

10. Rapport sur la composition de mathématiques
(Classe de Première C-D)
au Concours général des Lycées et Collèges en 1926

Première partie. — On proposait, pour préparer la suite du problème (1), d'étudier les variations d'un rapport qui s'exprimait, très simplement, comme valeur absolue d'une fonction homographique.

A peu près tous les concurrents ont paru comprendre la question et ont obtenu l'expression correcte du rapport. Mais que de fautes lourdes, chez beaucoup d'entre eux, dans la discussion demandée ! La plupart ne s'aperçoivent pas que l'intervalle $-R, +R$ est seul en cause. Quelques-uns croient que la valeur absolue de $R^2 + a^2 - 2ax$ est $R^2 + a^2 + 2ax$. On se perd, en général, dans l'examen d'un nombre considérable de cas. De bonnes copies étudient longuement certaines hypothèses, pour démontrer plus loin que ces hypothèses sont impossibles. Rares sont ceux qui ont eu l'idée, pourtant si naturelle, de remplacer les tableaux par des courbes représentatives, ou même de tracer ces courbes qui, il est vrai, n'étaient pas explicitement demandées dans l'énoncé. Les meilleurs commettent, dans leurs graphiques, des fautes graves, comme s'ils n'avaient jamais vu le diagramme correct d'une fonction homographique.

(1) Voir l'énoncé, page 5 des *Fascicules consacrés aux Examens et Concours de 1926*.

Il semble résulter de cette épreuve que les représentations graphiques sont trop négligées dans les classes de Première.

Le moindre diagramme eût montré immédiatement que la valeur absolue d'une fonction homographique croît lorsque x se rapproche du pôle, et que, par suite, l'allure des variations dépendait ici uniquement de la position du pôle b par rapport à $-R$ et à $+R$, c'est-à-dire de la position du plan donné par rapport à la sphère et au point A. Seul le cas où la fonction reste constante méritait un examen spécial.

Faute d'avoir fait cette remarque, il a fallu discuter le signe de $a^2 + R^2 - 2ab$. L'expression étant du premier degré en b , il était particulièrement simple de discuter par rapport au paramètre b . Un certain nombre n'ont pas craint de discuter par rapport à a et d'introduire dès le début des radicaux. C'est une conséquence naïve et qui ne surprendra personne, de l'importance de l'étude du trinôme dans les préoccupations de nos candidats au Baccalauréat.

On n'a pas vu, en général, que $a^2 + R^2 - 2ax$, expression de $\overline{MA}^2$ pour un point de la sphère, est positif quand x est entre $-R$ et $+R$, et que, par suite, le signe de $a^2 + R^2 - 2ab$ est évident quand b est dans l'intervalle de variation.

Dans les constructions proposées, les méthodes employées dérivent d'une recette générale ; on ne s'est pas soucié de les rattacher à la figure, ni de rechercher une relation simple entre les points A et B. La forme $a(2b - a) = R^2$, de la condition à vérifier donnait cependant une solution immédiate, qui paraissait être à la portée d'un élève de Première.

Deux copies seulement contiennent une bonne solution de cette première partie. L'une d'elles a obtenu le premier prix ; l'autre, qui n'abordait pas le reste du problème, n'a pu être récompensée.

Une dizaine de notes à peine dépassent la moyenne 10.

Deuxième partie. — Plus de la moitié des concurrents, à bout de souffle après la discussion de la fonction homographique et l'examen des cas, trop nombreux, qu'ils ont entassés sans discernement, ont borné là leur effort.

Parmi les autres, beaucoup ont considéré la deuxième partie comme une conséquence immédiate de la première, sans se soucier de démontrer une réciproque qu'ils savent cependant indispensable à l'établissement d'un lieu géométrique. Il arrive qu'on croit avoir suffisamment fixé le centre d'une sphère inconnue parce qu'on a appelé O ce centre. Quelques-uns ont abordé ce nouveau problème sans bien voir son lien avec le précédent.

Comme les calculs sont menés de façon maladroite, sans souci de la nature géométrique de la question à résoudre, avec des fautes fréquentes dans le maniement des valeurs algébriques des segments, cinq copies seulement donnent les expressions justes des rayons des deux sphères. Trop souvent, ayant obtenu $R = +\sqrt{a^2 + 2ad}$ pour l'un de ces rayons, on déclare que $R = -\sqrt{a^2 + 2ad}$ convient à

l'autre sphère, et que les deux sphères sont égales. Cette erreur n'a pas empêché certains des meilleurs concurrents d'aborder, dans des conditions favorables, la suite du problème, car il arrive précisément que la troisième et la quatrième parties sont relatives au cas où les deux sphères ont le même rayon.

Aucune idée géométrique n'a éclairé la conclusion relative à l'intersection des deux parties du lieu. Dans la meilleure composition, il est montré que les deux sphères ne se coupent pas, mais l'auteur croit qu'elles peuvent être intérieures.

Dans cette deuxième partie, deux ou trois solutions font intervenir des notions de géométrie analytique. Le concurrent classé 2^e a eu toutefois le soin de rester strictement dans les limites du programme et de ramener à une application du théorème de PYTHAGORE le fait que l'équation $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ représente un cercle.

Troisième partie. — Il fallait faire preuve de quelque intuition pour rattacher cette partie à la précédente. La plupart des bonnes copies montrent nettement la liaison entre les deux problèmes; quelques-unes développent avec élégance l'une ou l'autre des méthodes permettant de passer des sphères obtenues plus haut aux cercles demandés.

Malheureusement, les calculs relatifs à l'existence de ces cercles et à la recherche des rayons laissent, en général, à désirer.

Quatre concurrents ont donné de cette partie des solutions à peu près complètes. Une faute dans la copie classée première rend inexacts les résultats de la discussion.

Quatrième partie. — Les deux élèves classés premier et deuxième ont seuls vu l'ensemble de la question. Le premier, gêné par sa faute de la troisième partie, a, après une étude conduite avec beaucoup d'ordre et de méthode, donné des conclusions erronées. Le second, sans faire preuve des mêmes qualités d'analyse, a obtenu un plus grand nombre de réponses justes.

Sept autres ont mérité, dans la quatrième partie, des notes allant de 3 à 7 (sur 20).

Comme d'ordinaire, l'examen de cette composition met en évidence l'abus systématique du mécanisme :

Faut-il étudier une fonction ? La seule chose qui importe c'est de prendre la dérivée. On ne se préoccupe guère ni des discontinuités, ni des valeurs remarquables, ni des indications fournies par la nature même de la fonction. Le signe de y' donnera réponse à tout. C'est la recette prescrite. On se garderait bien de s'en écarter.

Il n'y avait pas, cette année, de discussion du second degré expressément demandée par le texte; et cela semble avoir contrarié beaucoup de nos concurrents. Aussi ont-ils cherché des trinômes, afin de parler le plus possible d'un sujet qu'ils connaissent bien. L'étude des signes de $x^2 - a^2$, $(x - a)(x - b)$, est, pour presque tous, la conséquence des propriétés du trinôme, de même que le théorème de THALES est une application des triangles semblables.

Nous avons constaté une fois de plus combien grande est la proportion de ceux qui traitent de façon désinvolte la rédaction, le graphisme, les figures. Cette négligence est, hélas ! la conséquence d'habitudes déjà anciennes, contre lesquelles les maîtres ne réagissent pas encore assez.

Des trois compositions qui marquent une supériorité indiscutable, la première seule domine l'ensemble du problème. Elle eût mérité les honneurs de l'impression sans l'étourderie qui altère les derniers résultats : une inégalité transcrite avec une erreur de sens. Son auteur est excellent en géométrie comme en algèbre. D'esprit solide, ingénieux, soucieux d'ordre et de rigueur, il présente ses idées dans une langue claire, et sous une forme impeccable. Sa pensée s'enchaîne bien, et ne s'égare jamais.

Le second a trop usé, dans la deuxième et la troisième parties, des méthodes de la géométrie analytique ; mais il faut lui savoir gré d'avoir montré qu'il les possédait bien, et de les avoir correctement présentées, en restant dans son programme. Par une contradiction assez curieuse, il a dédaigné de traiter à fond la première partie où, pourtant, son aptitude à manier le calcul eût trouvé à s'employer.

Le suivant a traité de façon moyenne les deux premières parties, s'est distingué dans la troisième, et a à peine abordé la quatrième. Mais il a le mérite rare de n'avoir rien affirmé qui ne soit exact. Il eût pu prétendre à la seconde place sans ses négligences d'écriture.

Ces trois copies ont été cotées 15, 12 $\frac{1}{4}$, 12. Les autres n'arrivent pas à 10.

Sur un lot d'environ 400 copies, il y a donc une copie bonne, deux assez bonnes, cinq passables. Le reste est médiocre ou nul.

Cela ne doit pas nous laisser sur une impression pessimiste. Comme l'a écrit un des membres du Comité de correction, le travail demandé à ces jeunes gens était vraiment sérieux.

*L'Inspecteur général,
Président de la Commission de Correction,*

A. MARIJON.