DEUXIÈME PARTIE

La « mesure » de l'angle inscrit

Dans plus de la moitié des classes de Quatrième ou de Seconde des lycées et collèges, dans plus des neuf dixièmes des Premières Années des écoles normales ou des écoles primaires supérieures, on ne saurait démontrer l'égalité de deux angles inscrits sans recourir à leurs mesures. Les maîtres savent tous que ce procédé expose les élèves à de graves erreurs de langage. Quelques-uns savent même qu'il est plus rapide en théorie, plus commode pour l'élocution, de laisser les mesures de côté. Mais la tradition qui fait jouer à ces mesures un rôle fondamental est si ancienne, et si répandue, qu'on hésite à la négliger, en dépit de ses inconvénients. Et trop de livres, même parfois parmi les plus récemment parus, continuent à la répandre.

Longtemps encore, je le crains, on commettra, dans certaines de nos classes, cette faute contre le bon sens qui consiste, pour montrer tout simplement que deux grandeurs sont égales, ou, si l'on veut, que l'une est mesurée par le nombre 1 en prenant l'autre pour unité, à choisir une unité quelconque, à les mesurer séparément, et à vérifier ensuite l'identité des nombres obtenus. Quand on considère qu'une mesure expérimentale est toujours ramenée, autant que possible, à la constatation d'une égalité, on est obligé de reconnaître combien est paradoxale la méthode couramment employée.

La raison d'être de cette considération illogique des mesures d'angles s'explique aisément. Les anciens géomètres n'envisageaient pas des angles supérieurs à deux droits. Il y avait, en effet, dans leur science purement statique, une difficulté à introduire de tels angles, et à les concilier avec ce principe qu'une figure doit représenter une chose et une seule. Or, si l'on admet la notion d'angle rentrant, la figure AOB représente à la fois deux grandeurs angulaires entre lesquelles on ne peut choisir que guidé par une indication préalable. L'angle plat lui-même n'était pas considéré comme un angle. En sorte que *somme de deux angles obtus* et *deux droits*, étaient des expressions dénuées de sens géométrique, et qui n'avaient de valeur qu'au point de vue numérique.

On se rendra compte, en feuilletant la plupart des manuels anciens, des étranges procédés de démonstration résultant de cette conception étriquée du mot angle :

Prenons, par exemple, le théorème sur la somme de deux angles adjacents, AOC et COB, dont les côtés OA et OB appartiennent à une même droite. Il est évident, quand on a défini la somme, que cette somme est ici un angle plat, et comme le droit est la moitié d'un angle plat, le théorème n'est qu'un truisme, comme sa réciproque d'ailleurs.

Au lieu de cela, on mène dans le demi-plan ACB, limité par AB, la demi-perpendiculaire OD à AB, et l'on écrit les égalités suivantes :

$$\widehat{AOC} = \widehat{AOD} + \widehat{DOC},$$
$$\widehat{COB} = \widehat{BOD} - \widehat{DOC},$$

on ajoute membre à membre, on constate que les deux angles droits $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOD}$ sont égaux ; et, grâce à deux constatations dont chacune est aussi longue que la démonstration directe complète, grâce à l'application de propriétés des polynômes dont les termes sont des angles, propriétés qui n'ont jamais été étudiées, on arrive en une page ou une page et demie à établir la proposition directe et sa réciproque.

Cette démonstration ne peut avoir une valeur quelconque que si l'on admet que les angles sont représentés par les nombres qui les mesurent. Et elle suppose, pour éviter la considération d'un angle plat, des opérations de mesure qui, si on voulait les entreprendre, nous conduiraient, surtout dans le cas général où ces opérations donnent des nombres incommensurables, à de dangereux mécomptes.

C'est ainsi que, dans les vieux livres, de mauvais calculs remplacent souvent les raisonnements géométriques les plus simples. Les élèves se rendent parfaitement compte de cette logique à rebours, et résistent, fort justement, à des procédés de démonstration si contraires à la saine raison.

L'angle inscrit a été l'une des principales victimes de la limitation à deux droits de la grandeur d'un angle.

Le but du chapitre consacré à son étude est essentiel. Il s'agit surtout d'identifier les deux définitions de la circonférence : la définition des dessinateurs, par le centre et le rayon, et la définition des géomètres, par la considération du lieu du sommet d'un angle orienté dont les côtés passent respectivement par deux points fixes. Le théorème qui sert de clé de voûte à ce chapitre établit l'égalité de deux angles inscrits interceptant le même arc. Il découle immédiatement, de ce que l'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre qui lui correspond. Mais, pour les géomètres de la vieille école, cette comparaison n'est plus possible quand l'angle inscrit est obtus. Et voilà pourquoi on mesure encore, sans souci des complications de fait et de langage qui en résultent, l'angle inscrit et l'arc compris entre ses côtés.

L'habitude de mesurer est si profondément ancrée dans les esprits qu'on voit certains maîtres démontrer correctement, et de façon directe, le théorème dont nous venons de parler, et ajouter, en insistant, cette conséquence fondamentale que l'angle inscrit a même mesure que la moitié de l'arc compris entre ses côtés. Ils prennent le moyen démodé pour le but.

Les errements pédagogiques ont mille raisons d'être tenaces. Il est difficile d'enseigner autrement que les maîtres de jadis. Les livres sont coûteux à renouveler. Je tiens pourtant à assurer nos professeurs qu'ils ont fort peu à changer à ce qu'ils faisaient jusqu'ici pour se débarrasser de cette faute inutile de la considération des mesures remplaçant la considération des grandeurs. Ils n'ont jamais démontré que deux longueurs étaient égales en les mesurant. Traiter les angles aussi correctement que les longueurs ne leur coûtera que quelques minutes de réflexion et d'attention.

A. Marijon.