13e Année. — N° 53. Décembre 1927.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

Paraissant tous les trimestres

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

DEUXIÈME PARTIE

SUPPLÉMENT

Examens et Concours de 1927 : Enoncés des Problèmes de Mathématiques
2e *fascicule faisant suite au* Ve *Numéro Spécial publié en juillet 1927*
(*12 pages encartées*)

ADMINISTRATION
21, Avenue de Châtillon, PARIS (14e)

Abonnement d'un an au *Bulletin* : France, **8** fr. — Etranger, **10** fr. »
Prix d'un numéro du *Bulletin* : — **2** fr. — — **2** fr. **50**
Les membres de l'Association (cotisation : **8** fr. pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que toute publication de l'Association.
S'adresser au trésorier : M. Flavien, et en cas de règlement par chèque postal, utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :
Paris C/c 8-63 — L. Flavien — 4, square Lagarde, Paris (5e).

Membres d'Honneur :

MM. Blutel, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire.
Leconte, Directeur de l'Enseignement primaire de la Seine.
Marijon, Inspecteur général de l'Enseignement primaire.
Thybaut, Inspecteur de l'Académie de Paris.
Tresse, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire.

Bureau :

Le Bureau et les Rapporteurs se réunissent les troisièmes jeudis.

Président : M. Delcourt, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14e.
Vice-Présidents : Mlle Detchebarne, 13, r. Guy-de-la-Brosse, Paris, 5e.
M. Dumarqué, 18 *bis*, rue du Débarcadère, Paris, 17e.
Secrétaires : M. Decerf, 59, avenue Mozart, Paris, 16e.
M. Hennequin, 15, rue Charaire, Sceaux (Seine).
Trésorier : M. Flavien, 4, square Lagarde, Paris, 5e.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 40), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8-63 — L. Flavien — 4, square Lagarde, Paris, 5e

Comité :

Membres de droit :

M. Commissaire, Louis-le-Grand. M. Gimbert, Issoire.

Membres élus pour 4 ans :

En 1924 :

M. Bioche, Louis-le-Grand.
Mme Chabauty, Fénelon.
MM. Combet, Louis-le-Grand.
Commanay, Compiègne.
MM. Decerf, Janson.
Grévy, St-Louis.
Julien, Janson.
Sainte-Lague, Janson.

En 1925 :

MM. Coissard, Janson.
Jacquet, Henri-IV.
M. Lemaire, Janson.
Mlle Lauzanne, Victor-Hugo.

En 1926 :

M. Delcourt, Henri-IV.
Mlle Detchebarne, Molière.
MM. Hennequin, Lakanal.
Picardat, Chaptal.

En 1927 :

Mlle Barbier, Jules-Ferry.
M. Dumarqué, Condorcet.
MM. Flavien, Henri-IV.
Roby, St-Germain.

Correspondants :

Aix-Marseille :	M. Font.
Alger :	M. de Sarrau.
Tunis :	M. Lalande.
Besançon :	.....
Bordeaux :	M. Maupin.
Caen :	....
Clermont :	M. Sanselme.
Dijon :	.....
Grenoble :	.....
Lille :	M. Chatry.
Lyon :	.....
Montpellier :	M. Desbats.
Nancy :	M. Thiébaut.
Poitiers :	M. Dreyfus.
Rennes :	.....
Nantes :	.....
Strasbourg :	.....
Toulouse :	M. Douchez.
Hanoï :	M. Brachet.

13e Année — N° 53. Décembre 1927.

Bulletin de l'Association

des

Professeurs de Mathématiques

de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants

1. Errata

Bulletin n° 52, page 4, 30e ligne : lire « M. Chenevier, 71, rue Claude-Bernard, Paris, 5e. »

Bulletin n° 52, page 20, ajouter au renvoi de la 13e ligne : « Voir le *Journal des Collèges* n° 213, décembre 1927. »

Bulletin n° 52, page 20, 34e et 35e lignes : lire « Ce concours (Certificat d'aptitude 1re partie-sciences...) comportera à partir de **1929** :... »

2. Paiement des Cotisations 1927-1928

Le Bureau remercie vivement les correspondants et les membres de l'Association qui ont bien voulu se charger de recueillir et d'envoyer les cotisations de leurs collègues.

Ceux qui n'ont pas encore réglé leur cotisation (8 francs à verser en octobre, art. 4 des Statuts) sont instamment priés de les envoyer au Trésorier, individuellement ou — de préférence — par établissement, à l'aide d'un chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 40) en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8.63 — L. FLAVIEN
4, square Lagarde, Ve

L'inscription au *Bulletin* des membres ayant versé leur cotisation tient lieu de reçu.

Prière aussi de bien vouloir signaler les mutations et les nominations (nouveaux et anciens postes, mises à la retraite...) des professeurs de mathématiques et, s'il y a lieu, les rectifications au Répertoire alphabétique du *Bulletin* n° 52.

3. Prochaines élections au Comité

L'Assemblée générale de Pâques 1928 sera appelée à élire 8 membres au Comité, en remplacement de M. Bioche, Mme Chabauty, MM. Combet, Commanay, Decerf, Grévy, Julien, Sainte-Lague, membres sortants non immédiatement rééligibles.

Afin d'éviter une trop grande dispersion des suffrages, il semble désirable de présenter au choix des électeurs — *qui conservent d'ailleurs leur entière liberté* — une liste de membres de l'Association acceptant de mettre leur activité et leur dévouement au service de l'Association.

Les membres de l'Association désireux soit de poser leur candidature, soit de provoquer la candidature d'autres collègues, sont priés d'en informer le Bureau.

II. Etat de l'Association

850 membres au 30 novembre 1927

---

1. Inscriptions

(L'astérisque indique un membre honoraire)

MM.

Abhervé-Guéguen, Cosne (C.).
Alinat, Arbois (C.).
Audreu, Bordeaux.
Aunis, Montpellier.
Billmann, Sarreguemines.
Boutin, Douai.
Charlier de Chily, Millau (C.).
Çubialde, Pont-de-Vaux (C.).
Curie (Mlle), Amiens (L. G.).
Daniaud, Tarbes.
Darves-Bornoz, St-Quentin.
Decap, Gap.
Delale (Mlle), Carcassonne (F.).
Delsart (Mlle), Pau (L. G.).

MM.

*Devisme, Paris, étudiant Fac. Sc.
Fabre, Lodève (C.).
Gimbert, Issoire (C.).
Joussaud, Fontainebleau (C.).
Lambert (Mlle), Fès (C. F.).
Lanusse (Mlle), Amiens (L. G.).
Mœrlen, Privas (C.).
Minard, Ste-Menehould (C.).
*Noat, Marseille, étudiant Fac. Sc.
Rives (Mme), Soissons (C. F.).
Roy (J.), Brest.
Tallon (Mlle), Rochefort (C. F.).
Thomas (. . .), St-Denis-de-la-Réunion.
Vidal, Montpellier.

2. Radiations

MM. Broca, Bordeaux, *en retraite*.
Chabou, Toulouse, *en retraite*.
Delarue, *Charlemagne*, *décédé*.
Framboise, Versailles, *décédé*.
Guibard, Vesoul, *en retraite*.
Izarn, Toulouse, *en retraite*.
Patou, Tunis, *en retraite*.
Puzin, Alger, *en retraite*.

MM. Radix, Carcassonne, *décédé.*
Rivoire, Grenoble, *décédé.*
Sartre, Limoges, *en retraite.*
Saugère (Mlle), Dôle, *démissionnaire.*
Schnée, Strasbourg, *Kléber, démissionnaire.*
Thomas (...), Bayeux, *en retraite.*

3. Cotisations reçues du 1er octobre au 30 novembre

(10 cotisations rachetées (1), *2 rachats* (2)
et 270 cotisations 1927-1928, au total : 282)

Les noms en italiques sont ceux des membres ayant un nouveau poste

Membres honoraires : M. Antoine (L.), *prof. à la Fac. Sc., Rennes.*
M. *Cohen-Bacrie, prép., Cours Col., Marseille.*
M. Devisme, *étudiant, Fac. Sc., Paris.*
M. Fréchet, *prof. à la Fac. Sc., Strasbourg.*
M. Gautronneau, *prof. à l'E. P. S., Bressuire.*
M. Gosse, *prof. à la Fac. Sc., Grenoble.*
M. Jacques, *prof. à la Fac. Sc., Montpellier.*
M. *Lagier, censeur du lycée de Digne.*
M. Lebeuf, *directeur de l'observatoire, Besançon.*
M. Morguet, *proviseur du lycée d'Albi.*
M. Noat, *étudiant, Fac. Sc., Marseille.*
M. Poirier, *prof. à l'E. P. I., Rive-de-Gier.*
M. Ribeyre, *prof. à l'E. N. I., Moulins.*
M. *Robert (F.), directeur de l'E. P. S., Batna.*
M. Rouyer, *prof. à la Fac. Sc., Alger.*
M. Thiry, *prof. à la Fac. Sc., Strasbourg.*

En congé : M. *Rabatel, au Grand-Serre (Drôme).*
M. Puig, *à Ponteilla (Pyr.-Orientales).*

En retraite : M. Albou, *prof. hon. au lycée d'Alger.*
M. *Ballue, prof. hon. au lycée Buffon.*
M. Bioche, *prof. hon. au lycée Louis-le-Grand.*
M. Brichet, *prof. hon. au lycée Condorcet.*
M. Esquirol, *prof. hon. au lycée Montpellier.*
M. Larget-Piet, *prof. hon. au lycée d'Angers.*
M. Mantion, *prof. hon. au collège de Saumur.*
M. *Schlesser, prof. hon. au lycée de Versailles.*

Agde (C.). — M. Dupuy.
Aix. — MM. Bernard (E.), Texier.
Albi. — M. Bros.
Albi (C. F.). — Mlle Boursinhac.
Alès. — M. Clapier.
Alès (C. F.). — Mme Vacquier-Raymond.

(1) M. Antoine (L.), Mlle Debat, Mme Flamant, M. Esquirol, MM. Fréchet, Gosse, Mlles Graff, Moulin, M. Ninin, Mlle Poncey.
(2) Mlles Bertrand, Chaumont.

Alexandrie, *Lycée Français*. — M. Pellissier.
Alger. — MM. Büsser, Cagnac, Carrère, Cohen, Coti, Gallot, *Hais*, Paoli (L.), Pinty, de Sarrau, Tutenuit.
Alger, *Ben-Aknoun*. — Mme Fauré.
Alger, *Mustapha*. — M. Fauré.
Alger (F.) — Mlles Fénart, Grégoire, Mme Troupel-Lacroix.
Ambert (C.). — M. Chamson.
Amiens. — Mlle *Curie*, M. Durand (Ch.), Mlle *Lanusse*, MM. Ranson (E.), Vasseur (...).
Amiens (F.). — Mlle Perron.
Angoulême. — MM. Graff (P.), Grenier, Méric (A.).
Annecy. — M. Thisse.
Arbois (C.). — M. Alinat.
Bagnères-de-Bigorre (C.). — M. Lamidey.
Bayonne (C. F.). — Mlle Pinot.
Bédarieux (C.). — M. Blanc.
Belfort. — M. *Guillerme*.
Besançon (F.). — Mlle Poncey.
Béthune (C. F.). — Mlle Creton.
Béziers *(Lycée de Garçons)*. — MM. Imbert, Maury, Vigné.
Blida (C.). — MM. *Bernard (P.)*, Durand (P.).
Bordeaux. — MM. Andreu, Barès (...), Bargues, Barthès, Bellocq (D), *Caillibotte*, Courriades, Dilhan (S), Dufaut, *Franck*, Lhuillier, Maupin, Ninin, Rebeix, Roubau, Sanson.
Bordeaux, *Longchamps*. — MM. *Lamoureux*, Loiseleur.
Bordeaux (F.). — Mlles Capdeville, Debat.
Bourgoin (C.). — M. *Martin (Fernand)*.
Brest. — MM. Denimal, Le Ménager, Piétri, *Roy (J.)*, Ségur.
Cahors. — M. Delbouis.
Calais (C.). — M. Gauthier (...).
Carcassonne (F.). — Mlle *Delale*.
Casablanca. — MM. Alméras, Béthoux.
Castelnaudary (C.). — M. Gaches.
Castres (C. F.). — Mlle Leca.
Cette (C.). — M. Poux.
Chalon-sur-Saone (C. F.). — Mlle Hugot.
Chaumont. — M. *Blandin*.
Clermont-Ferrand. — M. *Deschamps (F.)*.
Clermont-l'Hérault (C.). — M. Malachane.
Cognac (C.). — M. Caralp.
Colmar (F.). — Mlles Jehl, Triand.
Cosne (C.). — M. *Abhervé-Guéguen*.
Dieppe (C. F.). — Mlle Girardeau.
Dijon. — MM. Coulon, Fleuchot, *Gonneau*, Lebel, Renaud, Thovert.
Douai. — MM. *Boutin*, *Chazel*, Dewailly, Gaudron.
Dreux (C. F.). — Mlle Lecornu.

Evreux (C. F.). — Mlle Baudry.
Fès (C. F.). — Mlle Lambert.
Fontainebleau (C. G.). — MM. *Joussaud*, Lachaux.
Fort-de-France. — M. Pioger.
Gap. — M. Decap.
Issoire (C.). — M. Gimbert.
La Flèche. — MM. Bastien, Bellon, Bessot, Convers, Léger, Lerat, Morel (G.), Prévot, Taratte, Vallet.
La Roche-sur-Yon. — MM. Deringère, Escorne.
La Rochelle. — MM. *Burlot*, Lesgourgues (L.), Vénencie.
Le Blanc (C.). — M. Michon (J.).
Le Havre (F.). — Mlle Bertrand.
Le Puy. — M. Paulin.
Lille (F.). — Mlle Burg, Mme *Carpentier-Jacquemard*, Mlle Félix.
Lodève (C.). — M. Fabre.
Lorient. — MM. *Mazé*, *Ménard*.
Lunel (C.). — M. Donnet.
Macon (F.). — Mlle Dargent.
Marmande (C. G.). — Mme Laporte, M. Sourisse.
Maubeuge (C.). — MM. Crinon, Decoulx.
Meknès (C.). — M. Comméuy.
Metz. — MM. Armbruster, Cordier, Kieffer, Martin (M.), Naglé, Pallez, Thorez.
Metz (F.). — Mme Delort.
Millau (C.). — MM. Aude, *Charlier de Chily*.
Monaco. — M. Saporte.
Montargis (C.). — M. *Collinet*.
Montélimar (C.). — M. Sayerle.
Montpellier. — MM. *Aunis*, Barbier (Jules), Bourateu, Desbats, Fages, Gary-Bobo, Pons, *Vidal*.
Montpellier (F.). — Mlle Woirion.
Morlaix (C.). — M. Jaguin.
Morlaix (C. F.). — Mlle Le Roux.
Nantes (F.). — Mlle *Bordron*.
Narbonne (C.). — M. Escafit.
Narbonne (C. F.). — Mme Mathieu-Pérès.
Oran (F.). — Mme Chabasseur-Dumay.
Orange (C.). — M. Advier.
Orléans. — M. *Multon*.
Oudjda (C.). — M. Moncheaux.
Paris, *Fénelon* (F.). — Mmes Chabauty, Gravier, Vacher, Vimeux.
Paris, *Lamartine* (F.). — Mme Maurain.
Paris, *Molière* (F.). — Mlles de Curel, Detchebarne, Mme Jeangirard.
Paris, *Victor-Hugo* (F.). — Mlle Graff.
Pau. — Mlle *Delsart*, M. Mirante-Péré.
Pau (C. F.). — Mlle Gramont.
Péronne (C.). — M. *Thiesset*.

PERPIGNAN (C. F.). — Mlle Alzieu.
PÉZENAS (C.). — M. Estibotte.
PONT-DE-VAUX (C.). — M. Çubialde.
PONTIVY. — M. Couffignal.
PONTOISE (C.). — MM. Petit, Petitteville.
PRIVAS (C.). — M. Mœrlen.
REIMS (F.). — Mme *Menet*.
RENNES. — MM. Leroy, Long, Marceil, Poumier, Prulhière.
RENNES (F.). — Mlles Collot, Guitel.
ROANNE. — MM. *Girard*, Pernet.
ROCHEFORT (C. F.). — Mlle Tallon.
ROYAN (C.). — M. Mendes.
SAÏGON. — M. Farcy.
ST-AMAND-MONTROND (C.). — M. Verdy.
ST-DENIS-DE-LA-RÉUNION. — MM. Bellivier, Thomas (...).
ST-ETIENNE (F.). — Mlle Veisson.
STE-MENEHOULD (C.). — M. Minard.
ST-QUENTIN. — M. Darves-Bornoz.
ST-NAZAIRE (C.). — M. *Houlez*.
SAINTES (C.). — M. Fillancq.
SARREGUEMINES. — MM. *Billmann*, Brauns.
SAULIEU (C.). — M. Lacourt.
SAUMUR (C.). — MM. Auzanneau, Malfreyt.
SAVERNE (C.). — MM. Dauphin, Meysonnier.
SENS. — M. Morel (H.).
SOISSONS (C. F.). — Mme Rives.
STRASBOURG, *Kléber*. — MM. Hahn, Roy (L.), Picardat (R.), Wilhelm.
STRASBOURG (F.). — Mme Flamant.
STRASBOURG, *Ecole Nationale Technique*. — M. Meinrath.
TARBES. — M. *Daniaud*.
TARBES (F.). — Mlle Argou.
TANANARIVE. — M. Bernard (Ch.).
THIONVILLE (C.). — MM. Authier, Peiffer, Schmidt (A.).
TONNERRE (C.). — M. Raby.
TOUL (C.). — M. Barthelémy.
TOULOUSE. — MM. *Bréchet*, Caussé, Douchez, Estève, Fitte, Marty (M.), Méric (...), Mitault, Rebière, Vignes, *Wolfender*.
TOURNON (F.). — Mlle Arnaud.
TOURS (F.). — Mlles Bèzes, Dietz.
VALENCIENNES. — M. Mas.
VALENCIENNES (F.). — Mlle Moulin.
VANNES (C.). — M. Jaury.
VERSAILLES (F.). — Mme Alba-Mignon, Mlles *Chaumont*, Duchaussoy, Tertois.
VILLEFRANCHE-DE-ROUERGUE (C.). — M. Pontie.

III. Démarche du Bureau

Réunion des Bureaux de l'Association des Professeurs de Mathématiques et de l'Union des Physiciens

Les Bureaux de l'Association des Professeurs de Mathématiques et de l'Union des Physiciens se sont réunis au Lycée St-Louis le 10 novembre 1927 (1) pour s'entretenir de diverses questions intéressant mathématiciens et physiciens.

Liaison entre les deux sociétés. — Les deux Bureaux ont examiné la possibilité de resserrer entre les deux sociétés la liaison qui offre le plus grand intérêt pour de nombreuses questions concernant les enseignements donnés par leurs membres : étude des programmes scientifiques, unification des notations, etc.

Ils ont décidé que chaque Président serait convoqué aux réunions de l'autre société ou de son Comité ou Conseil, de manière à faciliter cette collaboration en assistant à ces réunions, ou en déléguant un membre du Bureau pour y assister.

Les études scientifiques dans l'enseignement secondaire. — Un échange de vues a eu lieu entre les deux Bureaux à l'occasion d'un vœu émis par la *Franco-Ancienne* à son Assemblée générale de 1927. Ils ont été d'accord pour déclarer qu'il fallait : ou bien poursuivre l'expérience en cours, ou bien ne pas limiter à une seule catégorie d'élèves et au seul enseignement scientifique les modifications suggérées par la *Franco-Ancienne.*

Unification des notations. — Les deux Bureaux s'entendent en vue de poursuivre d'un commun accord l'unification des notations et sur la nécessité de se conformer aux abréviations légales.

Groupement de professeurs des classes de Mathématiques Spéciales. — Après avoir entendu un exposé purement objectif de M. Delcourt sur une « Union projetée de professeurs de Spéciales, mathématiques et physiques », et après s'être communiqué leurs renseignements à ce sujet, les deux Bureaux ont été unanimes à approuver les sentiments de presque tous les professeurs de Spéciales de Paris et de plusieurs provinciaux, qui considèrent comme inutile et regrettable un groupement des seuls professeurs de mathématiques et de physique de ces classes en dehors de leurs sociétés de spécialistes.

Les professeurs de Spéciales peuvent parfaitement continuer à y étudier les questions qui les intéressent — même si elles concernent à la fois mathématiciens et physiciens — et les deux Bureaux rappellent les enquêtes et démarches relatives, pour le concours d'admission à

(1) Etaient présents :
Union des Physiciens : MM. Barrée, Brizard, Delvalez, Fraudet.
Association des Professeurs de Mathématiques : MM. Decerf, Delcourf. Dumarqué, Hennequin.

l'Ecole Polytechnique, à la suppression de la liste alphabétique unique en 1924, à l'annulation de la composition de calcul en 1927, aux examens de physique et de chimie de ces dernières années.

Le Bureau de l'Union des Physiciens prend connaissance du dispositif réalisé à cet effet par l'adjonction au Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques de deux professeurs de Mathématiques Spéciales, — un de Paris, un de province, — ayant pour rôle de provoquer toutes les réunions, toutes les consultations utiles, de faire transmettre toutes les informations intéressant leurs collègues. Le Bureau de l'Union des Physiciens envisage une organisation analogue, en sorte que les deux Bureaux pensent qu'avec ces dispositifs et celui qu'ils viennent de prévoir pour resserrer et rendre plus apparente la liaison entre leurs sociétés, il n'y a pas lieu de retenir les difficultés objectées à l'étude, dans le cadre de ces sociétés, des questions intéressant les professeurs de Spéciales, et à la possibilité d'une action concertée de ces sociétés.

IV. Conseil Supérieur de l'Instruction publique

Résultats des élections des 9 et 23 novembre 1927

(Journal Officiel *des 17 et novembre 1927)*

Agrégés de mathématiques des Lycées

Electeurs inscrits : 365.
Votants : 284.
Bulletins blancs, illisibles, irréguliers : 15.
Majorité absolue des suffrages exprimés : 135.

MM. Commissaire	240 voix.
Weber	12 —
Gros	5 —
Chenevier	2 —
Grévy	2 —

MM. Beauvalon, Blutel, Chatry, Dedron, Delcourt, Labrousse, Lecerf, Malieski, chacun 1 voix.

Licenciés ès sciences des Collèges

Electeurs inscrits : 609.
1er tour (9 novembre 1927) : Votants : 589.
Bulletins blancs, illisibles, irréguliers : 32.
Majorité absolue des suffrages exprimés : 279.

MM. Gimbert	149 voix.
Chatelain	148 —

MM.	Roby	129 voix.
	Doueil	119 —
	Poircuitte	11 —
	Vilon	1 —

2e *tour (23 novembre 1927)* : Votants : 598.

Bulletins blancs, illisibles, irréguliers : 35.

MM.	Gimbert	216 voix.
	Roby	165 —
	Chatelain	148 —
	Doueil	33 —
	Poircuitte	1 —

Désignation de délégués de l'Enseignement secondaire des jeunes filles

Résultat des élections faites par les soins du S3

Agrégées de l'ordre des sciences (section des sciences mathématiques)

Votantes : 73.

Bulletins blancs : 3.

Mlles	Detchebarne	66 voix.
	Dionot	2 —
Mme	Chabauty, Mlle Courtin, chacune	1 —

V. Documents officiels

7. Certificat d'aptitude (E. S. des J. F.) 1re Partie. Sciences et Ecole Normale Supérieure de Sèvres

Le *Journal Officiel* du 19 novembre 1927 publie un Arrêté du 17 novembre 1927 fixant comme suit les coefficients attribués en 1928 (1) aux épreuves de ce concours :

Epreuves écrites : Arithmétique et Algèbre : 2 ; Géométrie : 2 ; Physique : 2 ; Chimie : 1 ; Zoologie : 1 ; Botanique et Géologie : 1 ; Morale et Psychologie : 1.

Epreuves orales : Arithmétique et Algèbre : 2 ; Géométrie : 2 ; Physique : 2 ; Chimie : 1 ; Zoologie : 1 ; Botanique et Géologie : 1 ; Morale et Psychologie : 1 ; Langue vivante ou langue latine : 1.

8. Concours commun pour l'admission en 1928 à l'Ecole Polytechnique et à l'Ecole des Ponts et Chaussées

Le *Journal Officiel* du 29 novembre 1927 publie une Instruction relative à l'admission en 1928 des élèves titulaires à l'Ecole Nationale des

(1) Les modifications prévues par le Décret du 12 août 1927 (voir le *Bulletin* no 52, page 20) sont applicables à partir du Concours de 1929.

Ponts et Chaussées à la suite d'*un concours qui se confondra avec le concours ouvert cette même année pour l'admission à l'Ecole Polytechnique.*

9. Rapport sur la composition de mathématiques (Classe de Mathématiques) au Concours général des Lycées et Collèges en 1927

Une analyse sommaire de la position du problème (1) et des réponses aux différentes questions permettra de présenter des observations plus précises.

I. La première partie n'était qu'une entrée en matière. Etant donnés un cercle Γ et une droite Δ_D du plan P de ce cercle, il s'agissait de trouver le lieu géométrique des points de contact D des sphères passant par Γ et des plans tangents à ces sphères, menés par Δ_D.

Il faut naturellement que Δ_D ne coupe pas Γ ; le lieu est un cercle (γ), de centre δ, dont le plan p est perpendiculaire à Δ_D. La droite d'intersection de P et p passe par les centres des deux cercles Γ et (γ) et les diamètres $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, portés par cette droite, se partagent harmoniquement.

On reconnaît dans les deux cercles Γ et (γ), une configuration dont l'importance a été signalée à diverses reprises.

D et D' étant deux points quelconques de (γ), A, B, C les sommets d'un triangle fixe inscrit dans Γ, on vérifie sans peine, au moyen d'une inversion de pôle D', que les longueurs D'A, D'B, D'C sont respectivement proportionnelles aux distances DA, DB, DC. D'autre part, une sphère quelconque, passant par Γ, coupe D'A, D'B, D'C en des points A', B', C' ; on démontre que les côtés du triangle A'B'C' sont respectivement proportionnels à $BC \times D'A$, $AC \times D'B$, $AB \times D'C$ et par suite aux produits constants $BC \times DA$, $AC \times DB$, $AB \times DC$, c'est-à-dire aa_1, bb_1, cc_1, suivant les notations de l'énoncé. Le triangle A'B'C' reste donc semblable à lui-même quand la sphère passant par Γ varie et que le point D' se déplace sur (γ).

Ces remarques que suggère le rapprochement des divers paragraphes de l'énoncé simplifient la solution dans son ensemble.

II. A chaque point D, choisi sur (γ), correspondent un tétraèdre ABCD et une sphère Σ circonscrite à ce tétraèdre. Le cône circonscrit à Σ, le long de Γ, est coupé par le plan tangent en D, à Σ, suivant une conique (c). D'après le théorème de Dandelin, D est un foyer de cette conique et la droite $D\delta$ en est l'axe focal. De plus Δ_D est la directrice relative au foyer D. Les génératrices du cône précité, situées dans le plan p, sont les tangentes aux points α, α', à la section σ de Σ par ce plan. Ces génératrices rencontrent $D\delta$ en deux points s et s' qui sont

(1) Voir l'énoncé page 5 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours en 1927*.

des sommets de (c) et tels en outre que $s\alpha = s\mathrm{D}$ et $s'\alpha' = s'\mathrm{D}$. (Supposons α à l'intérieur de (γ) et par suite α' à l'extérieur).

On demandait de déterminer les lieux géométriques respectifs de s et de s', quand D décrit (γ). Il résulte de ce qui précède que le lieu de s est le lieu des centres des cercles tangents à (γ) et passant par α. Ce lieu est donc une ellipse (E) dont (γ) est un cercle directeur, α étant le second foyer. De même, le lieu de s' est une hyperbole (H) dont (γ) est un cercle directeur, le second foyer étant en α'.

La façon dont ces lieux se présentent invite à utiliser leur génération tangentielle. La tangente à (E) en S est l'axe du segment $\mathrm{D}\alpha$; de même, la tangente à (H) en S' est l'axe du segment $\mathrm{D}\alpha'$. Ces deux axes se coupent au centre de σ, sur l'axe du segment $\alpha\alpha'$. Le déplacement simultané de s et s' apparaît alors nettement. Si D vient en un des points D_0 où la polaire de α' par rapport à (γ) rencontre ce cercle, l'axe de $\mathrm{D}_0\alpha$ est la tangente en un sommet du petit axe de (E) et l'axe de $\mathrm{D}_0\alpha'$ est une asymptote de (H). Le petit axe de (E) la partage en deux moitiés ; à chacune correspond une branche de (H).

L'examen des excentricités montre qu'elles sont inverses l'une de l'autre.

[Les deux coniques (E) et (H) sont homologiques, le centre d'homologie étant le foyer commun δ ; l'axe d'homologie correspondant est l'axe du segment $\alpha\alpha'$, et les deux points α et α' sont des points homologues. On pourrait, en s'appuyant sur cette remarque, énoncer d'autres propriétés qui n'étaient pas visées, l'homologie n'étant pas au programme de la classe de Mathématiques.]

III. A la droite Δ_{D}, intersection du plan tangent à Σ, au point D, avec le plan ABC, correspondent d'autres droites analogues Δ_{A}, Δ_{B}, Δ_{C}. Deux quelconques de ces droites, Δ_{A} et Δ_{B} par exemple, ne se coupent pas en général ; la première étant dans le plan BCD et la seconde dans le plan ACD, elles ne peuvent se couper que sur la droite CD, intersection de ces deux plans. Cela conduit à chercher les points M et N où les plans tangents à Σ en A et B rencontrent CD. Un calcul facile, utilisant la similitude des triangles MAC, MAD, montre que $\dfrac{\overline{\mathrm{MC}}}{\overline{\mathrm{MD}}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}^2}{\overline{\mathrm{AD}}^2}$. De même $\dfrac{\overline{\mathrm{NC}}}{\overline{\mathrm{ND}}} = \dfrac{\overline{\mathrm{BC}}^2}{\overline{\mathrm{BD}}^2}$. Pour que les deux droites Δ_{A} et Δ_{B} se coupent, il faut et il suffit que l'on ait $\mathrm{AD} \times \mathrm{BC} = \mathrm{AC} \times \mathrm{BD}$, ou, en adoptant les notations de l'énoncé, $aa_1 = bb_1$ (1). La symétrie de cette relation montre que les deux couples de points A et B d'une part, C et D d'autre part, peuvent être échangés et, par suite, que si Δ_{A} et Δ_{B} se rencontrent, il en est de même de Δ_{C} et Δ_{D}.

On peut établir la même proposition sans passer par la relation (1). Le point M où Δ_{A} et Δ_{B} rencontrent CD est un point conjugué de A et de B par rapport à Σ, puisqu'il est dans les plans tangents à cette sphère respectivement en A et en B. Par suite CD et la droite polaire de AB par rapport à Σ ont ce point M en commun. La droite polaire de CD et la droite AB sont donc dans le plan polaire de M par rapport à Σ et elles ont un point commun, c'est-à-dire que les plans tangents en C et D coupent AB au même point M', ou que Δ_C et Δ_D passent par M'. — M et M' sont des points conjugués par rapport à Σ.

[D'une façon générale, les quatre droites Δ_A, Δ_B, Δ_C, Δ_D sont des génératrices d'un même système d'un hyperboloïde. Cette propriété n'était pas visée].

Une simple vérification montre que la relation $aa_1 = bb_1$ se conserve dans une inversion quelconque.

IV. Les pôles respectifs des faces du tétraèdre ABCD, par rapport à Σ, étant les points A_1, B_1, C_1, D_1, les droites AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 sont les droites polaires de Δ_A, Δ_B, Δ_C, Δ_D par rapport à cette même sphère. Si deux des premières droites se coupent, deux des dernières sont dans un même plan. Si les quatre premières droites concourent en un point, les quatre dernières sont dans un plan et réciproquement. On conclut de suite que les conditions $aa_1 = bb_1 = cc_1$ (2), sont nécessaires. Elles suffisent, car, en vertu de la relation $aa_1 = bb_1$, les droites Δ_A et Δ_B se coupent ; la relation $aa_1 = cc_1$ entraîne de même la rencontre des droites Δ_A et Δ_C. Mais bb_1 et cc_1 étant alors égaux, Δ_B et Δ_C se coupent et par suite aussi Δ_A et Δ_D. Ainsi Δ_A rencontre Δ_B, Δ_C, Δ_D. L'une quelconque des quatre droites rencontrant les trois autres, elles ne peuvent être que dans un même plan puisqu'elles ne sont pas concourantes.

Si l'on se reporte à la première partie, on voit que les côtés du triangle A'B'C', proportionnels à aa_1, bb_1, cc_1, sont égaux et que ce triangle est équilatéral.

V. Le cercle Γ et la droite Δ_D étant donnés, ainsi que le point D, sur (γ), et le tétraèdre ABCD étant de l'espèce caractérisée par les relations (2) et visée au § IV de l'énoncé, il y a une infinité simple de triangles ABC, inscrits dans Γ. Un plan fixe Π, parallèle au plan défini par D et Δ_D, coupe DA, DB, DC, respectivement en A', B', C' ; le cercle Γ' circonscrit au triangle A'B'C', et le cercle Γ sont sur un même sphère. Le triangle A'B'C' est donc équilatéral et ses côtés sont tangents à un cercle Γ'_1 qui a même centre que Γ' et un rayon moitié. La perspective de Γ'_1 sur le plan P, du point de vue D, est une ellipse (ε) à laquelle sont tangents les côtés du triangle ABC.

Soit U un point de Δ_D. Cherchons les tangentes menées de U à Γ et à (ε). Pour cela, menons par D la droite DU et, par cette droite, les plans tangents aux deux cônes qui ont D pour sommet, Γ' et Γ'_1 comme bases respectives. Comme DU est parallèle au plan Π, les points de contact de ces plans tangents avec Γ' et Γ'_1 sont sur une droite qui passe par le centre O_1 commun à ces deux cercles. La perspective de cette droite sur le plan P est la corde des contacts des tangentes menées de U à Γ et (ε) ; tous les points de Δ_D ont donc même polaire par rapport à Γ et à (ε).

L'ensemble des triangles ABC n'est d'ailleurs pas modifié si l'on subtitue à D un point quelconque du cercle (γ), de sorte que la conique (ε) est complètement définie quand le cercle Γ et la droite Δ_D sont donnés.

Si l'on se reporte à la première partie, on peut esquisser une généralisation. Supposons le tétraèdre ABCD quelconque, le cercle Γ, la droite Δ_D et le point D étant donnés, ce dernier sur (γ). Il y a une simple infinité de triangles ABC tels que aa_1, bb_1, cc_1 soient proportionnels à des nombres donnés u, v, w. Un plan Π fixe, parallèle au plan défini par D et Δ_D, coupe DA, DB, DC, respectivement en A', B', C', et les côtés du triangle A'B'C' sont proportionnels à u, v, w. Il y a une infinité simple de triangles A'B'C', semblables à l'un d'eux, et inscrits dans le cercle Γ' ; une rotation quelconque autour du centre O_1 de Γ' donne un nouveau triangle A'B'C'. Ainsi, les côtés de ce triangle enveloppent des cercles de centre O_1, etc.

VI. Le cercle Γ et la droite Δ_D étant donnés, il est naturel de chercher les éléments de l'ellipse (ε). Posons $\delta\alpha = d$, $\delta\alpha' = d'$. Lorsque le plan Π se déplace parallèlement à lui-même, le point D étant fixé, le centre O_1 des cercles Γ', Γ'_1 décrit la droite conjuguée harmonique de $D\delta$ par rapport à $D\alpha$ et $D\alpha'$. Cette droite perce le plan P en un point O conjugué harmonique de δ par rapport à α et α'. Le plan Π mené par O rencontre $D\alpha$ et $D\alpha'$ respectivement en I et I'. Soient J et J' les milieux de OI et de OI'. Les projections coniques j et j' de ces points sur le plan P, du point de vue D, sont deux sommets de (ε) ; ce sont les conjugués harmoniques de δ par rapport à O et α d'une part, O et α' d'autre part. Des équations du premier degré très simples, définissent donc les abscisses des points o, j, j' par rapport à δ et par suite les abscisses de j et j' par rapport à O. La longueur de l'axe jj' en résulte ; elle a pour expression $8dd' \dfrac{d'-d}{(3d+d')(3d'+d)}$.

On calcule aisément l'ordonnée OK du point de l'ellipse (ε), qui se projette orthogonalement en O, sur l'axe jj'. Il suffit de remarquer que OK est égal à la moitié de OI, de sorte que

$$\overline{OK}^2 = \frac{1}{4}.\overline{OI}^2 = \frac{1}{4}.O\alpha.O\alpha'.$$

Le rapport $\dfrac{oj.oj'}{\overline{OK}^2}$ vaut $16\dfrac{dd'}{(3d+d')(3d'+d)}$; il est inférieur à 1, ce qui montre que le petit axe de l'ellipse (ε) est jj' ; ce même rapport étant égal au carré du rapport des deux axes, la longueur du grand axe s'en déduit de suite ainsi que l'excentricité. Les carrés de ces deux éléments sont des fonctions rationnelles de d et d' ; ils s'annulent en même temps que $d' - d$.

Telle est, dans ses grandes lignes, la solution du problème proposé. Les deux premières parties semblaient devoir être traitées, — la seconde plus ou moins complètement — par tous les concurrents ; il n'en a rien été : 12 d'entre eux n'ont pas abordé la première et 100 ont reculé devant la seconde. Par conséquent, plus d'un tiers des 276 copies remises émanent de jeunes gens qui n'auraient pas dû participer à l'épreuve.

Pour étudier la première question, 4 candidats ont fait appel à la géométrie analytique et l'un d'eux a trouvé une hyperbole équilatère !

D'autres ont utilisé l'inversion, ce qui était superflu.

L'emploi d'un angle inscrit, dont la mesure est $\frac{\pi}{4}$, laisse rêveur.

La phrase suivante « le tétraèdre se réduit à un quadrilatère » produit une impression analogue.

Un candidat a trouvé une droite. Cinq se sont tenus à une sphère. Un sixième plus avisé dit que « le lieu est un cercle parce qu'il ne peut être une sphère. »

Un humoriste écrit : « On conçoit difficilement un plan tangent à une sphère qui serait sécant par rapport à un de ses petits cercles. »

La phrase « un faisceau de sphères de base le cercle Γ », trouvé dans une copie primée, est un bien mauvais exemple de style télégraphique.

La signification de l'expression « réseau de sphères » échappe à plusieurs.

La formule $r = \frac{R^2 d + R\sqrt{d^2 - \rho^2 (d^2 + R^2 - \rho^2)}}{d^2 + R^2 - \rho^2}$, tirée de l'une des copies, indique un mépris profond de l'homogénité.

Enfin, les expressions « lieu probable », « lieu rigoureux », employées par un candidat qui a d'ailleurs limité le lieu définitif sans raison valable, indiquent nettement la marche suivie encore par un trop grand nombre : on s'évertue à démontrer un fait pressenti, au lieu d'observer et de conclure. C'est tout le contraire de la méthode recommandée dans les instructions. Tant que la géométrie sera présentée de cette façon, sa contribution à la culture générale restera médiocre et elle ne servira guère qu'à former des spécialistes.

Notons, dans l'ensemble, un louable souci des réciproques et une certaine connaissance des anneaux de cercles.

L'examen de la seconde partie ne prête pas à des remarques aussi nombreuses, beaucoup de non-valeurs s'étant déjà éliminées.

Les deux coniques ont été vues généralement ; leur homologie est même signalée, dans une copie non récompensée d'ailleurs.

La correspondance des points à l'infini, sur l'hyperbole, et des extrémités du petit axe, sur l'ellipse, est mentionnée dans dix copies — dont une seule récompensée —, sans raisons déterminantes le plus souvent. Personne n'a vraiment utilisé ce fait que les foyers non communs sont deux points inverses par rapport au cercle directeur commun ; l'inventaire des données et des résultats, et la volonté bien arrêtée d'en tirer parti, sont encore trop rares.

Les lieux sont limités parfois à tort.

Un candidat indique deux ellipses, un autre deux hyperboles !

La géométrie analytique révèle à l'un d'eux « une hyperbole équilatère dont l'excentricité est égale à 1/2. » Ceux — ils sont deux — qui attribuent même excentricité à l'ellipse et à l'hyperbole ne manquent pas moins d'à-propos, ainsi que celui qui voit un sommet commun aux deux coniques.

Il est encore trop souvent question du « grand axe » d'une hyperbole.

La recherche de la liaison des excentricités a été l'occasion de la faute la plus grave et la plus fréquente ; ceux qui l'ont commise n'ont pas compris l'énoncé, puisqu'ils ont donné une relation contenant non seulement les excentricités, mais aussi des longueurs de la figure. Beaucoup ont formé le rapport des excentricités, l'un d'eux la différence ; pourquoi pas la somme ?

On trouve dans une copie : « $ee' = \frac{R^2}{4R^2} = \frac{1}{3R^2}$ ». Cela fait songer aux balbutiements des débutants en algèbre.

L'affirmation relative aux faisceaux homographiques, engendrés par les rayons vecteurs qui vont d'un point d'une conique à ses foyers, rentre dans une catégorie bien connue ; elle montre combien est risqué l'emploi de l'homographie à ce niveau.

Enfin, l'éloquence « du théorème de Dandelin *qui dit.....* » est invoquée sous une forme dont les auteurs ne portent pas sans doute toute la responsabilité.

Des 105 concurrents qui se sont attaqués à la troisième partie, un assez grand nombre en ont donné une solution juste, faisant appel, le plus souvent, aux propriétés des pôles et des polaires : il semble que cette notion ait pénétré.

Ceux qui se sont inspirés du texte de la quatrième question pour établir la relation $aa_1 = bb_1$, n'ont pas vu que la construction de cette formule ne distingue pas l'arête AB de l'arête CD ; ils se sont bornés à une vérification.

Les raisons données manquent parfois de précision, mais peu d'erreurs graves ont été commises. Un candidat affirme pourtant à tort que AB et CD sont orthogonales. Un autre aventure l'expression « concurrence à l'infini » pour caractériser des droites parallèles.

La quatrième partie à donné lieu à 67 essais.

La liaison des deux faits suivants : 1° les quatre droites AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, sont concourantes ; 2° les quatre droites Δ_A, Δ_B, Δ_C, Δ_D, sont dans un même plan, a été vue nettement par quelques-uns et utilisée pour établir les formules $aa_1 = bb_1 = cc_1$. Mais, s'il est bien démontré que ces conditions sont nécessaires, il ne résulte guère des raisonnements faits qu'elles soient suffisantes. Un doute subsiste à ce sujet dans beaucoup de copies et celle qui a été jugée la meilleure n'est pas inattaquable sur ce point.

Ces relations caractéristiques une fois établies, la démonstration relative au triangle équilatéral, au moyen d'une inversion, devenait facile. Certains candidats se trouvaient là sur un terrain déjà exploré, à tel point que quelques-uns sont partis du triangle équilatéral pour rétablir les relations qu'ils n'avaient pas su trouver directement.

Quelques-autres, assez mal inspirés, ont voulu rattacher ces tétraèdres particuliers à des souvenirs de classe. Ceux qui ont cru y voir des tétraèdres réguliers étaient loin de compte, puisque ces derniers tétraèdres sont soumis à cinq conditions. Ceux, en très petit nombre, qui les ont identifiés à des tétraèdres dont les arêtes opposées sont orthogonales deux à deux, sont à l'abri de ce reproche, puisque les deux relations :

$$a^2 + a_1^2 = b^2 + b_1^2 = c^2 + c_1^2$$

caractérisent cette dernière catégorie. Mais ils ont joué, comme les premiers, sur un coup de dés et l'un d'eux, notamment, a édifié toute une théorie en étayant ses assertions de faits imaginés pour les besoins de sa cause.

39 candidats se sont essayés à la cinquième partie. Deux seulement en ont donné une solution irréprochable ; encore l'une des réponses est-elle incomplète. Les copies correspondantes ont été classées dans les premiers rangs.

Enfin, on ne trouve des traces de la sixième partie que dans onze copies ; ce ne sont d'ailleurs que des essais informes pour la plupart. Le candidat qui a obtenu le premier prix serait arrivé au résultat par des voies assez rapides s'il n'avait commis, dès le début, des fautes d'homogénéité dont la grossièreté s'explique difficilement.

Dans l'ensemble, la tenue matérielle des copies est bonne ; et, malgré les fautes signalées plus haut, la rédaction en est assez soignée. Sans doute, on retrouve des fautes d'orthographe qui sont de vieilles connaissances : « quelleconque... ellypse... conniques... assymptotes... concourrantes » ; mais le nombre en est assez réduit en somme.

Quelques chiffres permettront de comparer les meilleures copies à celles des années précédentes. Les notes attribuées aux copies primées sont respectivement 15,6, 12,6 et 11,4. Celles des dix accessits s'échelonnent de 11,1 à 8,9. Un assez grand nombre de notes variant de 8 à 6 témoignent encore de résultats honorables. En somme, ce concours n'est pas inférieur aux meilleurs de ceux qui l'ont précédé.

Le premier prix se détache nettement des suivants. L'élève qui en a été jugé digne voit vite et juste en général. La géométrie l'intéresse plus que le calcul. Il prend plaisir au jeu des idées et attache peu d'importance à la mise en forme : sa copie a l'aspect d'un brouillon. Certaines parties de sa rédaction sont d'une sobriété et d'une concision qui pourraient faire croire à de la sécheresse, mais qui tiennent à la rapidité d'une synthèse inconsciente. Il est clair sans effort, obscur sans s'en douter. Il ne paraît pas avoir subi l'empreinte d'une formation et il se présente avec ses qualités naturelles et son défaut d'expérience. Il y a en lui l'étoffe d'un mathématicien. Les promesses d'avenir qu'il a données en cette circonstance se réaliseront tout naturellement quand il sera soumis à la discipline d'une méthode.

L'Inspecteur général,
Président du Jury de Correction,
E. Blutel.

10. Rapport sur la composition de mathématiques (Classe de Première C-D) au Concours général des Lycées et Collèges en 1927

La composition a été abordée par 426 concurrents. Relevons de suite, en ce qui concerne les meilleurs sujets, la qualité remarquable du concours. Après une première élimination, près de 50 copies ont été retenues, qui méritaient un examen approfondi ; si douze d'entre elles seulement ont été récompensées, alors que le règlement accorde treize nominations, c'est que ces douze premières marquaient une supériorité bien nette sur les suivantes, et que se présentaient ensuite, en tête de celles-ci, cinq copies dont la valeur, sensiblement la même, rendait le classement difficile ; mais, à supposer que les douze lauréats n'aient pas pris part au concours, le jury n'aurait pas été embarrassé pour désigner, parmi les autres, treize sujets dignes d'être récompensés. Les deux premières compositions affirment leur supériorité par leur logique simple, élégante, irrésistible, qui conduit le lecteur, sans une omission, sans un faux pas, jusqu'au dernier terme de la question pour l'une, jusqu'à l'avant dernier mot pour l'autre. « On ne peut se défendre d'un sentiment d'admiration et même d'une certaine émotion, dit un correcteur, à la pensée qu'il s'agit du travail d'enfants de seize ans ». Les deux compositions suivantes, à part une défaillance plus sensible dans la dernière partie, témoignent d'un même équilibre dans la pensée, d'un même développement remarquable du sens critique et de l'esprit philosophique. Le travail de chacun de ces quatre élèves pourrait servir à démontrer, si cela était nécessaire, à quel point l'étude de la géométrie entraîne la rigueur des enchaînements logiques et la parfaite clarté de l'intelligence.

Suivons le texte proposé (1). « *On donne deux points fixes A et B, et un nombre positif* k, *que l'on suppose, dans les deux premières parties du problème, différent de l'unité. Nous appellerons* (Δ) *toute droite de l'espace telle que le rapport des distances de A et B à* (Δ) *soit égal à* k. *On désignera par I et J les points de AB dont le rapport des distances à A et B est égal à* k, *par I' et J' les projections orthogonales de I et J sur* (Δ).

1° *Montrer qu'on peut* caractériser *toute droite* (Δ) *par l'une ou l'autre des conditions suivantes :*

a) *le rapport des distances du point I' aux points A et B est égal à* k ;

b) *les deux plans passant, l'un par* (Δ) *et I, l'autre par* (Δ) *et J, sont rectangulaires.* »

La première proposition s'établit en projetant orthogonalement A, B, I, J en A', B', I', J', sur une droite quelconque (δ). Sauf le cas où ces quatre projections se confondent, qui est celui où (δ) est perpendiculaire à AB, le théorème de Thalès pour l'espace donne

(1) Voir page 5 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours en 1927*.

$\frac{I'A'}{I'B'} = \frac{IA}{IB} = k$; d'autre part, les deux triangles I'A'A, I'B'B sont rectangles en A' et B'; si donc (δ) est une droite (Δ), c'est que $\frac{AA'}{BB'} = \frac{I'A'}{I'B'}$, que ces deux triangles sont semblables, et que $\frac{I'A}{I'B}$ est bien égal à k. Réciproquement, si cette égalité a lieu, les mêmes triangles rectangles ont l'hypoténuse et un côté de l'angle droit proportionnels ; ils sont semblables et on a : $\frac{AA'}{BB'} = \frac{I'A'}{I'B'} = k$.

Dans le cas réservé, I'A et I'B se confondent respectivement avec A'A et B'B, et la proposition est manifeste.

Le second caractère s'établit directement en projetant la figure sur un plan perpendiculaire à (δ) ; celle-ci se projette en un point δ ; les distances de A et B à (δ) se conservent en projection suivent δA et δB, de même que le rapport des distances de I, comme de J, à A et B ; dans ces conditions, pour que (δ) soit une droite (Δ), il faut et il suffit que, en projection, les points I et J soient les pieds des bissectrices de l'angle en δ du triangle δAB, ou encore que δI, δJ soient rectangulaires. C'est la proposition énoncée.

2° « *On considère les droites* (Δ) *passant par un point fixe S, pris en dehors de AB ; montrer que le lieu des points I' correspondants est un cercle et le lieu des points J' un autre cercle. Trouver le lieu du point S, quand les deux cercles, lieux de I' et J' sont égaux, ou, plus généralement, ont leurs rayons dans un rapport donné* ».

Pour qu'une droite (δ) soit une droite (Δ), il faut et il suffit, d'après le premier caractère, que I' soit sur la sphère de diamètre IJ ; pour qu'elle passe par S, il faut et il suffit que l'angle SI'I soit droit, donc que I' soit sur la sphère de diamètre SI : d'où le lieu de I', intersection des deux sphères, et celui de J', déterminé de même manière.

Prenant pour plan de figure le plan SIJ, apparaissent trois sphères dont trois grands cercles, placés dans ce plan, ont pour diamètres IJ, SI, SJ ; SI et SJ coupent respectivement le premier en I et J, puis en deux autres points P et Q par lesquels passent aussi respectivement les deux autres cercles ; les deux lieux sont donc les deux cercles de diamètres IQ et JP, dont les plans sont perpendiculaires à celui de la figure. Or, les triangles rectangles SPJ, SQI sont semblables, ayant même angle en S, de sorte que les diamètres IQ, JP sont proportionnels aux distances SI, SJ ; le lieu demandé de S est donc le lieu connu, plan ou sphère, des points S dont les distances à I et J sont égales ou dans un rapport donné.

3° « *On suppose maintenant* k = *1. Que deviennent, dans ce cas, les propriétés caractéristiques des droites* (Δ)*? Caractérisez, en particulier, toutes les droites* (Δ) *passant par un point donné S équidistant de A et B. Lieu des projections du milieu O de AB sur les droites* (Δ) *passant par un point quelconque S. Deux points différents peuvent-ils correspondre au même lieu ?* »

Avec $k = 1$, un seul des deux points I, J, subsiste, devient le milieu O de AB, l'autre s'éloignant à l'infini. Le premier caractère se maintient, et s'établit de la même manière à cela près que O' étant la projection de O sur (Δ), les triangles rectangles O'A'A, O'B'B sont égaux et non plus semblables, et que ce caractère se traduit par l'égalité des distances de O' à A et B.

Le second caractère s'établit encore en projetant sur un plan perpendiculaire à une droite quelconque (δ); la condition à remplir, égalité des distances δA, δB, est que la médiane δO du triangle δAB soit en même temps hauteur, c'est-à-dire que O soit le pied, sur AB, de la perpendiculaire commune à AB et (δ). Cet énoncé est resté, en général, inaperçu ; le premier caractère, seul, pouvait, heureusement, intervenir dans la suite.

En effet, pour qu'une droite issue d'un point S, placé dans le plan médiateur de AB, soit une droite (Δ), il faut et il suffit, d'après le premier caractère, que O' soit aussi dans ce même plan médiateur, c'est-à-dire, suivant que O' sera distinct de S ou confondu avec S, que cette droite soit dans le plan médiateur, ou dans le plan perpendiculaire en S à SO, ceci à moins encore que S ne soit le point O lui-même auquel cas toute droite issue de ce point O est une droite (Δ).

Si S est un point quelconque de l'espace, le lieu des projections de O sur les droites (Δ) issues de ce point S, se détermine comme dans la deuxième partie : c'est l'intersection du plan médiateur de AB et de la sphère de diamètre OS, c'est-à-dire le cercle de ce plan médiateur ayant O*s* pour diamètre, *s* étant la projection de S sur ce plan médiateur. De sorte que, un même cercle passant par O, situé dans ce plan médiateur, correspond à une infinité de points S, ceux de la droite parallèle à AB issue du point de ce cercle diamétralement opposé à O.

4° « *On donne un triangle ABC. Soit T un point équidistant de A, B, C. Trouver toutes les droites issues de T qui passent à égale distance des points A, B, C. Examiner si l'on peut construire la position du point T de telle sorte que trois de ces droites forment un trièdre trirectangle.* »

Le point T, par hypothèse, est sur la droite commune aux plans médiateurs des trois côtés du triangle ABC, axe du cercle circonscrit au triangle. Appliquons le caractère établi dans la 3e partie ; désignons par a, b, c les milieux des côtés BC, CA, AB du triangle, par Ta', Tb', Tc' les parallèles à ces côtés issues de T ; une droite issue de T est équidistante de A et B si elle est dans le plan médiateur de AB, ou dans le plan perpendiculaire en T à Ta ; il est plus commode de dire si elle est perpendiculaire à Ta' ou à Ta ; de même elle est équidistante de A et C si elle est perpendiculaire à Tb' ou à Tb. Observons que les six droites Ta, Tb, Tc, Ta', Tb', Tc' sont toujours distinctes, sauf dans le cas où le triangle ABC est rectangle et où T est dans le plan de ce triangle, coincidant avec le milieu de l'hypoténuse ; ce cas écarté, on obtient ainsi quatre droites répondant à la question, et respectivement perpendiculaires aux plans T$a'b'$, Tab, Tab', T$a'b$. Ces droites sont nécessairement équidistantes de B et C, donc perpendiculaires à Tc' ou à Tc, ce qui se vérifie en constatant que Tc est dans les plans Tab', T$a'b$, car ac, par exemple, parallèle à Ac et à Tb' est nécessairement dans le plan Tab'; Tc', pour la même raison, est dans le plan Tab; elle est en outre dans le plan T$a'b'$, parallèle au plan du triangle. Les quatre droites obtenues sont donc les perpendiculaires aux plans T$a'b'c'$, Tabc', T$ab'c$, T$a'bc$; la première est l'axe du cercle circonscrit à ABC.

Trois de ces droites peuvent-elles former un trièdre trirectangle? Pour qu'il en soit ainsi avec les trois dernières, il faut et il suffit que le trièdre Tabc, formé par les plans Tab, Tbc, Tca, qui leur sont respectivement perpendiculaires, soit aussi trirectangle, donc que T soit point commun aux trois sphères de diamètres ab, bc, ca. Or, ces trois sphères se coupent deux à deux suivant des cercles placés dans les trois plans médiateurs; on obtient donc deux points demandés T à l'intersection de l'une quelconque de ces trois sphères avec la droite commune aux plans médiateurs, axe du cercle circonscrit à ABC. Ces points existent à condition que le centre de ce cercle circonscrit, orthocentre du triangle abc soit intérieur à chacune des sphères, autrement dit que le triangle ABC ait tous ses angles aigus.

Dans une seconde et dernière solution l'une des trois droites formant un trièdre trirectangle est la première, axe du cercle circonscrit, les deux autres étant, par exemple, les perpendiculaires aux plans Tab, Tac. Pour que cette solution existe, il faut et il suffit que, d'une part, ces deux plans passent par la première droite, que d'autre part, ils soient rectangulaires; la première condition signifie que Ta se confond avec la première droite, ou que a est le centre du cercle circonscrit, ou enfin que le triangle ABC est rectangle en A; on constate alors que la seconde condition est conséquence de la première. La seconde solution n'existe donc que si le triangle ABC est rectangle, et tous les points T pris sur l'axe répondent à la question.

Nous retrouvons le cas écarté, celui où ABC est rectangle, en A par exemple, et où T coïncide avec le milieu a de l'hypoténuse BC. Ici, toute droite issue de B est équidistante de B et C; elle est donc équidistante de A, B, C si elle est équidistante de A et B, c'est-à-dire perpendiculaire soit à Tc, soit à Tb (parallèle à AB); il y a donc ici une infinité de droites, réparties dans deux plans, d'ailleurs rectangulaires, et avec ces droites, on peut former deux infinités de trièdres trirectangles, savoir ceux dont une arête est soit Tb, soit Tc.

En résumé, si le triangle ABC a un angle obtus, il n'y a pas de trièdre trirectangle répondant à la question; si tous ses angles sont aigus, il y en a deux; si le triangle est rectangle, il y en a trois infinités.

Comme on le voit la question peut être envisagée comme un thème sur la signification d'une condition nécessaire et suffisante. Les concurrents se classent, selon que cette signification est plus ou moins comprise, observée. Dès les premières lignes, le mot « caractériser » indiquait qu'il s'agissait d'une condition nécessaire et suffisante. Or un très grand nombre se sont bornés à justifier le caractère nécessaire de l'une ou l'autre forme ; une des compositions récompensées a même commis cette faiblesse, qui l'a rejetée loin de la place à laquelle elle aurait pu prétendre après les deux premiers. Fait curieux, quelques-uns, qui ont été discutés d'ailleurs, ont établi seulement le caractère suffisant de la condition, rencontrant ainsi, et bien inutilement, des difficultés, et les résolvant au prix d'habiletés qui auraient gagné à s'exercer ailleurs.

Même thème, dans la seconde partie, avec les lieux des points I' et J', avec celui du point S, à propos desquels beaucoup se relâchent déjà et ne s'arrêtent plus qu'aux conditions nécessaires à remplir, observant, par exemple, que I'I, I'J sont rectangulaires, que I' est donc sur la sphère de diamètre IJ, sans dire qu'ils traduisent ainsi le premier caractère, et probablement, sans le soupçonner.

Même thème encore, à deux reprises, dans la troisième partie, et cette fois le relâchement s'accentue. Aussi, faute de serrer le caractère nécessaire et suffisant utilisé, nos concurrents ne trouvent-ils qu'un plan, sur deux, engendré par les droites (Δ). Plus loin, lorsqu'il s'agit de savoir si deux points S différents peuvent correspondre à un même lieu, une réponse fréquente, ne voyant qu'une condition suffisante à remplir, se contente d'indiquer deux points S symétriques par rapport au plan médiateur.

La quatrième partie est celle qui présente les plus lourdes faiblesses. Ici, la signification des mots : nécessaire et suffisant, est totalement perdue de vue. Ces faiblesses sont d'abord la conséquence de la solution incomplète, qui vient d'être signalée, de la 3e partie ; souvent, elles aggravent la faute alors commise. Telles compositions mettent en évidence seulement les plans perpendiculaires aux droites Ta, Tb, Tc, acceptent comme solutions les intersections de ces plans deux à deux, sans s'apercevoir que leur raisonnement devrait aboutir à cette contradiction que ces trois plans devraient passer par une même droite. Deux sujets seulement ont bien marqué la disposition des différents plans se coupant suivant les droites demandées.

Puis, en ce qui concerne la recherche des trièdres trirectangles, les compositions récompensées ont aperçu au moins la possibilité de la première solution ; deux seulement ont discuté son existence. Celle de la seconde solution n'a été aperçue que par un seul, le lauréat du premier prix.

Autres observations à signaler. Dans l'application d'un théorème général se manifeste une tendance à n'utiliser qu'une conséquence, un caractère particulier de ce théorème. Ainsi, dans la première partie, le rapport des segments déterminée sur AB par I et J se conserve en projection sur la droite (Δ) ; cette conséquence immédiate du théorème de Thalès est établie trop souvent en appliquant le théorème des projections orthogonales, à grand renfort de cosinus, en oubliant donc que projections et cosinus ne sont eux-mêmes que des conséquences du théoréme de Thalès. Plus loin, au lieu d'utiliser la similitude de triangles rectangles, on utilise la relation de Pythagore, laquelle est une conséquence de cette similitude. Ailleurs encore, trop d'élèves établissent que I'I et I'J sont rectangulaires en observant que, le rapport des distances I'A, I'B étant égal à k, le point I' se trouve sur le lieu connu, sphère de diamètre IJ, donc que I'I, I'J sont rectangulaires, alors que, à l'origine de cette propriété, c'est parce que ces droites sont rectangulaires que I' est sur la sphère.

Les élèves, qui cependant éprouvent des difficultés à faire une figure de géométrie dans l'espace, ignorent qu'il y a souvent avantage à utiliser des projections faites sur des plans convenablement choisis. Cet avantage a été presque constamment négligé, alors qu'il était commode, ainsi que notre analyse l'a souligné, de projeter sur un plan perpendiculaire à (Δ) dans les 1re et 3e parties, sur le plan SIJ dans la 2e, sur le plan médiateur de AB dans la 3e, sur le plan ABC dans la dernière.

Relevons encore une orthographe négligée, des fautes grossières, telles que « hortogonal », « énnoncer ».

Signalons enfin la proportion trop élevée de copies nettement insuffisantes. « La majorité des compositions, dit un correcteur, s'éliminent d'elles-mêmes par un manque total de logique, d'esprit d'observation, de bon sens élémentaire. Dans une bonne moitié des copies, le problème n'est pour ainsi dire pas abordé ; la faiblesse atteint même un tel degré qu'on peut se demander si certains élèves, réputés supérieurs à la moyenne, ont compris les propositions les plus simples de la géométrie. » — « Un grand nombre, constate un autre, ont cru pouvoir traiter un problème de géométrie plane, alors que l'énoncé ne permettait pas une telle interprétation. Cela s'expliquerait encore pour les derniers élèves d'une classe ; mais c'est incompréhensible si l'on songe que ce sont les têtes de classes qui prennent part au concours. Faut-il en conclure que certains Professeurs envoient au Concours général des élèves que leur médiocrité devrait tenir à l'écart ? »

L'Inspecteur général, Président du Jury de Correction,
A. TRESSE.

VI. Communications

La préparation aux grandes Ecoles scientifiques

Enquête auprès des professeurs de mathématiques des classes de Mathématiques Spéciales

En réponse à la demande du Bureau (voir *Bulletin* n° 52, p. 29) :

Ont déclaré adhérer à la motion I : « ... ne sont pas partisans de la création d'une Association autonome et s'en remettent à l'Association des Professeurs de Mathématiques pour organiser toutes enquêtes ou réunions concernant leur enseignement ou leurs classes » : MM. Abelin, Bernheim, Bocquet, Chenevier, Coissard, Commissaire, Danelle, Dedron, Delcourt, Desforge, Desouches, Durand (A.), Flavien, Grévy, Hennequin, Iliovici, Jardillier, Labrousse, Lapointe, Lévy, Mathieu, Mérieux, Michel, Ouivet, Picardat (M.), Picardat (R.), Pouget, Riemann, Rigollet, Roy, Vieillefond, Vintéjoux.

Ont déclaré adhérer à la motion II : « ... se déclarent favorables à la fondation d'un groupement autonome... » : MM. Aunis, Chazel, Douchez, Durand (Ch.), Duthilleul, Lebel, Leroy, Levaxelaire, Martin, Marty, Morel, Nicolas, Ninin, Nourry, Parmantier, Pons, Rebeix, Robert, Sainte-Lague, Sanselme, Sueur, Vimeux, Weber.

A déclaré adhérer provisoirement à la motion II : M. Léger.

Ont déclaré s'abstenir momentanément : MM. Cagnac, Dontot, Ménard, Milhaud, Ozil, Renaud, Thiberge.

Les Examens de physique et de chimie au concours de l'Ecole Polytechnique en 1927

Les professeurs chargés de l'enseignement des sciences physiques dans les classes de Mathématiques spéciales avaient critiqué de façon précise, l'an passé, le concours de l'Ecole Polytechnique (1). Plusieurs de leurs affirmations ayant été mises en doute (2), ils ont assisté fréquemment en 1927 aux examens oraux de Physique et de Chimie, et ont tiré des observations qu'ils y ont faites (3) les conclusions suivantes :

« L'opinion unanime des professeurs de sciences physiques, dans « les classes de Spéciales des lycées de Paris, Sceaux et Versailles, est « celle-ci :

« Ils ne doutent pas de la bonne volonté, de la conscience des exami- « nateurs de Physique et de Chimie au Concours de l'Ecole Polytech- « nique. Mais ils estiment qu'en 1927, pour le choix des candidats, les « examens de Physique ont été *médiocres* et ceux de Chimie, *mauvais*. « Il y a progrès puisqu'en 1926, ils avaient trouvé mauvais (2) les deux « sortes d'examens. »

(1) Voir les *Bulletins* n° 49, page 80, n° 52, page 24 et le *Bulletin de l'Union des Physiciens* n° 197-198, novembre-décembre 1926.
(2) Voir le *Bulletin de l'Union des Physiciens* n° 199, janvier 1927, n° 206, oct. 1927.
(3) Voir le *Bulletin de l'Union des Physiciens* n° 207-208, novembre-décembre 1927.

DEUXIÈME PARTIE

A propos de la division des fractions

Comment multiplie-t-on deux fractions ? On multiplie..., etc. — Comment divise-t-on deux fractions ? On divise les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Telle est la réponse que les enfants donnent naturellement quand on pose les deux questions successivement, car ils ont la notion plus ou moins confuse de la relation entre la multiplication et la division. Incorrection mise à part, cette règle me paraît être la vraie règle de la division des fractions ; il suffit d'y ajouter une ligne pour qu'elle devienne générale, car quand les divisions partielles ne sont pas possibles, on y remédie aisément.

Voici un mode d'exposition très simple, très logique, très accessible aux enfants, que je propose pour la théorie de la division des fractions. On excusera la brièveté de la rédaction et les incorrections exigées par la rapidité de l'exposé.

Division des fractions. — Multiplions deux fractions

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$$

Donc :

$$\frac{15}{28} : \frac{5}{7} = \frac{15 : 5}{28 : 7} = \frac{3}{4}.$$

Règle I. — Pour diviser deux fractions, on divise, lorsque c'est possible, les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Soit maintenant deux fractions, pour lesquelles les divisions partielles (ou une) sont impossibles : $\frac{3}{11}$ et $\frac{7}{4}$. On trouve de suite et logiquement, que, pour rentrer dans le cas précédent, il suffit de remplacer la fraction $\frac{3}{11}$ par la fraction équivalente $\frac{3 \times 7 \times 4}{11 \times 7 \times 4}$. On a alors

$$\frac{3}{11} : \frac{7}{4} = \frac{3 \times 7 \times 4}{11 \times 7 \times 4} : \frac{7}{4} = \frac{3 \times 4}{11 \times 7} \qquad (1).$$

Règle II. — Lorsque les divisions partielles sont impossibles, on multiplie les deux termes de la première fraction par le produit des termes de la seconde, et on applique la règle I.

En résumé, on peut dire en condensant ces deux règles en un même énoncé : *Pour diviser deux fractions, on divise les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Si les divisions partielles ne sont pas possibles, on modifie la première fraction pour qu'elles le deviennent.*

J'ajouterai que la règle habituelle se lit sur la forme (1) du quotient, et que cette théorie s'applique sans modification au cas où le diviseur est un nombre entier.

A. Courtet,

Professeur au Lycée de Lons-le-Saunier.

Sur les champs de moments

Je vais à mon tour donner une démonstration géométrique du théorème suivant (1) :

Si un champ de vecteurs est tel que, quels que soient les points M et M', les vecteurs du champ en ces deux points aient des projections orthogonales équipollentes sur la droite MM', c'est le champ des moments d'un système de vecteurs.

Nous examinerons trois hypothèses.

1° Supposons qu'il existe trois points A, B, C non en ligne droite en chacun desquels le vecteur du champ considéré est nul.

Soit d'abord un point M non situé dans le plan ABC. Le vecteur du champ en M est perpendiculaire aux droites MA, MB, MC qui ne sont pas dans un même plan ; il est donc nul. Soit ensuite un point M situé dans le plan ABC ; les points A, B, C n'étant pas en ligne droite, nous pouvons supposer que M n'est pas situé sur la droite AB. Soit alors un point D non situé dans le plan ABC ; le vecteur du champ en D est nul, et comme M n'est évidemment pas situé dans le plan ABD, le vecteur du champ en M est, d'après la première partie du raisonnement, également nul.

Le champ considéré est donc le champ des moments d'un système de vecteurs équivalent à zéro.

2° Supposons qu'il existe un point A en lequel le vecteur du champ est nul, mais qu'il n'existe pas trois points non en ligne droite en chacun desquels le vecteur du champ est nul.

Il existe alors au moins un point B en lequel le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ du champ n'est pas nul ; le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ est perpendiculaire à AB, le plan β mené par B perpendiculairement à $\overrightarrow{BB'}$ passe par A. Il existe en dehors du plan β au moins un point C en lequel le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ du champ n'est pas nul ; le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est perpendiculaire à AC, le plan γ mené par C perpendiculairement à $\overrightarrow{CC'}$ passe par A. Les plans β et γ, qui sont distincts, se rencontrent suivant une droite Ax.

Cette droite Ax ne passe pas par B. Si, en effet, elle passait par B, le vecteur $\overrightarrow{CC'}$, qui est perpendiculaire au plan γ, serait perpendicu-

(1) Voir les *Bulletins* n° 49, page 95 ; n° 50, pages 131 et 132.

laire à BC'; en vertu de la propriété énoncée du champ, le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ serait aussi perpendiculaire à BC, ce qui est impossible, puisque le point C n'est pas situé dans le plan β. D'autre part, évidemment, la droite Ax ne passe pas par C.

Soit sur la droite Ax un point quelconque M autre que A. Le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ du champ appliqué en M est perpendiculaire à la droite MA, et il est aussi perpendiculaire à MB : il est donc perpendiculaire au plan β. Pour la même raison, il est perpendiculaire au plan γ. Donc il est nul.

Cela posé, considérons le vecteur $\overrightarrow{CC''} = -\overrightarrow{CC'}$. Ce vecteur étant perpendiculaire à Ax, il existe sur Ax un vecteur glissant non nul $\overrightarrow{V}$ dont le moment par rapport à C est le vecteur $\overrightarrow{CC''}$. Ajoutons géométriquement au vecteur du champ considéré appliqué en un point quelconque M de l'espace le moment $\overrightarrow{M\mu}$ du vecteur $\overrightarrow{V}$ par rapport à ce point M. Nous substituons de la sorte au champ de vecteurs (C) considéré un champ de vecteurs (C_1) qui a aussi cette propriété que, quels que soient les points M et M' de l'espace, les vecteurs du champ (C_1) en M et M' aient sur la droite MM' des projections orthogonales équipollentes. Le moment de $\overrightarrow{V}$ par rapport à un point quelconque de Ax étant nul, le vecteur du champ (C_1) en un tel point est nul. D'autre part, le vecteur du champ (C_1) au point C est nul. Puisqu'il existe ainsi trois points non en ligne droite en chacun desquels le vecteur du champ (C_1) est nul, les vecteurs du champ (C_1) sont tous nuls ; quel que soit M, on a $\overrightarrow{MM'} = -\overrightarrow{M\mu}$. Le champ (C) est donc le champ des moments d'un vecteur égal à $-\overrightarrow{V}$ situé sur la droite Ax.

3° Supposons qu'il n'existe aucun point en lequel le vecteur du champ (C) soit nul.

Soit alors un vecteur $\overrightarrow{AA'}$ du champ. M étant un point quelconque de l'espace, ajoutons géométriquement au vecteur $\overrightarrow{MM'}$ du champ en ce point le vecteur $\overrightarrow{Mm}$ équipollent au vecteur $\overrightarrow{Aa}$ égal à $-\overrightarrow{AA'}$. Nous substituons de la sorte au champ de vecteurs (C) un champ (C_1) qui a aussi cette propriété que, quels que soient les points M et M' de l'espace, les vecteurs du champ (C_1) en M et M' aient sur la droite MM' des projections orthogonales équipollentes. Le vecteur du champ (C_1) en A est nul. Le champ (C_1) est donc, en vertu des résultats établis aux deux paragraphes précédents, le champ des moments d'un système de vecteurs équivalent à un vecteur unique $\overrightarrow{V}$ nul ou non nul. Le champ (C) est donc le champ des moments d'un système de vecteurs formé du vecteur $\overrightarrow{V}$ et d'un couple ayant pour moment le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Ch. MICHEL,
Professeur au Lycée St-Louis.

Unification des définitions de mots et des notations mathématiques *(Suite)*

23. Quelques desiderata

I. — Les débutants sont gênés par les deux sens donnés parfois au mot « oscillation ». L'oscillation simple n'a aucun intérêt particulier au point de vue physique ; ce qui importe dans l'étude des phénomènes périodiques, c'est la *période*, donc l'oscillation complète. Il serait bon d'employer dans ce seul sens le mot *oscillation* et de ne plus parler d'oscillation simple et d'oscillation double, ce qui amène fréquemment des confusions.

II. — Les élèves éprouvent le même embarras à propos de la force vive : $\frac{1}{2} mv^2$, ou : mv^2 ? On est d'accord pour appeler $\frac{1}{2} mv^2$: *énergie cinétique*. Qu'il soit entendu que le nom de *force vive* est réservé à mv^2, en supposant que cela présente quelque intérêt.

III. — Nous avons besoin, pour les calculs approchés, d'un signe représentant « sensiblement égal à ». Le symbole # semble s'introduire avec ce sens, et permet d'écrire, par exemple : $\pi \# 3,1$.

Le symbole $\backsim$ représenterait, ainsi que nous l'indiquait le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques, l'équivalence de deux fonctions (deux fonctions étant dites « équivalentes » lorsque leur rapport tend vers 1), et permettrait d'écrire par exemple pour les infiniment petits $\sin x$ et $\operatorname{tg} x$: $\sin x \backsim \operatorname{tg} x$.

LE BUREAU DE L'UNION DES PHYSICIENS.

NOTA. — Les réponses reçues à la suite d'une consultation (1) faite sur la demande du Bureau de l'Union des Physiciens, ont permis de constater que l'accord était unanime pour désigner par $\log_a x$ le logarithme du nombre réel positif x dans le système de base a ; par $\log x$ le logarithme vulgaire (ou par $\log_{10} x$ si une confusion était possible) ; et presque unanime pour désigner par Lx le logarithme népérien.

Toutefois nos collègues physiciens sont parfois gênés avec cette dernière notation, car la lettre L désigne aussi pour eux une longueur, une chaleur de fusion ou de vaporisation, une self. Aussi reviennent-ils dans ce cas à la notation générale : $\log_e x$.

24. Notations du produit scalaire et du produit vectoriel (1)

Nous remercions les membres de l'Association (2) qui ont bien voulu nous écrire pour nous faire connaître les notations qu'ils emploient pour le *produit scalaire* et le *produit vectoriel*. Pour la plu-

(1) Voir le *Bulletin* n° 52, pages 3 et 29.

(2) MM. ABELIN, AUNIS, CAGNAC, CHAZEL, DONTOT, DOUCHEZ, DURAND (Ch.), DUTHILLEUL, ILIOVICI, LABROUSSE, LÉGER, LEBEL, LEROY, LEVAXELAIRE, MATHIEU, MARTIN, MARTY, MÉNARD, MÉRIEUX, MOREL, NICOLAS, NININ, OUIVET, OZIL, PARMANTIER, PICARDAT (R.), PONS, POUGET, REBEIX, ROY, SANSELME, SUEUR, THIBERGE.

part, ils utilisent le symbole $\vec{a} \wedge \vec{b}$ pour le produit vectoriel, et emploient pour le produit scalaire ou l'un, ou l'autre, ou indifféremment l'un ou l'autre, des deux symboles $\vec{a} \, . \, \vec{b}$ et $\vec{a} \times \vec{b}$. Beaucoup se déclarent prêts à se rallier aux notations dont l'emploi sera conseillé à l'issue de cette enquête.

Il a semblé intéressant, pour orienter dès maintenant la discussion et provoquer les objections et les communications, de rappeler quelques-unes des notations employées. Les renseignements qui suivent sont empruntés pour la plupart à l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* (édition française), aux *Eléments de Calcul vectoriel* de BURALI-FORTI et MARCOLONGO (traduction LATTÈS), et à la brochure *Notations et formules vectorielles*, de A. LAFAY.

Bien entendu il est uniquement question ici des signes servant à représenter le produit scalaire et le produit vectoriel, les vecteurs étant toujours représentés dans ce qui suit par une lettre surmontée d'une flèche.

Pour le **produit scalaire** (*produit intérieur* de GRASSMANN, *direct produit* de GIBBS, *produit algébrique* de E. CARVALLO, *produit géométrique* de B. DE SAINT-VENANT, *produit scalaire* de HEAVISIDE) les notations suivantes ont été utilisées :

$[\vec{a} \mid \vec{b}]$ ou $\vec{a} \mid \vec{b}$ ... (GRASSMANN, PEANO, CARVALLO).
$(\vec{a} \, . \, \vec{b})$ ou $(\vec{a} \ \vec{b})$ .. (GRASSMANN, LORENTZ).
$-\mathrm{S} \vec{a} \ \vec{b}$ .... (HAMILTON) (1).
$\vec{a} \times \vec{b}$ .... (GRASSMANN, RÉSAL, PEANO, BURALI-FORTI et MARCOLONGO).
$\vec{a} \ \vec{b}$ .... (HEAVISIDE).
$\vec{a} \, . \, \vec{b}$ .... (GIBBS).

Dans l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques*, les notations utilisées varient suivant les auteurs des différents articles ; P. LANGEVIN emploie la notation de GIBBS ou celle de HEAVISIDE : $\vec{a} \, . \, \vec{b}$ ou $\vec{a} \ \vec{b}$ (Systèmes déformables : IV5,**1**) ; L. LÉVY utilise la notation de PEANO : $\vec{a} \mid \vec{b}$ (Fondements géométriques de la statique : IV2,**1**).

Pour le **produit vectoriel** [*produit extérieur* de GRASSMANN, *produit gauche* de GIBBS, *produit vectoriel* de HEAVISIDE et de CARVALLO, *vecteur-produit* de LAFAY], on trouve les symboles :

$[\vec{a} \ \vec{b}]$ et $[\vec{a} \, . \, \vec{b}]$... (GRASSMANN, LORENTZ).
$\vec{a} \times \vec{b}$.............. (GIBBS).
$\overline{\vec{a} \ \vec{b}}$............... (RÉSAL, LAFAY).
$\mathrm{V} \vec{a} \ \vec{b}$............. (HAMILTON, HEAVISIDE) (1).
$\vec{a} \wedge \vec{b}$............... (BURALI-FORTI et MARCOLONGO).

L'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* utilise la notation de GIBBS $\vec{a} \times \vec{b}$.

(1) Notation provenant de la théorie des quaternions.

Les raisons qui guideront notre choix doivent, me semble-t-il, être d'ordre pédagogique et d'ordre « chronologique », c'est-à-dire tenir compte des habitudes déjà prises dans certaines branches d'enseignement où ces notions sont utilisées depuis longtemps. Je crois devoir souligner ici l'importance particulière du point de vue pédagogique dans la discussion actuelle, car c'est nous — professeurs de l'enseignement secondaire — qui devons maintenant initier à ces questions les élèves des Lycées, à un moment où leur formation mathématique est beaucoup plus rudimentaire que celle des étudiants (sans doute peu nombreux) qui abordaient autrefois les études de physique ou de mécanique supérieure où ces notions étaient employées.

En ce qui concerne le *produit scalaire*, la notation de Gibbs : $\vec{a} \, . \, \vec{b}$ est utilisée par beaucoup de physiciens depuis longtemps et paraît avoir été adoptée d'une façon assez générale en mathématiques et dans l'enseignement. L'accord pourrait peut-être se faire sur cette notation. Toutefois il convient de signaler une intéressante observation de M. Weber, que l'on trouvera à la suite de cette étude.

La notation du *produit vectoriel* est plus délicate à préciser. C'est le symbole $\times$ de Gibbs qui semble utilisé le plus couramment et depuis longtemps dans les travaux de physique, et c'est évidemment là une raison très forte en faveur de son adoption. Mais on peut faire aux partisans de cette notation deux objections qui me paraissent avoir une grosse valeur au point de vue pédagogique :

D'abord, le signe $\times$ défini en arithmétique élémentaire comme le symbole de la multiplication est tout naturellement conservé en algèbre, pour l'écriture des produits, en même temps que le simple point de séparation entre les facteurs. (Bien que le symbole $\times$ soit assez peu utilisé en algèbre, son emploi est cependant dans les habitudes courantes et le fait que ce signe est employé dans les débuts de l'arithmétique rend pratiquement impossible sa suppression de la liste des notations algébriques). Les deux signes $\times$ et ., qui ont la même signification en algèbre, ont, avec les notations de Gibbs, deux significations très différentes dans le calcul vectoriel. Les confusions de notations soit dans la lecture, soit dans l'écriture, sont faciles à commettre.

D'autre part, le signe $\times$ évoque tout naturellement la multiplication arithmétique ou algébrique de deux nombres avec la propriété fondamentale de commutativité, que ne possède pas la multiplication vectorielle. L'objection s'aggrave lorsqu'on combine plus de deux vecteurs par cette opération, la propriété d'associativité n'existant pas non plus pour elle.

Parmi les autres notations employées, les notations $V \, \overline{\vec{a} \; \vec{b}}$ ou $\overline{\vec{a} \; \vec{b}}$, très séduisantes tant qu'il ne s'agit que de deux vecteurs, deviennent rapidement compliquées dans les combinaisons de plus de deux vecteurs. Les notations avec crochets ou parenthèses ont le grave inconvénient d'immobiliser des signes couramment employés avec une autre signification.

Reste la notation $\vec{a} \wedge \vec{b}$ de Burali-Forti et Marcolongo, qui ne me semble pas avoir d'autre défaut que celui d'avoir été proposée quelques années après l'adoption courante en physique de cette notion et de sa représentation par les symboles déjà mentionnés.

Les indications qui précèdent auront rempli leur rôle si elles provoquent l'envoi (1) de communications nombreuses sur cette question.

J. Desforge,

25. Sur trois multiplications de la théorie des vecteurs

Quelle que soit l'opération qu'il s'agisse d'indiquer, *il me semble nécessaire de pouvoir disposer d'un signe opératoire*, signe pouvant d'ailleurs être supprimé lorsque cela ne créera aucune difficulté. Il convient par suite de prévoir trois signes différents pour indiquer les trois « multiplications » que l'on rencontre au début de la théorie des vecteurs, savoir : la multiplication d'un vecteur par un scalaire, la multiplication scalaire de deux vecteurs, la multiplication vectorielle de deux vecteurs.

Dans mon enseignement j'ai adopté le point (.) pour la première, le signe $\times$ pour la seconde et le signe $\wedge$ pour la troisième.

M. Weber,
Professeur au Collège Chaptal.

A travers les Revues

L'Enseignement scientifique (voir *Bulletin* n° 52, page 36)

Sommaire du n° 2, novembre 1927 : H. Le Chatelier : *L'enseignement des premiers principes des sciences physiques.* — L. Brunschvicg : *Les humanités et leur caricature.* — M. Weber : *La mécanique dans les nouveaux programmes de l'enseignement secondaire.* — C. Schlegel : *L'histoire naturelle au Lycée* (suite et fin).

Sommaire du n° 3, décembre 1927 : F. Brunot : *Les humanités modernes.* — M. Emanaud : *Ce que les ingénieurs demandent à l'Enseignement.* — Th. Leconte : *Remarques sur le centre de rotation de deux figures qui, dans un plan, sont égales et de même sens.* — M. Weber : *La mécanique dans les nouveaux programmes de l'Enseignement secondaire* (suite et fin). — A. Chatelet : *Un programme de manipulations pour le Brevet supérieur* (suite et fin).

(1) Adresser ces communications soit au Bureau, soit au Rapporteur : M. Desforge, professeur au Lycée Saint-Louis, 11 *bis*, rue Le Bouvier, à Bourg-la-Reine (Seine).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé).* — 35.496

Extraits des Tables du Bulletin

Les chiffres arabes et les chiffres romains entre parenthèses indiquent respectivement les numéros du *Bulletin* et les numéros spéciaux.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES :

Rapports sur les Concours de 1923 (35), de 1924 (38), de 1925 (45), de 1926 (50).

Enoncés des problèmes des Concours de 1922 (27), de 1923 (I), de 1924 (II), de 1925 (III), de 1926 (IV).

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES DES JEUNES FILLES :

Rapports sur les Concours de 1921 (24), de 1922 (28), de 1923 (33), de 1924 (38), de 1925 (44), de 1926 (48).

Enoncés des problèmes des Concours de 1921 (24), de 1922 (27), de 1923 (31), de 1924 (II), de 1925 (III), de 1926 (IV).

CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES ET COLLÈGES :

Classe de Mathématiques A-B : Rapports sur la composition de Mathématiques en 1922 (29), en 1923 (34), en 1924 (40), en 1925 (43), en 1926 (49).

Classe de Première C-D : Rapports sur la composition de Mathématiques en 1923 (34), en 1924 (40), en 1925 (43), en 1926 (49).

Enoncés des problèmes des Concours de 1922 (26), de 1923) 31), de 1924 (II), de 1925 (III), de 1926 (IV).

CONSEIL ACADÉMIQUE DE PARIS :

Rapports sur l'enseignement des Mathématiques en 1922 (29); en 1923 (32), en 1924 (37), en 1925 (42), en 1926 (48).

S'adresser au trésorier, M. FLAVIEN, en envoyant 1 fr. par numéro demandé.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 40), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8-63 — L. FLAVIEN. — 4, square Lagarde, Paris, 5e