affirmé que le

produit $\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots\right) Lx^2$ s'annule quand on y fait $x = \pm 1$,

sans remarquer que le premier facteur est infini pour $x = 1$. Cela ne l'a pas empêchée de trouver exactement l'aire A , limitée par la courbe C_{y_0} et le segment $(-1, +1)$ porté par ox , et la formule

$\frac{A}{y_0} = 2 - 4 \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots\right)$ l'eût conduite au résultat, sans une

erreur grossière dans l'évaluation d'une limite supérieure de l'erreur commise, lors du calcul approché de la somme de la série. Elle a

donné 1,3 comme valeur approchée de $\frac{A}{y_0}$ à 0,1 près tandis que le résultat est compris entre 1,06 et 1,07.

Personne n'a vu la relation simple $4A_1 = 2A_2 + 3y_0$, qui existe entre les deux portions de l'aire A , séparées par oy .

Dans l'ensemble, 8 candidates ont des notes qui varient de 10 à 16,2 et 12 autres ont des notes qui ne sont pas inférieures à 7. La moyenne générale de l'épreuve est 5,1.

La lecture de quelques copies laisse croire que les intéressées n'étaient pas en possession de tous leurs moyens ; on peut espérer qu'elles arriveront au but, dans d'autres conditions.

Mais il paraît nécessaire de signaler à d'autres l'erreur d'orientation qu'elles ont commise en s'engageant dans cette voie. Intégrer un produit de plusieurs fonctions, comme si certains des facteurs étaient

des constantes, dépasse les bornes de la distraction ; traiter une équation différentielle non linéaire tout comme une équation linéaire, sous prétexte qu'elle présente un second membre, prouve que les bases essentielles du calcul intégral manquent complètement. Celles qui se sont laissé aller à commettre de pareilles fautes devront faire soigneusement l'inventaire de leurs connaissances avant de persévérer.

On ne saurait trop conseiller, même aux meilleures, de mettre au point les résultats acquis dans l'étude d'une question avant de passer à une autre. Il ne suffit pas de prendre conscience d'une vérité pour en tirer des applications ; il faut se donner la peine de la formuler de façon précise, après l'avoir envisagée sous tous ses aspects, sans idée préconçue. Le temps consacré à l'observation et à la réflexion est du temps gagné pour l'action.

3° *Composition de Géométrie, Géométrie analytique et Mécanique* (M. TRESSE). — La lecture des compositions de Mécanique des candidates à l'Agrégation de Mathématiques de l'Enseignement secondaire féminin a procuré à leur correcteur des surprises de divers ordres et de diverses qualités. Là où ce dernier s'attendait à trouver, chez le plus grand nombre, des applications régulières et faciles des méthodes analytiques, il n'a fréquemment rencontré que des développements embarrassés, maladroits, insuffisants et parfois même grossièrement inexacts. En retour, sur des points qui lui semblaient plus délicats et réservés aux meilleures, là où l'esprit de finesse, les qualités géométriques devaient entrer en jeu, il a été souvent et agréablement surpris de lire de bonnes pages, de découvrir d'habiles et ingénieuses solutions. Nos candidates semblent se refuser à suivre les chemins rectilignes, mais sans art, qui leur sont indiqués ; en revanche, elles entendent presque toutes l'appel qui n'était fait qu'aux plus cultivées. Conséquence de leur formation générale, ou manifestation de leurs qualités féminines, elles ne savent pas agir sous le costume sobre, mais sévère, des méthodes analytiques, elles sont mieux à leur aise avec les parures, les fines nuances de la Géométrie.

Le thème qui leur était proposé se rapporte à la statique d'un point matériel libre soumis à trois forces : les deux premières, F et F' , sont une attraction et une répulsion exercées respectivement par deux centres fixes A et A' ; la troisième, F'' , est une attraction exercée par un plan P contenant A et A' ; toutes ces forces sont inversement proportionnelles aux distances respectives r, r', x , du point matériel à A, A', P , avec des coefficients de proportionnalité égaux pour les deux premières et doubles de celui de la troisième. Il était d'abord demandé, dans la première partie, de déterminer les positions d'équilibre du point matériel. Ensuite, dans la seconde, les candidates n'ayant pas à connaître les propriétés du potentiel et des surfaces de niveau, elles avaient à démontrer que la résultante des forces F et F' est normale en son point d'application à la sphère définie par $\frac{r}{r'} = \text{constante}$,

celle des forces F' et F'' normale de même à la sphère $\frac{r'^2}{x} = \text{const}^{\text{te}}$, et enfin que le point matériel reste en équilibre quand il glisse sans frottement sur une surface $\frac{r^2 x}{r'^2} = \text{const}^{\text{te}}$. Les concurrentes étaient

invitées à montrer dans ce sujet, qu'elles connaissent et savent manier les règles concernant les grandeurs vectorielles, leur mesure algébrique, leurs projections; incidemment, il leur était indiqué que les résultats demandés pouvaient aussi s'établir par voie géométrique. Le succès n'a pas, en général, répondu à notre attente sur le premier point; quant à la partie géométrique, loin d'être réservée aux meilleures, elle a été d'un grand secours pour beaucoup.

Dès les premières lignes, on semble ignorer que pour représenter une grandeur dirigée par un nombre algébrique il y a toujours lieu d'établir une convention, celle qui fixe le sens correspondant aux nombres positifs; or cette convention n'a été indiquée chez aucune; beaucoup confondent même une force et sa mesure et déclarent que les

forces qui interviennent sont les nombres $-\frac{2}{r}, \frac{2}{r'}, \frac{1}{x}$, sans préci-

ser du reste si r, r', x désignent des mesures arithmétiques de longueurs ou des mesures algébriques de segments; il semble qu'en vertu d'une loi physique insoupçonnée une force attractive soit toujours négative, une force répulsive toujours positive; est-ce en vertu d'une convention? on ne le sait, et s'il en est ainsi, la convention n'est pas énoncée. Disons, puisque cette notion fondamentale semble ignorée que, pour les forces F et F' par exemple, il y avait à choisir un sens positif (lequel n'est pas nécessairement celui allant de A ou A' vers M), c'est-à-dire un axe, sur la ligne d'action de chacune d'elles, que, cela fait, les vecteurs se représentent respectivement par des nombres algébriques $r = \overline{AM}$, $r' = \overline{A'M}$, et les mesures algé-

briques des forces F et F' par $-\frac{2}{r}$ et $+\frac{2}{r'}$: il y avait ensuite,

pour évaluer les projections de ces forces, à multiplier ces mesures algébriques par les cosinus directeurs des axes choisis. Plus rapidement au reste, il suffisait de constater que, par exemple, les deux vecteurs de même support $\vec{F}$ et $\vec{AM}$ ont un rapport toujours négatif, égal à

$\frac{\vec{F}}{\vec{AM}} = -\frac{2}{\overline{AM}^2} = -\frac{2}{r^2}$, que r soit longueur ou vecteur, arithméti-

que ou algébrique, et que les projections de $\vec{F}$ sont donc égales à celles de $\vec{AM}$, multipliées par $-\frac{2}{r^2}$. Ces premiers points ont été

présentés sans précision, sans justification des divers signes; puis, ce qui semble l'effet d'un heureux caprice, les projections s'inscrivent ensuite, on ne sait comment, mais toujours exactement.

Ceci fait, les équations d'équilibre étaient d'une résolution facile ; beaucoup ont bien vu que ces positions devaient se chercher dans le plan perpendiculaire à P mené par AA' ; restaient deux équations, puis, par élimination immédiate de l'une des inconnues ne figurant que par son carré, une équation à une seule inconnue dont le premier nombre apparaissait sous forme d'un produit de facteurs du premier ou du second degré, pour peu que l'on évite les développements inutiles de carrés ou de produits de facteurs. Tout ce début pouvait être mené avec simplicité et naturel ; or, nos concurrentes ne s'y trouvaient pas à l'aise et beaucoup n'ont pu mener à bien cette résolution d'équations. D'autres ont eu recours à la Trigonométrie, et à la proportionalité des trois forces aux sinus des angles opposés ; mais, introduisant des inconnues surabondantes, elles n'ont pas su dégager les conditions nécessaires et suffisantes données, les unes par les lois de la Statique, les autres par la Trigonométrie, et se sont perdues au milieu d'un trop grand nombre d'inconnues et d'équations. Des fautes graves sont alors commises : certaines expriment que deux forces se font équilibre en écrivant uniquement qu'elles ont même intensité ; d'autres ont recours aux six conditions universelles de l'équilibre d'un système matériel et oublient qu'elles ont affaire à un seul point matériel.

La seconde partie du problème proposé a été mieux réussie, parce qu'elle se prêtait mieux à des recherches géométriques. Les candidates étaient aidées par l'indication qui leur était donnée de quelques-uns des résultats à obtenir, celle en particulier des sphères auxquelles diverses forces sont normales. Elles savent utiliser et reconnaître les propriétés des droites antiparallèles ; en les combinant habilement, en transformant la proposition à établir, elles arrivent au but. Celles qui ont conservé l'appareil analytique l'ont fait avec lourdeur en se bornant ordinairement à une simple vérification, en formant l'équation d'une sphère ou de la surface Σ , et vérifiant, que telle ou telle force lui est orthogonale par la proportionalité des composantes de cette force aux paramètres directeurs de la normale. Certaines, retrouvant leur esprit de finesse, ont su éviter heureusement cette recherche de l'équation d'une sphère, en constatant que la ligne d'action de la force rencontre certaine droite, et que le point d'intersection est bien le centre de la sphère indiquée dans l'énoncé. Mais aucune n'a constaté que l'équilibre sur la surface Σ , est une conséquence des propriétés des deux sphères : une sphère S coupe en effet Σ suivant un cercle

Γ qui répond à $\frac{r}{r'} = \text{const}^e$, $x = \text{const}^e$; la résultante de F et F' est normale à S, donc à Γ ; la troisième force F'' est aussi normale à Γ , étant normale à son plan ; la résultante des trois forces est donc normale à Γ . De même, une sphère S' coupe Σ suivant un cercle Γ' répondant à $\frac{r'^2}{x} = \text{const}^e$, $r = \text{const}^e$; la résultante de F' et F'' est normale à S', donc à Γ' ; la force F est aussi normale à Γ' , émanant

du centre de la sphère $r = \text{const}^e$; la résultante des trois forces est donc normale à Γ' ; étant enfin normale à deux lignes Γ et Γ' tracées sur Σ , elle est normale à Σ .

Une troisième partie du problème traitait de la stabilité de l'équilibre en l d'un point matériel assujéti à glisser sans frottement sur une droite menée par une des positions d'équilibre l déterminée dans la première partie. C'était, comme pour cette première partie, un exercice sur la représentation analytique des grandeurs vectorielles ; il y avait à exprimer que les deux vecteurs $\overline{IM}$ et $\overline{MF}$ forment un angle aigu, ce qui se traduit, entre leur composantes, par la condition $XX' + YY' + ZZ' > 0$ (sans qu'il soit indispensable, à cet effet, d'avoir la notion de produit scalaire) ; après le peu de succès des méthodes analytiques dans la première partie, il n'est pas étonnant que ce paragraphe n'ait été véritablement abordé par aucune.

Enfin, un dernier paragraphe était relatif à l'étude du mouvement d'un point matériel assujéti à glisser sans frottement sur une courbe plane placée dans le plan médiateur de AA' . Dans ce plan, la résultante des deux premières forces F et F' est nulle ; seule, la troisième force F'' intervient donc, et l'application du théorème de la force vive conduit au but. Quelques candidates, trop rares, ont bien compris cette solution, et ont ainsi pris une avance sur leurs concurrentes ; d'autres n'ont su que commettre de lourdes fautes : telle celle qui intègre les équations du mouvement du point matériel libre, sans tenir compte de la liaison.

Toutes ces observations expliquent pourquoi l'épreuve a donné de faibles résultats : sur 60 compositions, nous n'avons eu que neuf notes au moins égales à 10, savoir : un 17, un 15, un 12 1/2, un 11 1/2, deux 11 et trois 10 ; la moyenne générale est légèrement inférieure à 6 ; aucune des candidates admissibles n'a obtenu de note inférieure à 5 ; aucune des admises de note inférieure à 7 ; la moyenne des premières est de 9,7, celles des secondes de 11,7.

La composition de Mécanique semble donc indiquer que les agrégées du concours de 1928 sauront se montrer de bons professeurs dans l'enseignement élémentaire et celui de la Géométrie, mais que, à de rares exceptions, elles ont besoin d'acquérir de l'expérience et de la maturité avant d'utiliser, dans leur enseignement, les ressources des méthodes analytiques.

4° *Composition sur un sujet de morale ou d'éducation* (M. LAVELLE). — La composition de morale et d'éducation qui est commune aux candidates à l'agrégation de mathématiques et à l'agrégation de physique portait sur le sujet suivant : « *Que pensez-vous de ces remarques de Joubert : La morale est la connaissance des règles auxquelles il nous importe de conformer non seulement nos actions, mais encore nos affections... Nos affections, en effet, sont à nos actions ce que les idées sont aux mots. Le point essentiel, en morale comme en logique, est que les premières soient bonnes.* »

Le sujet a paru intéresser les candidates et beaucoup d'entre elles ont révélé de sérieuses qualités d'analyse et même de finesse psychologique. Mais elles ont suivi en général le texte d'une manière un peu scolaire et n'ont pas toujours réussi à le dominer. Chacun des membres de phrases leur a fourni la matière d'un paragraphe comme si elles s'étaient trouvées en présence d'un plan tout fait dont il suffisait de développer les différentes parties. Aussi rencontre-t-on de la pénétration dans les remarques particulières, mais un défaut de liaison et parfois même de cohérence dans l'ensemble de leur pensée. Plusieurs d'entre elles, par exemple, ont cité avec assez d'à-propos le mot célèbre : « Je ne fais pas le bien que j'aime et je fais le mal que je hais. » Mais aucune n'a réussi à discerner dans quelle mesure il était en accord ou en désaccord avec les observations de Joubert.

En général les affections n'ont pas été définies assez exactement. Les unes ont entendu seulement par affection l'amour du bien et les autres les amitiés particulières. Celles qui ont choisi la seconde acception se sont bornées souvent à une analyse très superficielle en montrant avec un peu de simplicité qu'il y avait intérêt pour nous à n'avoir que des amis vertueux parce que nous subissons leur influence même à notre insu. La comparaison entre le rapport des affections et des actions d'une part et le rapport des idées et des mots d'autre part a donné lieu à quelques remarques ingénieuses. Les plus subtiles ont noté que la correspondance n'était pas aussi parfaite qu'il le semblait et que, dans chaque cas, il subsistait encore un écart entre la réalité intérieure et l'expression dont elle a besoin pour se réaliser, mais qui pourtant l'altère. Les plus dociles se sont bornées à évoquer d'une manière un peu sommaire le mot de Boileau : « Ce que l'on conçoit bien..... »

Le problème philosophique le plus important, qui était de savoir s'il est vraiment possible de soumettre l'affection à des règles, et d'une manière générale de savoir comment il faut s'y prendre pour exercer sur elles une action quelconque a embarrassé toutes les candidates. Certaines d'entre elles l'ont aperçu et se sont contentées de le mentionner. Il n'a été sérieusement examiné par aucune.

Dans les meilleures copies on trouve un goût très net de la vie intérieure, un contact direct avec la réalité psychologique et beaucoup de sincérité. Les candidates qui ont songé avant tout à utiliser des reminiscences philosophiques ou qui se sont aventurées dans l'exposé des doctrines ont montré beaucoup de maladresse et commis beaucoup d'erreurs. Par contre certaines d'entre elles ont tiré profit de leurs lectures avec assez d'habileté, en citant non seulement les classiques Pascal, La Rochefoucauld et La Bruyère, mais encore des modernes comme Sully-Prudhomme, Anatole France, R. Bazin, Bordeaux ou même Mauriac. Huit copies ont été notées entre 12 et 14, les plus nombreuses entre 10 et 8, quelques-unes ont paru très faibles, banales et purement verbales, avec des incorrections assez fréquentes, elles ont été notées 6 et 5.

Epreuves orales.

Si les épreuves orales ont donné une moyenne supérieure, 11,5 au lieu de 11, à celle de l'année précédente, elles sont cependant restées dans une tonalité plus terne. Les notes franchement bonnes ou franchement mauvaises sont plus rares : cinq notes seulement sont supérieures à 14, savoir deux 17, qui ont été attribuées à la même candidate et qui lui ont valu le premier rang, puis trois 15 ; à l'opposé deux notes seulement, un 4 et un 3, sont inférieures à 8. En revanche, deux points d'accumulation sont sensibles, aux notes 14 et 11, attribuées chacune six fois ; les notes 10 et 8 sont attribuées trois fois, 13 et 9 deux fois, 12 une fois. Les dix notes, faibles ou médiocres, inférieures à 11, se répartissent ainsi :

Arithmétique ...	1 sur 7	Géométrie	4 sur 8
Algèbre	2 sur 6	Mécanique	2 sur 3
Trigonométrie ..	1 sur 2		

Les deux leçons de Cosmographie ont eu un heureux sort, ayant obtenu les notes 14 et 15 ; elles ont été traitées par celles des candidates qui avaient préparé leurs épreuves orales et qui ont été ainsi récompensées de cette préparation. En Descriptive, où deux leçons ont été respectivement cotées 17 et 11, les candidates ont tenu compte de l'avertissement qui leur avait été donné l'an passé. Ces deux exemples démontreront, il faut l'espérer, que, à l'Agrégation, il n'y a pas de Sciences mineures, et que, avec un effort moindre, pour peu qu'on veuille le donner, il est plus facile de se faire bien apprécier avec elles.

Inversement, la Géométrie, où nos jeunes filles doivent cependant se trouver dans leur élément, ne les a pas favorisées. Des leçons réputées faciles, l'inversion, la puissance d'un point par rapport à un cercle, les déplacements dans le plan, les cas d'égalité des trièdres, n'ont pas eu de succès ; c'est sans doute que les candidates, croyant posséder un sujet, sous prétexte qu'il leur donne matière à de nombreux exercices, ne se sont pas donné la peine de réfléchir, avant le concours, sur l'exposé logique qu'il convient de lui donner.

Mais c'est la Mécanique surtout qui n'est pas tenue en faveur, avec ses trois leçons, qui ont été respectivement cotées 11, 10 et 8. Elle donne occasion à des négligences ou à des erreurs ; les questions de sens, qui y jouent un rôle essentiel, ne sont pas mises en évidence avec la précision voulue, ou même ne sont pas traitées ; les idées générales ne se dégagent pas : tel ce fait que les conditions d'équilibre se réduisent à trois avec des forces concourantes, ou parallèles, ou situées dans un même plan. Avec des forces parallèles, on confond les conditions d'équilibre, qui doivent être remplies avec une direction de forces donnée, avec celles de l'équilibre statique, qui doivent l'être quelle que soit cette direction.

En thèse générale, les questions de signe et de sens, de grandeurs orientées, sont mal exposées et sans doute mal comprises, ainsi qu'il a été déjà constaté à propos de la composition de Mécanique. L'on oublie

que, reconnaître à une grandeur, à une figure géométrique, une qualité de sens, c'est, comme pour une qualité de mesure, opérer dans le relatif et non dans l'absolu, que cette qualité est le résultat de la comparaison de la grandeur ou figure avec une autre grandeur ou figure de même espèce. La représentation de cette qualité par un signe s'établit par une convention qui reste toujours arbitraire, même quand le choix est imposé par des conditions de logique. Il serait légitime, par exemple, mais non pas logique, de choisir pour sens des temps positifs celui qui est contraire au cours naturel de la durée, de représenter les dates de notre ère par des nombres négatifs, et les dates antérieures par des nombres positifs.

Les fautes contraires à ce principe général sont trop nombreuses. Une candidate dit que deux segments de droite, non parallèles, sont de même sens ou de sens contraires. L'inversion conserve les angles, mais en renverse le sens; la signification du second point n'est pas donnée; il suffit, dit-on, de se reporter à la figure. La même lacune se retrouve chez une autre, au sujet du segment capable, quand elle envisage, au lieu de l'angle inscrit proprement dit, l'angle orienté de deux droites non dirigées. A propos du déplacement d'une figure plane dans son plan, l'angle constant formé par les deux positions, initiale et finale, d'un segment de droite, angle formé par deux demi-droites, possédant une origine et une extrémité, ayant une détermination algébrique unique inférieure en valeur absolue à deux droits, n'est pas défini avec toutes ces précisions; d'où une première lacune, lorsque le centre de rotation O se construit en plaçant un point O , équidistant de A et A' , tel que l'angle AOA' soit égal à l'angle de rotation, problème qui semble conduire à deux solutions; puis une seconde, lorsque, dans la succession de plusieurs déplacements, on envisage la somme des angles correspondant à chacun d'eux. L'axe radical de deux cercles, dans le cas où ils sont intérieurs, se construit en portant une longueur sur la ligne des centres, mais sans que l'on sache dans quel sens se porte cette longueur. On démontre que la représentation graphique de la fonction $y = ax$ donne une droite, et une seule, à l'aide de triangles semblables, et sans faire intervenir le signe du coefficient a . Une candidate, pour établir la position et les propriétés de la directrice d'une conique, croit prudent de ne raisonner que sur des longueurs, et s'aperçoit, en présence de la multiplicité des cas qui se présentent et se répètent, que l'emploi de segments algébriques serait plus simple et général. En Cinématique, la vitesse d'un mouvement rectiligne uniforme se définit par le rapport de l'espace au temps, et, sans aucune explication, sans constater que les deux termes du rapport ont chacun un signe, il se trouve que cette vitesse est tantôt positive, tantôt négative. Dans la démonstration du théorème de Varignon sur le moment linéaire, un moment s'obtient par rotation d'un droit d'un certain vecteur; on n'indique pas le sens de cette rotation, et on n'observe pas, ce qui est essentiel, qu'il est indépendant du vecteur.

Et cependant, sur ces questions de signe, a été faite une excellente leçon, celle concernant les nombres algébriques, leçon faite avec un support concret, le nombre algébrique étant représenté par le rapport de deux vecteurs parallèles, et devenant un symbole opératoire faisant passer de l'un de ces vecteurs à l'autre, d'où la définition de la multiplication. Serait-ce la qualité de l'exemple qui implique sa rareté ?

Une leçon, faite devant une classe, est féconde et vivante, quand elle provoque, chez les élèves, des rapprochements, des comparaisons. Le caractère artificiel d'une leçon d'Agrégation permet aux candidates de faire elles-mêmes ces rapprochements et comparaisons. Pourquoi n'en profitent-elles pas ? L'une d'elles, dans une application, détermine les valeurs de λ pour lesquelles le trinôme $(2\lambda^2 - 1)x^2 + 2(\lambda + 1)x + 4$ reste constamment positif ; elle exprime bien que le discriminant est négatif, ensuite que le coefficient de x^2 est positif, puis classe ses intervalles et constate que les conditions données par le second caractère sont conséquences des premières. C'est l'application correcte d'une méthode générale. Mais il y avait à observer que le fait constaté était à prévoir, du fait que le terme constant du trinôme est une constante positive. Et ceci pouvait même conduire à une observation générale ; c'est que les valeurs limites du paramètre, fournies par le second caractère, ne peuvent se placer dans des intervalles où le discriminant est négatif. Ailleurs, on

étudie directement la variation de $\frac{1}{ax^2 + bx + c}$, sans constater que les résultats obtenus sont aussi une conséquence immédiate des résultats analogues concernant le trinôme. Dans le même ordre d'idées, une leçon ayant pour sujet la « définition commune des trois coniques au moyen d'un foyer et d'une directrice » s'en tient strictement à cette définition, et n'en donne même pas l'interprétation, qui consiste dans l'égalité des rapports relatifs à deux points de la conique, et donne la propriété classique de la sécante.

De même, on ne sait pas, ou on ne veut pas, faire appel à l'intuition. Dans l'étude de la fonction $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ dont le dénominateur ne s'annule pas, le fait que la fonction reste finie pour toute valeur, finie ou infinie, de la variable, puis qu'elle prend, dans le cas général, pour une valeur finie $x = x_0$, la même valeur que pour x infini, fait prévoir l'existence d'un maximum et d'un minimum pour des valeurs de x séparées par x_0 ; il suffit donc, pour le constater, de substituer x_0 dans le trinôme numérateur de la dérivée, et non pas de faire des efforts de calcul pour établir directement que le discriminant de ce trinôme est positif.

Des fautes ou des erreurs, déjà signalées l'année précédente, se sont répétées, et nous obligent à répéter nos observations. L'une concerne le volume des parallélépipèdes et des prismes ; il n'y a pas lieu d'attacher, *a priori*, à un volume, une idée de nombre ; les théorèmes relatifs aux parallélépipèdes et aux prismes établissent l'égalité de

volumes, par l'égalité de solides dont on peut, en les décomposant, faire coïncider les diverses parties : la notion de nombre doit n'apparaître qu'ensuite, avec le parallépipède rectangle, décomposé en cubes égaux.

Dans l'étude d'un système de deux équations du premier degré, il n'est pas relevé que l'hypothèse $ab' - ba' \neq 0$ rend inutile la restriction $a \neq 0$, du fait que la substitution du coefficient a à un autre ne change pas cette hypothèse, et que celle-ci exige nécessairement que les quatre coefficients ne soient pas tous nuls.

Les erreurs de calcul, qui sont facilement pardonnables, s'aggravent en n'étant pas signalées à l'instant où elles se manifestent. Une candidate, qui oublie le coefficient a' dans une opération sur $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$, traîne longuement ensuite ses calculs sans y constater l'absence d'homogénéité.

Relevons enfin des locutions vicieuses, tolérables peut-être entre élèves, mais que ne doivent pas se permettre des maîtres, et qui révèlent un souci insuffisant de précision et de netteté : telle est celle de « fonction ayant un centre de symétrie, ou ayant une asymptote ».

Pour conclure, nous observerons que, en majeure partie, ces fautes diverses ont été cruellement expiées ; nous les signalons surtout pour l'instruction des générations d'agrégées futures ; en effet, à une seule exception près, celle d'une candidate très bien classée à l'écrit, et qui, d'ailleurs, n'a pas compris le sujet de l'une de ses leçons, les 8 candidates admises sont également celles qui ont échappé aux fautes les plus graves de celles que nous venons d'énumérer, et qui, du reste, en ne tenant compte que des épreuves orales, se classeraient également les 8 premières.

L'Inspecteur général, Président du Jury

A. TRESSE.

DEUXIÈME PARTIE

Propriétés angulaires d'un quadrilatère convexe dont les diagonales sont égales

Le cas du parallélogramme — et par suite du rectangle — étant écarté, on peut supposer que deux côtés opposés AA' et BB' du quadrilatère $ABB'A'$ se coupent en O . Soient AB' et BA' les diagonales égales.

Si AA' et BB' ont même longueur, les deux triangles $AA'B$, $BB'A$ sont égaux comme ayant leurs côtés égaux chacun à chacun ; les triangles OAB , $OA'B'$ et le quadrilatère sont alors isocèles.

Laissons ce cas de côté provisoirement et supposons, par exemple $AA' > BB'$. Dans les deux triangles $AA'B$, $BB'A$ qui ont AB commun et $BA' = AB'$, des angles inégaux sont opposés aux troisièmes côtés et l'on a :

$$\widehat{B'AB} < \widehat{A'BA} \quad (1)$$

De la même manière, la comparaison des deux triangles $BA'B'$, $AB'A'$ donne :

$$\widehat{BA'B'} < \widehat{AB'A'} \quad (2)$$

Menons $\overline{BD} = \overline{B'A}$, d'où résulte que le triangle $A'BD$ est isocèle. Dans le triangle $A'AD$, l'inégalité des côtés AA' et $AD = BB'$, entraîne celle des angles opposés et, par suite :

$$\widehat{AA'D} < \widehat{ADA'}$$

En ajoutant aux deux membres de cette inégalité les angles égaux $\widehat{DA'B}$ et $\widehat{A'DB}$, on obtient :

$$\widehat{AA'B} < \widehat{ADB}$$

et, à cause de l'égalité de $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BB'A}$, il vient :

$$\widehat{AA'B} < \widehat{BB'A} \quad (3)$$

Les inégalités (2) et (3) étant de même sens, on n'en peut rien conclure pour les angles de sommet commun A' , qui figurent dans les premiers membres et les angles de sommet B' qui sont dans les seconds ; mais on obtient des inégalités de sens contraire en remplaçant dans (3), par exemple, les angles par leurs suppléments et l'on a :

$$\widehat{OA'B} > \widehat{OB'A} \quad (4)$$

En divisant (2) et (4) membre à membre, on obtient

$$\frac{\widehat{BA'B'}}{\widehat{OA'B}} < \frac{\widehat{AB'A'}}{\widehat{OB'A}} \quad \text{d'où l'on déduit aisément : } \frac{\widehat{BA'B'}}{\widehat{OA'B}} < \frac{\widehat{AB'A'}}{\widehat{OB'A}} \quad (5)$$

On obtiendrait l'inégalité contraire si l'on supposait $AA' < BB'$.

Par suite, l'égalité $\frac{\widehat{BA'B'}}{\widehat{OA'B}} = \frac{\widehat{AB'A'}}{\widehat{OB'A}}$ entraîne celle de AA' et BB'

et ramène au cas particulier envisagé tout d'abord.

L'application de l'inégalité (3) aux triangles IBB' et IAA' (I est le point de rencontre des diagonales) montre que l'on a :

$$\widehat{OAB'} > \widehat{OBA'} \quad (6)$$

La division membre à membre des inégalités de sens contraires (1) et (6) donne :

$$\frac{\widehat{B'AB}}{\widehat{OAB}} < \frac{\widehat{A'BA}}{\widehat{OBA}}, \quad \text{d'où l'on déduit aisément : } \frac{\widehat{B'AB}}{\widehat{OAB}} < \frac{\widehat{A'BA}}{\widehat{OBA}} \quad (7)$$

On concluerait, comme précédemment, que l'égalité des deux membres entraîne celle de AA' et BB' et ramène au cas des figures isocèles.

On voit bien, d'après cela, comment l'égalité des bissectrices intérieures (AB' et BA' par exemple) du triangle OAB exige que ce triangle soit isocèle. Mais l'égalité des bissectrices extérieures du triangle $OA'B'$ ne peut être rattachée à l'inégalité (5) et par suite ne permet pas de conclure à un triangle isocèle. Une proposition analogue à celle qui vise les bissectrices intérieures serait la suivante : « Si les segments interceptés sur les symétriques des bissectrices intérieures relatives aux angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$, par rapport à AB , ont même longueur, le triangle OAB est isocèle ».

E. BLUTEL.

Sur le triangle ayant deux bissectrices intérieures égales

J'ai été amené récemment, pour le théorème : *Si deux bissectrices intérieures d'un triangle sont égales, le triangle est isocèle*, à une démonstration, qui n'est peut-être pas nouvelle, mais qui peut cependant intéresser certains collègues.

Soient égales, dans un triangle, les bissectrices des angles B et C . Les deux côtés AB et AC ne peuvent avoir des longueurs différentes : supposons par exemple $AC > AB$, et par suite $B > C$.

Une symétrie par rapport au milieu du côté BC fait correspondre au triangle ABC le triangle, $A'CB$, et à la bissectrice de l'angle ACB , la bissectrice BF de l'angle $A'BC$, bissectrice égale, par suite de l'hypothèse, à la bissectrice BE de l'angle ABC .

Dans les triangles CBE et CBF , BC est commun, $BE = BF$, $\widehat{EBC} > \widehat{FBC}$ (puisque ces angles sont respectivement égaux aux moitiés des angles B et C du triangle ABC) ; donc :

$$CE > CF \quad (1)$$

$$\text{D'autre part } \widehat{BEC} = \hat{A} + \frac{\hat{B}}{2} \quad \widehat{BFC} = \hat{A}' + \frac{\hat{C}}{2} = \hat{A} + \frac{\hat{C}}{2}$$

$$\text{D'où } \widehat{BEC} > \widehat{BFC}$$

$$\text{et en retranchant } \widehat{BEF} = \widehat{BFE} \text{ (le triangle BEF étant isocèle)}$$

$$\widehat{CEF} > \widehat{CFE}$$

et par suite, dans le triangle EFC :

$$CF > CE \quad (2)$$

Les inégalités (1) et (2) sont contradictoires, les longueurs des côtés AB et AC du triangle ABC ne peuvent être différentes.

L. GARNON,

Professeur au Lycée Condorcet.

Horaires et programmes de l'Enseignement secondaire (suite)

16. À propos des programmes de mathématiques de 1925.

Répondant à une convocation parue dans le *Bulletin* n° 57, des membres de l'Association (1) se sont réunis le 20 décembre 1928, au Lycée Louis-le-Grand, pour s'entretenir des programmes de mathématiques dans la classe de Mathématiques, question qui n'avait pu être complètement examinée le 7 juin 1928, lors d'une première réunion (2).

Une étude de détail des programmes de mathématiques de 1925, en effet, a été décidée par la dernière Assemblée générale (3). Les programmes de mathématiques des six premières classes de l'Enseignement secondaire ont été examinés, ainsi que les instructions correspondantes, au cours de la réunion du 7 juin, et le *Bulletin* n° 56 a indiqué les quelques observations formulées.

Depuis, aucune autre observation n'a été signalée. Quelques correspondants, toutefois, soulignent toujours, en Première, la « *projection d'une aire plane* » : y aurait-il lieu de supprimer cette question ? doit-on la conserver en précisant simplement : « *projection de l'aire d'un polygone plan* » ? Il n'est pas nécessaire en effet de prononcer le mot « cosinus » pour établir la proportionnalité entre les aires de polygones d'un même plan et les aires des projections de ces polygones sur un second plan, et d'autre part cette propriété s'utilise quelquefois dans le volume du Prisme, pour passer de l'une à l'autre des expressions (schématiques) :

Base $\times$ Hauteur

Section droite $\times$ Arête.

M. DUMARQUÉ rappelle qu'il a été reconnu, au cours de la première réunion du 7 juin 1928, que l'horaire accordé aux mathématiques dans les classes de Seconde et de Première ne permet pas d'envisager une transposition au programme de l'une ou de l'autre de ces classes de telle ou telle partie du programme de la classe de Mathématiques.

Incidentement M. MAROTTE signale que l'expérience qu'il fait cette année dans une classe de Première A grec (contenant peut-être une proportion inaccoutumée de très bons élèves) a diminué les craintes qu'il exprimait à la dernière Assemblée générale ; les programmes de mathématiques actuels de Seconde et de Première lui paraissent

(1) *Étaient présents* : MM. CHENEVIER, CLERMONT, Mlle de CUREL, MM. DECERF, DESFORGE, Mlle DETCHEBARNE, MM. DUMARQUÉ, FLAVIEN, GOULIN, JULIEN, Mlle LAUZANNE, M. MAROTTE.

Excusés : MM. DELCOURT, WEILL.

Ont répondu par lettres : MM. SOURISSE, TOUSSAINT.

(2) Voir le *Bulletin* n° 56, pages 159 et suivantes.

(3) Voir le *Bulletin* n° 55, pages 130 et suivantes.

pouvoir être exposés facilement dans l'horaire accordé et donner des résultats satisfaisants pour la moyenne des élèves (1).

Puis M. DUMARQUÉ expose que, des préoccupations de la dernière Assemblée générale — recrutement de la nouvelle classe de Mathématiques et assimilation en un an du nouveau programme de cette classe — ce n'est pas le manque de préparation des élèves qui lui inspire des craintes : en effet, dit-il, un élève qui entrait dans la classe de Mathématiques Élémentaires avant le plan d'études de 1902-1905, avait eu par semaine pour les mathématiques (2) : une heure en Sixième et en Cinquième, deux heures en Quatrième, trois heures en Troisième et en Seconde, trois heures (dont une facultative) en Rhétorique (où 10 classes étaient réservées à la Cosmographie). L'an prochain, un élève entrant en Mathématiques aura eu, pour étudier sensiblement les mêmes questions : deux heures en Sixième et en Cinquième, trois heures en quatrième et en Troisième, quatre heures en Seconde et en Première, soit au total 18 heures contre 13 (dont une facultative).

Mais c'est l'amplitude du programme de la classe de Mathématiques qui inquiète M. DUMARQUÉ : Avant 1902, la classe de Mathématiques Élémentaires comptait un horaire de 10 heures pour les mathématiques (sans dessin géométrique), avec un programme un peu étriqué sans doute — et il n'est pas question d'y revenir — mais qui permettait tout de même de faire ensuite des Spéciales convenables, car on avait le temps de donner plus de profondeur à l'enseignement. L'an prochain nous ne disposerons que de 9 heures $1/2$ (pour les mathématiques et le dessin géométrique) et cependant, ajoute-t-il, avec l'horaire que nous avons encore cette année, avec des élèves venant de Première C-D, il m'est très difficile de traiter un nombre suffisant d'exercices sur toutes les parties du cours, et surtout de les traiter à fond : on est obligé de sacrifier une partie du programme : ou l'Arithmétique, où la Cosmographie, ... Que ferons nous l'an prochain ?

M. MAROTTE déclare avoir eu, et avoir encore cette année, le temps suffisant pour traiter toutes les matières du programme de mathématiques de la classe de Mathématiques : six à huit semaines lui suffisent pour la Géométrie, une ou deux pour l'Arithmétique...

M. FLAVIEN estime que des programmes moins ambitieux, mais

(1) « Je désire que l'on ne donne pas à cette opinion une extension qu'elle ne comporte pas ; c'est un fait qui, pour moi, semble établi par mon expérience actuelle, que les programmes de mathématiques de Seconde et de Première sont possibles et fructueux ; c'est une autre question, que l'expérience future seule pourra décider, de savoir si ces programmes conviennent le mieux pour préparer à la classe de Mathématiques. Et c'est encore une toute autre question de savoir si l'enseignement mathématique doit être également distribué à tous les élèves, quels que soient leurs goûts et leurs aptitudes. » (Note de M. MAROTTE).

(2) Les horaires indiqués par M. DUMARQUÉ sont ceux de l'Arrêté du 20 juillet 1897 (cf. *Bulletin administratif*, n° 1274, 31 juillet 1897) qui modifiait ceux de 1890 (cf. *Bulletin administratif, Supplément* au n° 922, 13 septembre 1890), savoir : $1/2$ h. en Sixième et Cinquième, 1 h. $1/2$ en Quatrième, 3 h. en Troisième, 1 h. $1/2$ en Seconde et Rhétorique (en outre dix classes d'une heure et demie pour la Cosmographie).

parfaitement connus par tous ceux qui poursuivent leurs études mathématiques, seraient suffisants dans la classe de Mathématiques.

Un échange de vues a alors lieu sur une augmentation de l'horaire (écartée puisqu'il atteindra 24 heures 1/2 non compris les exercices pratiques obligatoires, le dessin facultatif, les exercices physiques); — sur une option avant la fin de la Première, entre des enseignements mathématiques plus ou moins développés; — sur une option entre des enseignements scientifiques basés sur une étude plus approfondie des sciences abstraites ou sur une étude plus approfondie des sciences d'observation...

Mais la dernière Assemblée générale a fixé des limites à l'étude qu'elle instituait : *Devant le refus de l'Administration d'envisager une nouvelle réforme avant que l'expérience en cours ait fourni des résultats concluants, une étude de détail des programmes de mathématiques est décidée en vue de demander l'adoption des retouches jugées souhaitables*, et si des retouches ont pu être retenues pour les programmes des six premières classes, il a semblé aux membres présents que, pour la classe de Mathématiques, il faudrait envisager au préalable un *allègement* des programmes de mathématiques.

Des allègements « locaux », quelques suppressions çà et là seraient insuffisants, et d'ailleurs inopérants puisque les « cours » ont toujours tendance à s'enfler.

Mieux vaudrait supprimer toute une partie du programme. On envisage la suppression de la Cosmographie (mais il est bien difficile qu'un élève quitte le lycée sans avoir une idée du système du monde), — de la Descriptive (mais elle est maintenant fort réduite, peu compliquée dès que l'on sait sa géométrie, et forme un complément indispensable à l'étude de la Géométrie dans l'espace), — de l'Arithmétique (suppression qui n'a eu d'ailleurs qu'un seul partisan). Mais c'est la suppression de la Mécanique qui recueille le moins d'oppositions.

Déjà le professeur de physique est seul à enseigner la Dynamique, il se trouve refaire la Cinématique : pour la Statique, il traite de la composition des forces parallèles, de la pesanteur, des centres de gravité... Il se place, il est vrai, à un point de vue surtout expérimental, mais la suppression, au programme de mathématiques, de la Cinématique, ou de la Statique, ou des deux, aurait moins d'inconvénients qu'une autre partie du cours puisque les élèves continueraient à recevoir, en physique, un enseignement sur ces questions...

A la suite de cette réunion, le Bureau ne peut qu'inviter les membres de l'Association à lui transmettre (1) leurs observations en vue de la mise au point du rapport à présenter à la prochaine Assemblée générale. Ils voudront bien indiquer :

1° S'ils approuvent ou contestent les retouches envisagées, au cours

(1) Adresser les communications soit à un membre du Bureau (voir couverture page 3), soit à M. WEILL, rapporteur, 6, rue Leclerc, Paris 14^e.

de la première réunion du 7 juin 1928, pour les programmes de mathématiques des six premières classes de l'Enseignement secondaire (voir le *Bulletin* n° 56, pages 159 et suivantes).

2° S'ils souhaitent ou non un allègement des programmes de mathématiques de la classe de Mathématiques, en précisant s'il y a lieu de quelle manière ils envisagent cet allègement, et étant entendu que l'étude de détail et de mise au point sera reprise ultérieurement (en particulier, s'il y a encore lieu, pour les programmes de Cinématique, de Statique).

Bibliographie

Algèbre (compléments) et Trigonométrie

par R. ESTÈVE, avec la collaboration de H. MITAULT (1)

Cet ouvrage s'adresse aux élèves de la classe de Mathématiques et aux candidats aux Ecoles dont le programme est choisi parmi les matières enseignées dans cette classe (St-Cyr, Institut agronomique, H. E. C., Arts et Métiers, etc...). Des compléments permettant d'approfondir les diverses questions traitées sont imprimés en petits caractères et peuvent être laissés de côté dans une première étude.

Il contient de nombreuses originalités; signalons en particulier :

PREMIÈRE PARTIE. *Calcul algébrique*. — Après l'étude des exposants fractionnaires et négatifs, l'auteur aborde immédiatement celle des logarithmes décimaux en remarquant que la fonction $y = 10^x$ est définie pour toutes les valeurs rationnelles de x , x est alors le logarithme de y . Lorsque y n'est pas une puissance de 10 il montre qu'en admettant l'existence de son logarithme, on peut le calculer avec l'approximation que l'on voudra.

Ce chapitre contient aussi une exposition à la fois très élémentaire et très rigoureuse de la théorie des limites et de la continuité d'une fonction, ce qui permet d'en faire un usage constant dans la suite.

DEUXIÈME PARTIE. *Fonctions circulaires*. — Avec raison l'auteur a fusionné l'Algèbre et la Trigonométrie. Le lecteur trouvera dans cette partie l'étude des fonctions circulaires et de leurs inverses, le théorème des projections avec ses applications aux relations entre les éléments d'un triangle (rectangle ou quelconque), l'addition, la multiplication des arcs et les transformations trigonométriques.

A noter aussi la définition du produit scalaire de deux vecteurs avec quelques applications classiques.

TROISIÈME PARTIE. *Equations et inéquations*. — A la suite de l'étude de l'équation du 2^e degré et de celles qui s'y ramènent l'auteur a traité ici la division des arcs par 2 (et aussi par 4) bien qu'elle ne figure plus au programme du 3 juin 1925. Un bon élève de mathématiques élémentaires ne doit pas ignorer cette question.

(1) GAUTHIER-VILLARS, éditeur (Voir le *Bulletin* n° 57, page 42).

A signaler encore la résolution de certaines équations et de certains systèmes par l'emploi d'inconnues auxiliaires, ainsi qu'une méthode de résolution des problèmes du second degré, toujours la même, que les inconnues soient segmentaires ou angulaires, qu'il s'agisse d'un problème ordinaire ou d'une résolution de triangle : le problème de géométrie proposé est transformé en un problème d'algèbre équivalent, vient ensuite la résolution du problème transformé, l'élève est conduit par cette méthode à la solution rigoureuse et complète.

QUATRIÈME PARTIE. *Fonctions.* — Les principales fonctions figurant au programme sont étudiées ici par la méthode directe c'est-à-dire sans l'emploi des dérivées, entre autres : le polynôme du 3^e degré et la fraction rationnelle du second. La valeur éducative de cette méthode est indiscutable, elle affranchit le lecteur de l'automatisme de celle qui utilise la dérivée, et l'oblige à faire appel à chaque instant à sa réflexion et à son jugement.

CINQUIÈME PARTIE. *Dérivées et applications. Variation des fonctions. Fonctions primitives. Aires. Volumes.*

SIXIÈME PARTIE. *Résolution des triangles et questions diverses. Triangles quelconques. Levés de plan. Problèmes numériques sur les intérêts composés et annuités, sur les transformations et équations trigonométriques, sur la résolution des triangles.*

DEUX NOTES terminent l'ouvrage, l'une sur la résolution de l'équation du 3^e degré, l'autre de M. MITAULT sur une étude fonctionnelle des logarithmes. La fonction logarithmique s'introduit tout naturellement dans les cours de Mathématiques Élémentaires : on sait, en effet, trouver une fonction primitive des différentes fonctions x^n où n est un entier positif ou négatif sauf pour la valeur $n = -1$. Il paraît donc naturel de définir une fonction ayant pour dérivée $\frac{1}{x}$ et d'en étudier les principales propriétés.

De nombreux exercices sont traités dans le texte, près d'un millier d'autres sont proposés à la fin de chaque partie et classés par chapitres correspondants à ceux du Cours. Quelques-uns ont été proposés au Baccalauréat ou à différents concours, beaucoup sont originaux, d'autres sans sortir des limites du programme constituent un véritable trait d'union entre la classe de Mathématiques Élémentaires et celle de Mathématiques Spéciales, ils ouvrent au lecteur des horizons nouveaux et l'ouvrage rendra de grands services aux élèves qui se destinent aux classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques.

Il en rendra aussi aux professeurs qui y trouveront des démonstrations originales et de nombreux exercices inédits à proposer à leurs élèves.

J. M.

Le Gérant : A. COUESLANT.

Extraits des Tables du Bulletin

(Les numéros indiqués sont ceux du Bulletin)

<i>Les travaux de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique</i>	27
<i>Impressions d'un professeur tchéco-slovaque sur l'enseignement des mathématiques dans les lycées de France (Dr Q. VETTER)</i> ...	37
<i>Les mathématiques en Italie (Ch. BIOCHE)</i>	40-42
<i>Sur la théorie des pôles et polaires dans l'Enseignement secondaire</i>	33
A. AMIEL : <i>Quelques réflexions sur l'initiation mathématique</i>	26
A. AMIEL : <i>Sur les fractions arithmétiques</i>	39
J. ANGELLOZ-PESSEY : <i>Sur un lieu géométrique élémentaire</i>	36
C. BERTHIER : <i>Sur le volume engendré par un triangle</i>	35
Ch. BIOCHE : <i>Sur le cercle, limite de polygones circonscrits</i>	19
Ch. BIOCHE : <i>Sur des polygones à éléments égaux et non superposables</i>	32
E. BLUTEL : <i>Sur le premier enseignement de la géométrie</i>	18 bis-19
E. BLUTEL : <i>Sur le premier enseignement de l'arithmétique</i> ...	33-34-36
E. BLUTEL : <i>Points conjugués et polaire d'un point par rapport à un cercle</i>	21
E. BLUTEL : <i>Sur la division des nombres décimaux</i>	21
E. BLUTEL : <i>Une conséquence inattendue d'un principe d'équivalence</i>	23
E. BLUTEL : <i>Sera-ce $\frac{MA}{MB}$ ou $\frac{MB}{MA}$?</i>	51
E. BLUTEL : <i>Le devoir du moment</i>	55
F. BRACHET et J. DUMARQUÉ : <i>Sur les théorèmes de Poncelet</i>	27
F. BRACHET et J. DUMARQUÉ : <i>Sur l'hyperbole</i>	31
F. BRACHET et J. DUMARQUÉ : <i>Sur un lieu géométrique élémentaire</i>	33
A. CHATELET : <i>Géométrie des nombres</i>	43
J. COISSARD : <i>Sur quelques énoncés de problèmes tirés de propositions classiques</i>	28
J. COISSARD : <i>Sur un problème du Concours général</i>	30
J. COISSARD : <i>Sur une théorie des directrices</i>	39
J. COISSARD : <i>Sur le calcul de $\cos(a - b)$</i>	41
H. COMMISSAIRE : <i>Sur les comptes courants</i>	29
A. COURTET : <i>A propos de la division des fractions</i>	53
A. DECERF : <i>Sur deux formules du VII^e Livre</i>	23
A. DECERF : <i>Sur le premier Livre de géométrie</i>	33
A. DECERF : <i>Sur la table de multiplication</i>	38
A. DECERF : <i>Sur le lieu des points d'où l'on voit un segment donné sous un angle constant</i>	48
A. DECERF : <i>Sur le volume des parallélépipèdes et des prismes</i> ...	51

(A suivre).

S'adresser au trésorier, M. FLAVIEN, en envoyant 2 fr. par numéro demandé.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 40), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8-63 — L. FLAVIEN. — 4. square Lagarde, Paris, 5^e

LIBRAIRIE ARMAND COLIN, 103, Boulevard Saint-Michel, PARIS, V^e

SCIENCES MATHÉMATIQUES

Arithmétique. Nouvelle édition, par A. CARTAN et Elie CARTAN.

Classes de 6^e et 5^e, Garçons et Jeunes Filles. Un vol. in-16, cartonné..... 10 fr. 50Classes de 4^e et 5^e, Garçons et Jeunes Filles. Un vol. in-16, cartonné..... 10 fr. 50

NOUVEAU COURS DE MATHÉMATIQUES, par BOREL-MONTEL

Algèbre (Classes de 3^e, 2^e et 1^{re}, des Lycées et Collèges de garçons et jeunes filles).

Nouvelle édition, revue et mise à jour, conformément aux Programmes de 1925.

par MM. Emile BOREL et Paul MONTEL. In-18, cartonné..... 15 fr. 50

Arithmétique (Classes préparatoires des Lycées et Collèges de garçons et de jeunes

filles), par M. Henri GONON. 1 vol. in-18, illustré, cart..... 5 fr. 40

Arithmétique (Classes de 8^e et 7^e des Lycées et Collèges de garçons et de jeunes filles),

par M. Henri GONON. 1 vol. in-18, illustré, cart..... 8 fr. 40

E. DESPORTES

Géométrie descriptive (Première C D et Mathématiques A B), par M. E. DESPORTES.

Un vol. in-8^o raisin, broché..... 32 fr. 50

COURS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES (COURS DARBOUX)

Leçons d'Arithmétique théorique

et pratique, par M. Jules TANNERY.

(Édition entièrement refondue). Un

vol. in-8^o, broché..... 50 fr.

Leçons d'algèbre élémentaire, par

M. Carlo BOURLET. (Édition entière-

ment refondue). In-8^o, broché..... 50 fr.

Leçons de Trigonométrie rectili-

gne, par M. Carlo BOURLET. In-8^o,

broché..... 40 fr.

Leçons de Géométrie élémentaire,

par M. Jacques HADAMARD (Nou-

velle édition revue et corrigée).

I. Géométrie plane. In-8^o, broché..... 40 fr.II. Géométrie dans l'espace. In-8^o,broché (5^e Edition)..... 65 fr.

Leçons de Cosmographie, par

MM. TISSERAND et ANDOYER. Un

vol. in-8^o, broché..... 40 fr.

MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

POL SIMON

Chef des Travaux pratiques de Mathématiques à la Faculté des Sciences de Nancy

LA RECHERCHE DES LIEUX GÉOMÉTRIQUES
EN GÉOMÉTRIE ANALYTIQUEA l'usage des classes de Mathématiques spéciales
et des Instituts techniques des Facultés des SciencesUn vol. in-8^o, avec 142 exercices gradués résolus, broché..... 32 fr. 50

Cours de Géométrie Analytique, à

l'usage des candidats aux Ecoles

Centrale et Navale, des Éléves de

1^{re} Année de Mathématiques Spéciales,

par MM. TRESSE et THYBAUT.

(Nouvelle édition conforme aux der-

niers programmes). Un vol. in-8^o,

267 fig., broché..... 50 fr.

Cours d'Algèbre (Préparation à l'Ecole

Normale supérieure, à l'Ecole poly-

technique et à l'Ecole centrale), par

M. B. NIEWIŃSKI. (Édition con-

forme aux derniers programmes).

Tome I. — In-8^o raisin, broché..... 40 fr.Tome II. — In-8^o raisin, broché..... 50 fr.

MASSON & C^{IE}, ÉDITEURS
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS (VI^e)

Cours de Mathématiques

PAR

H. COMMISSAIRE

Ancien Elève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur de Mathématiques Spéciales au lycée Louis-le-Grand

Classes de 6^e et 5^e A et B : Leçons d'Arithmétique, 3^e édition revue (Programme 1925). 1 vol. 13×20, avec 1.293 exercices, cartonné..... 13 fr. 80

Classes de 4^e A et B : Leçons d'Arithmétique et de Géométrie, 3^e édition (Programme 1925). 1 vol. 13×20, avec 1.010 exercices, cart..... 13 fr. 30

Classe de 3^e A : Leçons d'Algèbre et de Géométrie, 3^e éd., (Progr. 1925). 1 vol. 13×20, avec 722 exercices, cart... 13 fr. »

Classes de 2^e et 1^{re} A, A' et B : Leçons d'Algèbre, 3^e édition (Progr. 1925). 1 vol. 13×20, avec 675 problèmes, cart.. 15 fr. »

Classes de 2^e A, A' et B : Leçons de Géométrie plane (Progr. 1925). 1 vol. 13×20, avec 639 exercices, cart... 15 fr. »

Classes de 1^{re} A, A' et B : Leçons de Géométrie dans l'espace (Progr. 1925). 1 vol. 13×20, avec 400 exercices, cart..... 15 fr. »

Classes de Mathématiques A et B :

Leçons d'Arithmétique, 3^e édition. 1 vol. 13×20, avec 562 problèmes et exercices, cartonné..... 18 fr. »

Leçons d'Algèbre et de Trigonométrie, 5^e édition. 1 vol. 13×20, 846 problèmes, formules et tables, cart..... 33 fr. »

Leçons de Géométrie..... en préparation

Leçons de Mécanique, nouvelle édition simplifiée. 1 vol. 13×20, 397 exercices, cart..... 22 fr. »

Leçons de Cosmographie (Math. A et B et Philosophie). 1 vol. 13×20, avec 60 exercices et une carte quotidienne mobile du ciel, cart..... 18 fr. »