DEUXIÈME PARTIE

Le devoir du moment

Dans une classe de Seconde, le professeur corrige un devoir d'algèbre et de géométrie. Il s'agit de démontrer que la relation.

$$\frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)} = \frac{2}{a+c}\sqrt{acp(p-b)},$$

qui traduit l'égalité des longueurs de deux bissectrices intérieures d'un triangle, entraîne l'égalité de a et b. Les côtés du triangle sont mesurés respectivement par a, b, c et le demi-périmètre par p.

L'élévation au carré des deux membres de la relation, la simplification et la mise sous la forme entière

$$b(p-a)(a+c)^2 - a(p-b)(b+c)^2 = 0$$

sont toutes indiquées et n'appellent aucune observation.

Le maître dit « qu'il faut remplacer p par $\frac{a+b+c}{2}$ et s'efforcer de mettre $a-b$ en facteur ». Ces affirmations n'ont rien d'extraordinaire, bien que la seconde vise une méthode un peu vague ; mais il ne faut pas oublier que nous sommes en Seconde.

Comme il ajoute « il n'y a pas d'autre méthode », ce dernier impératif produit sur moi l'effet habituel et j'interromps les opérations projetées en demandant au maître de m'en laisser la direction.

Je propose à l'élève appelé au tableau de simplifier sa tâche, en ce qui touche la substitution de p qui figure à deux endroits dans la relation étudiée. Il est amené ainsi à ordonner par rapport à p et à écrire

$$p[b(a+c)^2 - a(b+c)^2] - ab[(a+c)^2 - (b+c)^2] = 0.$$

A ce point, il veut remplacer p par $\frac{a+b+c}{2}$. Je lui fais remarquer qu'il y a un devoir plus pressant, c'est de simplifier le résultat de l'ordonnance. Il obtient ainsi

$$p[ab(a-b) - c^2(a-b)] - ab(a-b)(a+b+2c) = 0.$$

La mise en évidence du facteur $a-b$ s'imposerait même si on ne l'avait désirée ni prévue, et la relation s'écrit

$$(a-b)[p(ab-c^2) - ab(a+b+2c)] = 0.$$

L'élève qui ne peut oublier le but veut encore remplacer p par sa valeur. Je mets de nouveau en avant mon désir constant de simplifier l'expression de la vérité contenue dans la relation. Il comprend et substitue $2p$ à $a+b+c$ dans la dernière parenthèse. Cela le conduit à

$$(a-b)[-p(c^2+ab) - abc] = 0.$$

Nouvelle tentative de l'élève pour la substitution de p. On lui a fixé une méthode à priori et il considère que son devoir est de l'appliquer. Sa liberté d'observer et de juger n'est plus entière. Nouvelle résistance de ma part. L'élève qui est intelligent et qui commence à percevoir la méthode que je lui impose, regarde le polynome entre crochets et reconnaît que p étant positif, ainsi que a, b, c, cette expression a une valeur négative. La substitution de p est donc inutile et le produit ne peut être nul que si a et b sont égaux.

Cet exemple montre combien l'exercice de l'observation, appuyé sur des idées tout à fait élémentaires, comme celle de simplification, peut abréger les calculs qu'on s'était imposés un peu hâtivement, et mener à un but même ignoré. Il faut, pour en tirer tout le bénéfice, se demander à chaque instant quel est le devoir le plus urgent parmi tous ceux qui se présentent. Il est tout naturel que l'ordre imposé par cette préoccupation conduise au résultat par les voies les plus simples et les plus courtes.

On existe ainsi la soumission à un mécanisme qu'il faut savoir manœuvrer mais dont on ne doit pas se faire le serviteur aveugle.

La souplesse de la méthode entretient celle de l'esprit, au grand bénéfice de la culture et de la préparation à la vie.

Le lecteur qui serait tenté de voir une exception dans l'exemple soumis à sa méditation se tromperait grandement.

E. Blutel.