12e Année. — N° 49. Février 1927.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

Paraissant tous les trimestres

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

DEUXIÈME PARTIE

ADMINISTRATION
21, Avenue de Châtillon, PARIS (14e)

Abonnement d'un an au *Bulletin* : France, **8** fr. — Etranger, **10** fr. »
Prix d'un numéro du *Bulletin* : — **2** fr. — — **2** fr. **50**
Les membres de l'Association (cotisation : **8** fr. pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que toute publication de l'Association.
S'adresser au trésorier : M. Flavien, et en cas de règlement par chèque postal, utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :
Paris C/c 8-63 — L. Flavien — 4, square Lagarde, Paris (5e).

Membres d'Honneur :

MM. Blutel, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire.
Leconte, Inspecteur général de l'Enseignement primaire.
Marijon, Inspecteur général de l'Enseignement primaire.
Thybaut, Inspecteur de l'Académie de Paris.
Tresse, Inspecteur général de l'Enseignement secondaire.

Bureau :

Le Bureau et les Rapporteurs se réunissent les troisièmes jeudis.

Président : M. Weill, 6, rue Leclerc, Paris, 14e.
Vice-Présidents : M. Delcourt, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14e.
Mlle Detchebarne, 13, r. Guy-de-la-Brosse, Paris, 5e
Secrétaires : M. Decerf, 59, avenue Mozart, Paris, 16e.
M. Hennequin, 15, rue Charaire, Sceaux (Seine).
Trésorier : M. Flavien, 4, square Lagarde, Paris, 5e.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 40), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8-63 — L. Flavien — 4, square Lagarde, Paris, 5e

Comité :

Membres de droit :

M. Commissaire, Louis-le-Grand. M. Raby, Tonnerre.

Membres élus pour 4 ans :

En 1923 :

MM. Chenevier, St-Louis.
Gros, Condorcet.
MM. Weill, St-Louis.
Weber, Chaptal.

En 1924 :

M. Bioche, Louis-le-Grand.
Mme Chabauty, Fénelon.
MM. Combet, Louis-le-Grand.
Commanay, Compiègne.
MM. Decerf, Janson.
Grévy, St-Louis.
Julien, Janson.
Sainte-Lague, Janson.

En 1925 :

MM. Coissard, Janson.
Jacquet, Henri-IV.
M. Lemaire, Janson.
Mlle Lauzanne, Victor-Hugo.

En 1926 :

M. Delcourt, Henri-IV.
Mlle Detchebarne, Molière.
MM. Hennequin, Lakanal.
Picardat, Chaptal.

Correspondants :

Aix-Marseille :	M. Font.
Alger :	M. de Sarrau.
Tunis :	M. Patou.
Besançon :	.....
Bordeaux :	M. Maupin.
Caen :	.....
Clermont :	M. Sanselme.
Dijon :	.....
Grenoble :	.....
Lille :	M. Chatry.
Lyon :	.....
Montpellier :	M. Desbats.
Nancy :	M. Thiébaut.
Poitiers :	M. Dreyfus.
Rennes :	.....
Nantes :	.....
Strasbourg :	.....
Toulouse :	M. Douchez.
Hanoï :	M. Brachet.

12e Année — N° 49. Février 1927.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis important

1. Paiement des cotisations 1926-1927

Le Trésorier prie instamment les membres de l'Association qui n'ont pas encore payé leur cotisation pour l'année scolaire courante (8 francs à verser en octobre, art. 4 des statuts), **de vouloir bien le faire au plus tôt** — pour éviter les frais de recouvrement à domicile — à l'aide d'un chèque postal (frais d'envoi : 0 fr. 40) en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 8.63 — L. FLAVIEN
4, square Lagarde, Ve

L'inscription au *Bulletin* des membres ayant versé leur cotisation tient lieu de reçu.

Prière de bien vouloir signaler aussi les mutations et nominations (nouveaux et anciens postes, mises à la retraite...) des professeurs de mathématiques, et, s'il y a lieu, les rectifications au Répertoire alphabétique du *Bulletin* n° 37.

II. Assemblée générale ordinaire de 1927

Convocation

Conformément à l'art. 7 des statuts, l'Assemblée générale aura lieu le **lundi 11 avril 1927, à 9 heures, au Lycée Louis-le-Grand.**

Le présent avis tient lieu de convocation.

Ordre du jour :

1° Rapport du Trésorier, approbation de l'exercice 1925-1926 ;

2° Unification des définitions de mots et des notations mathématiques : M. Flavien, professeur au Lycée Henri IV, rapporteur ;

3° Les mathématiques dans la réorganisation du Baccalauréat : M. Dumarqué, professeur au Lycée Condorcet, rapporteur ;

4° Les sujets des compositions de mathématiques aux différents examens et concours : M. Decerf, professeur au Lycée Janson-de-Sailly, rapporteur ;

5° La formation des professeurs de mathématiques de l'Enseignement secondaire des jeunes filles : Mlle Detchebarne, professeur au Lycée Molière, rapporteur ;

6° Horaires, programmes et enseignement des mathématiques dans l'Enseignement secondaire ;

7° Rappel de vœux ;

8° Election de quatre membres au Comité : dépouillement du scrutin.

Préparation de l'Assemblée générale

Les membres de l'Association qui désireraient envoyer leur contribution à l'étude des questions inscrites à l'ordre du jour, sont priés de bien vouloir faire parvenir leurs communications **soit** aux rapporteurs, **soit** à M. Weill, président, 6, rue Leclerc, Paris (14e).

Ils trouveront encartés, au milieu de ce *Bulletin*, les bulletins nécessaires pour l'élection au Comité et les réponses aux différentes questions à l'ordre du jour, ainsi que les instructions relatives aux votes par correspondance.

Ils voudront bien aussi signaler les questions susceptibles d'être mises à l'étude.

1re Question

Compte rendu financier de l'année scolaire 1925-1926

Recettes :	Arrérages : 6 rachats de cotisation	51 75
	Perçu 795 cotisations à 8 fr. (1)	6.360 »
	Reliquat sur majoration (recouvrements postaux)	50 70
	Perçu 5 abonnements à 8 fr.	40 »
	Perçu 1 abonnement à 10 fr.	10 »
	Vente d'anciens *Bulletins*	148 70
	Publicité	950 »
	Intérêts de Bons de la Défense Nationale	75 »
	Trop perçus généreusement abandonnés	1 50
	Total des recettes 1925-1926	7.687 65

(1) 2 cotisations 1924-1925 et 6 cotisations 1925-1926 n'ont pas été réglées.

Dépenses :	Facture Coueslant du 30-11-25 : *Numéro spécial.*	744 40
	Facture Coueslant du 30-1-25 : *Bulletin n° 42* ...	785 80
	Facture Coueslant du 27-2-26 : *Bulletin n° 43* ...	1.116 55
	Facture Coueslant du 22-3-26 : *Bulletin n° 44* ...	796 70
	Facture Coueslant du 27-7-26 : *Bulletin n° 45* ...	1.003 50
	Facture Coueslant du 30-11-26 : *Bulletin n° 46* ..	1.181 85
	Ports de lettres de rappel de cotisation..........	50 80
	Débours pour recouvrements postaux...........	49 30
	Notes de M. DELCOURT.......................	128 55
	Notes de M. DUMARQUÉ.......................	15 15
	Note de M. FLAVIEN..........................	39 90
	Notes de M. WEILL...........................	111 60
	Cotisation à la C. T. I.......................	250 »
	Total des dépenses 1925-1926.....	6.274 10
Balance :	Actif au 30 septembre 1925.....................	3.631 05
	Excédent des recettes sur les dépenses..........	1.413 55
	Actif au 30 septembre 1926.....................	5.044 60
Répartition de l'actif :	6 rachats placés partiellement en rente 4 °/₀ 1925, achetée..........	535 25
	Bons de la Défense Nationale.......	1.500 »
	En Caisse et au Compte de Chèques postaux.........................	3.009 35
	Total..........	5.044 60

2ᵉ QUESTION

Se reporter aux rapports (1) présentés par M. FLAVIEN aux Assemblées générales ordinaires depuis 1921 (*Bulletins* nᵒˢ 20, 25, 30, 35, 40 et 45), aux questions à l'étude rappelées par le *Bulletin* n° 47 (page 3), et aux nombreux articles relatifs à cette enquête publiés par le *Bulletin*.

3ᵉ QUESTION

Se reporter à l'exposé de M. DUMARQUÉ (*Bulletin* n° 48, page 65), à plusieurs communications publiées par le *Bulletin* (2) et aux comptes rendus des Assemblées générales ordinaires de 1925 et 1926 (*Bulletins* nᵒˢ 40 et 45), qui ont émis le vœu : *Qu'une épreuve écrite de mathématiques figure à la première partie du Baccalauréat dans toutes les séries.*

(1) « *L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le Bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y a lieu, un tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.* »

(2) Voir les *Bulletins* n° 25, pages 101 et 103 ; n° 30, page 119.

4e QUESTION

Se reporter aux rapports présentés par MM. WEILL et DECERF aux Assemblées générales ordinaires depuis 1923 (*Bulletins* nos 30, 35, 40 et 45), sanctionnés par le mandat renouvelé au Bureau par ces Assemblées générales (1).

5e QUESTION

Se reporter aux comptes rendus donnés dans les *Bulletins* nos 34, 39 et 41, ainsi qu'au résumé, publié dans le *Bulletin* n° 46, des travaux de la Commission d'études constituée par la Société des Agrégées.

6e QUESTION

Rappel des vœux : *L'Association des Professeurs de Mathématiques émet les vœux :*

1° « *Que l'admissibilité aux examens oraux du Baccalauréat ne reste acquise que de la session de juillet à la session d'octobre suivante (et éventuellement aux sessions extraordinaires qui pourraient avoir lieu en cours d'année).* » (Se reporter au *Bulletin* n° 25, page 91).

2° « *Que les jeunes filles puissent être admises dans les classes de Mathématiques Spéciales des lycées de garçons* (2), *ainsi qu'elles ont été autorisées à suivre, dans les établissements secondaires de garçons, les classes de Première, de Mathématiques, de Philosophie, et les cours préparatoires aux grandes écoles où les femmes sont admises.* » (Se reporter aux *Bulletins* n° 25, page 91 ; n° 27, page 17 ; n° 28, page 42 ; n° 31, page 136 ; n° 32, page 22, et n° 34, page 86.

Au sujet de ce dernier vœu, il est à noter que les jeunes filles sont autorisées à se présenter aux concours d'admission à l'Ecole Normale Supérieure et aux Bourses de licence (Lettres ou Sciences) et peuvent être admises en Première Supérieure ou en Mathématiques Spéciales, classes préparant à ces concours. (Se reporter à la communication faite à la réunion du Comité du 5 février 1925, page 72 du *Bulletin* n° 39).

---

(1) « *L'Assemblée donne mandat au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets des compositions de mathématiques donnés aux différents examens ou concours et de transmettre aux autorités compétentes — s'il y a lieu — les remarques que cette étude aura suggérées.* »

(2) Mesure répondant aux conseils de la Société des Agrégées de l'Enseignement secondaire des jeunes filles (voir le *Bulletin des Agrégées*, n° 19, mars 1927, page 11), et intéressant non seulement les jeunes filles préparant l'Agrégation de l'Enseignement Secondaire de Jeunes Filles, Section des Sciences mathématiques, mais aussi celles désirant suivre l'enseignement supérieur de la Physique ainsi que l'écrivaient Mlle DUBOIS et Mme BOURGIN, vice-présidente et secrétaire de l'Union des Physiciens, dans une note publiée par le *Bulletin de l'Union des Physiciens*, nos 164-165, page 256.

III. Etat de l'Association

825 membres au 31 janvier 1927

1. Inscriptions

(*L'astérisque indique un membre honoraire*)

MM.

* Cabantous, Marseille, Cours colon.
Canton (Mlle), Armentières (C. F.).
* Cohen-Bacrie, Marseille, étudiant.
Emanuély, Oran.
Fauré, Alger, *Mustapha*.
Fauré (Mme), Alger, Ben-Aknoun.
Favard, Amiens.
Fénart (Mlle), Alger (F.).

MM.

Leca (Mlle), Castres (C. F.).
Meinrath, Strasbourg, *E. N. T*
Pinty, Alger.
* Robert (Mlle), Laon, *E. N. I.*
Thorez, Metz.
Trouillas, Besançon.
Valiron, Tunis.
Wolfender, St-Etienne.

2. Radiations

MM. Clément (.....), Epinal, *décédé*.
Davidou, Alger, *en retraite*.
Mineur, Paris, *Rollin*, *décédé*.

3. Addenda aux cotisations 1925-1926

(*6e liste de cotisations 1925-1926 : 1 ; au total : 801*)

Hanoï. — M. Burnier.

4. Cotisations reçues du 1er décembre au 31 janvier

(*2e liste de cotisations 1926-1927 : 208 ; au total : 379*)

Les noms en italique sont ceux des membres ayant un nouveau poste

Membres honoraires : M. Cabantous, *préparateur Cours col*, *Marseille*.
M. Cohen-Bacrie, *étudiant Fac. Sc.*, *Marseille*.
M. *Perrachon*, *censeur du Lycée de Tunis*.
M. Poirier, *prof. à l'E. P. I.*, *Rive-de-Gier*.
Mlle Robert, *prof. à l'E. N. I.*, *Laon*.
M. Rouyer, *prof. à l'Université d'Alger*.
M. Sebban, *prof. à l'E. P. S.*, *Alger-Boufarik*.

En retraite : M. *Albou*, *prof. honoraire au Lycée d'Alger*.
M. Barbarin, *prof. honoraire au Lycée St-Louis*.
M. Boudet, *prof. honoraire au Lycée Buffon*.
M. Brichet, *prof. honoraire au Lycée Condorcet*.
M. Clément (L.), *prof. honoraire au Lycée de Bayonne*.
Mme *Ficquet*, *prof. honoraire au Lycée Molière*.
M. *Martin* (*P.*), *prof. honoraire au Lycée de Marseille*.
M. Mantion, *prof. honoraire au Collège de Saumur*.

Agde (C.). — M. Dupuy.
Alais. — M. Clapier.
Alais (C. F.). — Mme Vacquier-Raymond.

ALGER (2e liste). — MM. Cagnac, Carrère, *Cohen*, Coti, Gallot, Paoli (L.), *Pinty*, Puzin, de Sarrau, Tutenuit.
ALGER, *Ben-Aknoun* (G.). — Mme *Fauré*.
ALGER, *Mustapha*. — M. *Fauré*.
ALGER (F.). — Mlles *Fénart*, *Grégoire*, Mme *Troupel-Lacroix*.
AMIENS. — MM. Durand (Ch.), *Favard*, Ranson (E.), Vasseur.
ARMENTIÈRES (C.). — M. Devin.
ARMENTIÈRES (C. F.). — Mlle *Canton*.
AUCH. — MM. Baillon, Baurens.
BÉDARIEUX (C.). — M. Blanc.
BESANÇON. — MM. Fauvernier, Gavoille, Martenot, Meyer (P.), *Trouillas*.
BÉZIERS (C.). — MM. Imbert, Maury, Vigné.
BRIOUDE (C.). — M. Collinet.
CARCASSONNE. — MM. Brunet, Radix.
CASABLANCA. — MM. Alméras, Béthoux.
CASTELNAUDARY (C.). — M. Gâches.
CASTRES (C. F.). — Mlle *Leca*.
CETTE (C.). — MM. Marty (R.), Poux.
CHALON-SUR-SAÔNE (C.). — M. Céluron.
CHATEAU-THIERRY (C.). — M. *Mayerus*.
CLERMONT-L'HÉRAULT (C.). — M. *Malachane*.
CONDOM (C.). — M. Izar.
DOUAI. — MM. Dewailly, Gaudron, Ranson (H.), Réault.
EPERNAY (C.). — M. Poircuitte.
EVREUX (C. F.). — Mlle Baudry.
GRENOBLE. — MM. Grumel, *Reynaud* (*G.*), Rival, Rivoire, *Termat*, Viallis.
LA ROCHELLE. — MM. Lesgourgues (L.), Louchez, Vénencie.
LAVAL. — MM. Marchand, Ménard.
LAVAL (C. F.). — Mme Denoyelle.
LE BLANC (C.). — M. Michon (J.).
LE HAVRE. — MM. Delens, Deschamps (E.), Philippe (A.).
LE HAVRE (F.). — Mlle Bertrand.
LE MANS. — MM. *Deperrois*, Langlais.
LE PUY. — M. Paulin.
LIMOGES. — M. Sartre.
LUÇON (C.). — M. Noiron.
LUNEL (C.). — M. Donnet.
LYON, *Ampère*. — MM. *Benoit-Gonin*, Catella, Charbonnier, Denizot, Dorlet, Grémillot.
LYON, *St-Rambert*. — MM. *Limouzin*, Vautherin.
MARSEILLE, *Longchamps* (F.). — Mlle Mouren.
MARSEILLE, *Montgrand* (F.). — Mme Chazottes, Mlle Mabelly, Mme Nicolas.
MAYENCE, *Lycée français*. — MM. Balmain, Benoit.
MAYENCE, *Lycée français de jeunes filles*. — Mlle Monsinjon.

Melun (C.). — MM. Bianchi, Rioult.
Metz. — MM. Armbruster, Cordier, Franck, Kieffer, Martin (M.), Naglé, Pallez, *Thorez*.
Metz (F.). — Mme Delort.
Montargis (C. F.). — Mlle Foubert.
Montpellier. — MM. Barbier (J.), Bourateu, Desbats, Fages, Gary-Bobo, Marchaud, Pons.
Montpellier (F.). — Mlle Woirion.
Moulins. — MM. Blanchot, Girard, Marcoz.
Mulhouse (F.). — Mlle Martin (J.).
Narbonne (C.). — M. Escafit.
Narbonne (C. F.). — Mme Mathieu-Pérès.
Oloron (C.). — M. Garraux.
Oran. — MM. *Emanuély*, Génin, *Guillerme*, Haïs, Séguin.
Orange (C.). — M. Advier.
Orléans (F.). — Mlle Dottain.
Pau. — MM. Monet, Mirante-Péré.
Perpignan (C.). — MM. Maris, Mengel.
Pézenas (C.). — M. Estibotte.
Poitiers. — MM. Bellot, Dreyfus, Nourry, Ribaillier.
Quimper. — MM. Beauverger, *Mazé*.
Rennes. — MM. Leroy, Long, Marceil, Poumier, Prulhière.
Rennes (F.). — Mlles Collot, Guitel.
Rodez. — M. Dumas (B.).
Sablé (C.). — M. Jovenin.
St-Amand-Montrond (C.). — M. Verdy.
St-Claude (C.). — M. Fauconnet.
St-Etienne. — MM. Berthier, Marion, Roux, Sueur, Vallier, *Wolfender*.
St-Omer. — MM. Brossard, Ellies.
Strasbourg, *Ecole Nationale Technique*. — M. Meinrath.
Tarbes. — M. Bréchet.
Tonnerre (C.). — M. Raby.
Toulouse. — MM. Caussé, Chabou, Douchez, Estève, Fitte, Izarn, Marty (M.), Méric (...), Mitault, Rebière, Vignes.
Tours. — M. Lecomte.
Troyes (C. F.). — Mlle *Pannetier*.
Tunis. — MM. Gründler, Lalande, Patou, *Valiron*, Vidal.
Tunis (F.). — Mme Nicole-Astier.
Uzès (C.) — M. *Reynaud* (*A*.).
Valence. — MM. Melmoux, Pagel.
Vendôme. — MM. Gagneux, Pénaud.
Vic-Bigorre (C.). — M. Cabarrou.
Versailles. — MM. Aubry, Framboise, Garde, Guadet, Léchenet, Le Diouron, Perrin, Schlesser.
Vesoul. — M. Guibard.

IV. Démarche du Bureau

Lettre à M. le Directeur de l'Enseignement secondaire

Paris, le 18 janvier 1927.

Monsieur le Directeur,

Le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public, fidèle aux traditions de ce groupement, s'est préoccupé de donner aux membres de l'Association tous les renseignements utiles pour l'application du décret du 1er octobre 1926 et de l'arrêté du 23 octobre 1926 relatifs aux établissements jumelés. Il publie dans le n° 47 du *Bulletin de l'Association* les textes officiels récents en y ajoutant les horaires des classes intéressées, leurs programmes et les instructions relatives à ces programmes.

Ces divers documents mettent en évidence de telles difficultés d'application que le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques croit de son devoir de vous les signaler.

Les prescriptions de la dernière partie de l'alinéa de l'arrêté du 23 octobre consacré à l'arithmétique et à l'algèbre sont les suivantes : les classes de 4e secondaire et de 2e année d'enseignement primaire supérieur conserveront leur programme propre d'arithmétique et d'algèbre, mais une heure de classe commune consacrée à la partie commune des deux programmes réunira les élèves des deux catégories ; il en sera de même pour les classes de 3e secondaire et de 3e année d'enseignement primaire supérieur.

Or les programmes de 3e secondaire et de 3e année d'enseignement primaire supérieur ne présentent aucune partie commune ; ils portent sur des matières tellement différentes que les collègues que nous avons consultés n'ont pu nous donner un avis sur la façon dont il faudrait interpréter cette partie de l'arrêté. Le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques sera fort embarrassé lorsque ces mesures seront mises en vigueur et qu'il recevra des demandes de renseignement à leur sujet. Il serait très désireux que des instructions complémentaires fussent données sur ce point.

La partie commune aux programmes de 4e secondaire et de 2e année d'enseignement primaire supérieur se réduit à deux courts alinéas sur les grandeurs directement et inversement proportionnelles et sur la racine carrée.

Les programmes de la classe de 6e secondaire et de l'année préparatoire à l'enseignement primaire supérieur, de la classe de 5e secondaire et de la première année de l'enseignement primaire supérieur qui doivent être associées ne semblent pas à une première lecture présenter des divergences aussi profondes. Mais si l'on consulte les instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement primaire supérieur (*Journal Officiel* du 30 septembre 1920) et les instructions qui accompagnent les plans d'études de 1925 pour l'enseignement secondaire, on voit surgir des difficultés très graves qui concernent des questions de méthode et qu'il serait trop long d'exposer dans cette lettre.

Ici encore c'est l'enseignement secondaire qui est sacrifié, car pendant deux années les élèves des sections secondaires suivront des classes où les programmes de l'enseignement primaire supérieur sont intégralement substitués à ceux de l'enseignement secondaire. Cependant ces derniers programmes ont fait l'objet d'études approfondies nécessitées par la réforme de 1925 et ils ont été unanimement approuvés pour les deux classes intéressées (6e et 5e secondaires).

Le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques aurait souhaité qu'une consultation préalable de professeurs spécialisés permît de concilier les intérêts des enseignements associés. Il croit indispensable de vous faire connaître respectueusement les remarques qui précèdent à toutes fins utiles pour le bien de l'enseignement secondaire.

Veuillez agréer, Monsieur le Directeur, l'expression de mes sentiments respectueux et dévoués.

Le Président : E. Weill.

V. Réunion du Comité

24 février 1927

Présents : Mme Chabauty, MM. Combet, Delcourt, Mlle Detchebarne, MM. Dumarqué, Gréyy, Gros, Hennequin, Jacquet, Julien, Mlle Lauzanne, MM. Weber, Weill.

Excusés : MM. Bioche, Chenevier, Decerf, Flavien, Lemaire, Raby, Sainte-Lague.

La séance est ouverte à 17 heures sous la présidence de M. Weill.

Le procès-verbal de la dernière réunion (9 décembre 1926) est lu et adopté.

M. Weill, président, informe le Comité que les lettres qu'il a adressées à M. Denis, au sujet de l'enseignement propédeutique, et à M. le Directeur de l'Enseignement secondaire, au sujet des classes communes de mathématiques dans les collèges et les écoles primaires supérieures, sont restées jusqu'à présent sans réponses.

Membres honoraires. — Après avoir inscrit cette année parmi les membres honoraires M. Perrachon, devenu censeur du Lycée de Tunis, le Comité nomme membres honoraires : M. Cabantous, préparateur aux Cours coloniaux de Marseille, M. Cohen-Bacrie, boursier d'agrégation à Marseille, et Mlle L. Robert, professeur agrégée de mathématiques à l'Ecole Normale d'Institutrices de Laon.

Assemblée générale de Pâques 1927. — Le Comité fixe au lundi matin 11 avril la date de l'Assemblée générale ordinaire de 1927 et arrête l'ordre du jour (voir p. 72 du présent *Bulletin*).

Démarches au sujet des examens du concours d'admission à l'Ecole Polytechnique. — M. Weill, président, signale qu'il a reçu une lettre de M. Leroy, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée de Rennes, qui remercie M. Commissaire des renseignements publiés par le *Bulletin* n° 47, et qui exprime ses regrets que les professeurs de Mathématiques Spéciales de province n'aient pas été informés des observations présentées au nom de leurs Collègues parisiens.

M. Weber se déclare d'accord avec M. Leroy, et pense qu'il serait désirable que, dans la mesure du possible, les professeurs de Paris s'entendent avec leurs collègues de province lorsqu'ils ont l'intention d'intervenir dans des questions qui intéressent également tous les professeurs, et que, en tout cas, ils les tiennent au courant de leurs démarches.

M. Delcourt rappelle que l'Association des Professeurs de Mathématiques a consulté tous les intéressés et présenta en leur nom leurs observations et leurs vœux, lorsqu'elle fut saisie, en 1922, par plusieurs membres de l'Association, professeurs de Mathématiques Spéciales, des inconvénients résultant de l'inscription de tous les candidats sur une liste alphabétique unique pour les examens oraux de l'Ecole Polytechnique (1). Il signale les démarches que fait actuellement l'Union des Physiciens chargée par les professeurs de physique des classes de Mathématiques Spéciales de présenter leurs doléances relatives au concours d'admission à l'Ecole Polytechnique (2).

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 18 heures.

VI. Conseil Supérieur de l'Instruction publique

I. Session de janvier 1927

En ce qui concerne l'Enseignement secondaire, le Conseil Supérieur de l'Instruction publique n'a eu à s'occuper, en sa session de janvier, que des mesures (3) destinées à préparer l'assimilation complète des agrégations féminines aux agrégations masculines. Il les a adoptées.

Ces mesures n'appelleraient aucune réserve si elles s'accompagnaient de textes interdisant à l'Administration d'employer des dames profes-

(1) Voir les *Bulletins* n° 24, pages 62 et 63, n° 25, pages 83 et 84, n° 31, page 137.

(2) Voir le *Bulletin de l'Union des Physiciens*, n° 197-198, novembre-décembre 1926 et n° 199, janvier 1927.

(3) Parmi ces mesures, la seule intéressant les mathématiques modifie les certificats prévus pour la licence ès sciences d'enseignement des établissements secondaires de jeunes filles, et les remplace par les certificats exigés pour la licence ès sciences d'enseignement des établissements secondaires de garçons. (N. D. L. R.).

seurs dans les lycées de garçons. Une telle introduction serait un moyen commode et économique de parer, dans une certaine mesure, à la crise de recrutement du personnel masculin. D'autre part, on ne peut se défendre d'une certaine inquiétude en songeant au parti que l'enseignement libre pourrait tirer d'une certaine communauté de personnel dans les établissements féminins et les établissements masculins.

H. Commissaire.

2. A nos électeurs

Chers Collègues,

La question des traitements a pris pour l'enseignement secondaire une extrême gravité : parmi nous, les plus chargés de famille connaissent les privations ; tous nous ressentons la gêne, l'humiliation d'une diminution brutale de notre situation antérieure, pourtant si modeste ; tous nous avons conscience qu'avec la dignité et la vitalité du corps enseignant sont en jeu les intérêts supérieurs du pays.

Ces sentiments, longtemps comprimés, ont fait explosion avec une force impressionnante, excluant tout soupçon d'arrière-pensée et de manœuvre, dans une réunion extraordinaire qui a groupé au Lycée Louis-le-Grand, le 27 février, près de 500 professeurs des lycées parisiens. En constatant que, malgré tous les efforts des bureaux de nos Associations, les augmentations nécessaires, déjà plus libéralement accordées à d'autres administrations, n'ont pu encore être obtenues par nous, — en apprenant que le décret du 13 janvier 1927, qui relève de façon très sensible, avec effet rétroactif à partir du 1er août 1926, tous les hauts fonctionnaires administratifs des trois ordres d'enseignement, les chefs de bureau du Ministère et quelques catégories de l'enseignement supérieur, ne semblait devoir être suivi à bref délai d'aucun relèvement analogue, et portant sur la même date, pour le personnel secondaire enseignant, — tout le monde a compris qu'il était devenu nécessaire d'appuyer les démarches et les négociations de nos représentants, qualifiés pour cette tâche, par la manifestation énergique et irrécusable de notre profonde émotion. C'est à l'unanimité que l'assemblée a jugé utile, comme première protestation, la démission de nos représentants dans les différents conseils universitaires, si l'injustice qui nous est faite n'avait pas été réparée au 31 mars 1927, date de la clôture de l'exercice budgétaire 1926.

Une très nombreuse réunion de l'A2 de l'Académie de Paris, le 10 mars, s'est prononcée dans le même sens avec la même unanimité.

Sans doute, vos représentants au Conseil Supérieur, qui sont élus distinctement par les divers ordres d'agrégés, ne doivent compte de leur mandat qu'à leurs seuls électeurs, et les décisions d'une assemblée parisienne ne sauraient valablement nous délier de nos obligations envers vous. Sans doute encore, le Conseil Supérieur n'a aucune compétence en matière financière, et la question des traitements lui échappe entièrement. Mais nous croirions mal répondre à la confiance dont vous nous avez honorés, si nous nous placions uniquement à ce point de vue formel et juridique : chargés par vous de défendre, dans le plus haut conseil de l'Université, la cause de l'enseignement secondaire, nous ne pouvons nous désintéresser des difficultés matérielles et morales qui la compromettent radicalement ; il ne s'agit pas seulement de la situation des personnes, mais aussi du recrutement et de la valeur du corps enseignant. Les griefs qui ont provoqué la réunion du 27 février, nous les tenons pour bien fondés ; les sentiments qui ont animé les deux assemblées parisiennes, nous les partageons ; l'unanimité qui s'y est révélée ne nous permet pas de douter que nous ne soyons, en cela, profondément d'accord avec la grande majorité de nos électeurs dans le pays tout entier. Nous pensons donc qu'il nous appartient de donner, les premiers, l'exemple de la solidarité universitaire en nous conformant volontairement aux indications qui se dégagent pour nous des votes précités.

Nous avons pris, en conséquence, la décision d'adresser au Ministre notre démission motivée, si les mesures que demandent nos associations ne sont pas assurées à la date du 31 mars prochain.

Beaulavon,	*représentant*	*des agrégés de*	*philosophie.*
Brizard,	—	—	*physique.*
Busson,	—	—	*histoire.*
Commissaire,	—	—	*mathématiques.*
Peyrot,	—	—	*enseignement spécial.*
Rancès,	—	—	*langues vivantes.*
Suran,	—	—	*grammaire.*

VII. Documents officiels

8. Les compositions de sciences et les interrogations de sciences au Concours des Bourses nationales

Direction
de
l'Enseignement secondaire
—
1er *Bureau*

Paris, le 28 février 1927.

A M. le Secrétaire général du Syndicat des Professeurs de Collèges (1),

Vous avez bien voulu me demander si les dispositions des articles 6 et 8 de l'arrêté du 17 juillet 1926, qui prévoient une « composition de sciences » et une « interrogation sur les sciences », à l'examen d'aptitude

(1) Communiqué par M. Brotier, principal du Collège de Clermont (Oise).

aux bourses d'enseignement secondaire (séries supérieures), devaient être interprétées en ce sens que ces épreuves porteront uniquement sur le programme de « sciences naturelles », à l'exclusion du calcul et des sciences mathématiques.

J'ai l'honneur de vous informer que, conformément aux dispositions de l'article 5 du dit arrêté, les candidats doivent être examinés, en 3[e] série, sur les matières de la classe de 4[e], et ainsi de suite.

En conséquence, *le terme « sciences » doit s'entendre dans son sens général : calcul, sciences mathématiques et sciences naturelles.*

9. Rapport sur la composition de mathématiques (Classe de Mathématiques) au Concours général des Lycées et Collègues en 1926

285 copies ont été remises. Le nombre de celles qui ne contiennent rien — 27 —, ou de celles où le problème (1) est à peine abordé, est encore trop considérable. En fait, une quarantaine contiennent des essais sérieux. Trente ont été retenues en vue du classement et 15 ont été récompensées.

Celles qui ont obtenu le 1[er], le 2[e] et le 3[e] prix ont été l'objet de propositions unanimes, de la part du Jury de correction.

Le premier accessif a réuni tous les suffrages, sauf un. A partir du second, c'est une simple moyenne de notes qui a décidé et encore les valeurs des copies diffèrent-elles fort peu. C'est ce qu'explique l'attribution du 10[e] et dernier accessit à trois candidats.

Parmi les quinze autres copies non récompensées, quelques-unes approchent beaucoup de celles qui l'ont été.

Signalons quelques observations des correcteurs :

a) Abus de la géométrie analytique — cela ne concerne guère les trente copies retenues.

b) Les cas particuliers de la translation et de la symétrie par rapport à un point sont presque toujours négligés.

c) La notion de centre de rotation n'est pas bien dégagée en général.

d) Peu d'élèves saisissent les questions relatives à l'orientation du plan et au sens des angles.

e) La transformation par polaires réciproques est appliquée sans discernement.

f) Les finesses, les réponses précises que comportait le problème échappent aux élèves.

Cette dernière observation pourrait d'ailleurs s'appliquer aux divers concours où la géométrie joue un rôle : elle révèle un manque de curiosité très répandu.

(1) Voir l'énoncé page 4 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1926.*

La copie classée avec le n° 1 se détache nettement des autres, et malgré des inexactitudes et des lacunes, elle a paru digne de la publication. C'est la seule où la cinquième partie ait été abordée avec fruit, et le problème y est traité presque en entier, dans les grandes lignes tout au moins. C'est assurément la meilleure de toutes celles que le Concours général ait produites en mathématiques — dans la classe de Mathématiques — depuis son rétablissement.

Il n'est pas inutile de reprendre l'analyse du sujet, pour faire saillir la variété, les finesses et les difficultés des questions qu'il pose. Une solution complète, tenant compte des cas particuliers, entraînerait trop loin et n'aurait pas l'avantage de certaines indications générales ou de précisions relatives aux points délicats.

Dans tout ce qui suit, l'énoncé du problème est mis en italique.

I. *Soient* P, P_1, P_2, P_3 *des positions successives d'un plan mobile qui glisse sur un plan fixe. Un point* M *du plan* P *a, dans* P_1, P_2, P_3, *les positions* M_1, M_2, M_3 *respectivement.*

Le point M *décrivant une droite du plan* P, *trouver le lieu* D *du milieu de* MM_1 *et l'enveloppe de la droite* MM_1 *(On appelle enveloppe d'une famille de droites, soit une courbe que touchent ces droites, soit un point par où elles passent).*

Même question, le point M *décrivant un cercle du plan* P.

Ces questions sont classiques. Désignons par O_i le centre de la rotation (R_i) qui amène P en P_i, $2\alpha_i$ la mesure algébrique de cette rotation, le plan P qui sert de repère étant orienté ; appelons de même O_{ij} le centre de la rotation (R_{ij}) qui amène P_i en P_j, et $2\alpha_{ij}$ l'amplitude de cette rotation. On sait que les angles 2α ne sont définis qu'à un multiple près de 2π et par suite les angles α à un multiple près de π.

M décrivant une courbe (μ), son homologue M_1 décrit une courbe égale (μ_1), qui se déduit de (μ) par la rotation (R_1). Tout point L, qui partage MM_1 dans un rapport constant, décrit une courbe (λ) semblable à (μ), le point double de la similitude étant O_1. Si L est le milieu N de MM_1, la droite O_1N est la hauteur du triangle isocèle MO_1M_1, relative à la base MM_1 ; l'enveloppe de MM_1 est l'antipodaire du point O_1 par rapport à la courbe (ν), lieu de N. On peut la définir autrement ; prenons un cercle fondamental d'inversion (c), arbitraire, de centre O_1, et la courbe (ν') inverse de (ν) par rapport à (c) : l'enveloppe de MM_1 est la polaire réciproque de (ν') par rapport à (c).

L'application au cas où (μ) est une droite ou un cercle est immédiate. Beaucoup de candidats ont donné l'expression du rapport de similitude de (ν) et (μ) sous la forme $\cos \alpha_1$; c'est exact, mais l'emploi de simples triangles rectangles ne suffit pas à justifier ce fait.

Montrer que la projection de MM_1 *sur* D *est constante.*

Cette question est sans difficulté. Quelques candidats ont rapproché le résultat de celui que fournit un théorème de Poncelet, dans le cas d'une parabole.

II. *Trouver le lieu* Γ *du point* M *pour que* M, M_1, M_2 *soient situés en ligne droite. Quelle est alors l'enveloppe de la droite* MM_1M_2 ?

Cherchons tout d'abord les liens qui existent entre les positions des centres de rotation O_1, O_2, O_{12} des plans P, P_1, P_2 deux à deux, et les angles de rotation correspondants. Il est commode de placer M sur O_1O_2 par exemple. Le point homologue M_1 est alors le symétrique de M par rapport à la droite O_1x_1 qui fait avec O_1O_2 l'angle α_1 ; de même M_2 est le symétrique de M par rapport à la droite O_2x_2 qui fait avec O_1O_2 l'angle α_2. On voit de suite que l'axe du segment M_1M_2 passe par le point de rencontre de O_1x_1 et de O_2x_2, lequel est indépendant de la position de M sur O_1O_2 et n'est autre que O_{12} ; en outre un angle des droites $O_{12}O_1$ et $O_{12}O_2$ est $\alpha_2 - \alpha_1$ et la rotation (R_{12}) a pour amplitude $2\alpha_2 - 2\alpha_1$.

Appelons γ le cercle circonscrit au triangle $O_1O_2O_{12}$; c'est le lieu des points Q tels que $(QO_1, QO_2) = \alpha_2 - \alpha_1$.

Si M, M_1, M_2 sont alignés, les perpendiculaires O_1y_1, O_2y_2, $O_{12}y_{12}$ abaissées de O_1, O_2, O_{12} respectivement sur la droite MM_1M_2 sont parallèles, et réciproquement. Il en résulte que l'un des angles des droites O_1M, O_2M, par exemple, a pour mesure $\alpha_1 - \alpha_2$. Cela place le point M sur le cercle Γ symétrique du cercle γ par rapport à la droite O_1O_2. Dans les mêmes conditions, M_1 et M_2 décrivent respectivement les symétriques de γ par rapport aux droites O_1O_{12} et O_2O_{12}. Ces trois cercles passent par l'orthocentre H du triangle $O_1O_2O_{12}$.

Quand M décrit Γ, N se déplace sur un cercle C qui passe par O_1 ; la droite MM_1M_2, perpendiculaire à O_1N, passe par le point diamétralement opposé à O_1 sur C. La tangente à Γ, en O_1, résulte de O_1O_2 par une rotation d'amplitude $\alpha_2 - \alpha_1$ et la tangente à C s'obtient en faisant tourner la première d'un angle α_1. Il en résulte que la tangente à C, en O_1, est parallèle à O_2O_{12}. Le diamètre de C, qui passe par O_1, est donc la hauteur O_1H du triangle $O_1O_2O_{12}$. Ainsi, la droite MM_1M_2 passe par un point fixe situé sur O_1H. Ce point fixe est de même sur les autres hauteurs du triangle : ce ne peut être que le point H.

Ces résultats s'obtiennent beaucoup plus vite si l'on remplace les rotations par des symétries. M étant un point quelconque du plan P, construisons son symétrique m par rapport à O_1O_2 ; les symétriques de m par rapport à O_1x_1 et O_2x_2 sont précisément les points M_1 et M_2.

Le lieu du point m, tel que ses symétriques M, M_1, M_2, par rapport aux côtés du triangle $O_1O_2O_{12}$ soient alignés, est le cercle γ circonscrit au triangle et on sait que la droite MM_1M_2 passe par l'orthocentre de ce triangle. Les lieux de M, M_1 M_2, sont les symétriques du lieu de m, c'est-à-dire de γ, par rapport aux divers côtés du triangle.

Trouver le lieu Γ' *de* M *pour que le rapport* $\dfrac{MM_1}{MM_2}$ *soit constant. Dans ce cas, que sont les enveloppes des côtés du triangle* MM_1M_2 ? *Sous quel angle se coupent* Γ *et* Γ' ?

Cherchons d'abord le lieu du point m. Soient n, n_1, n_2 les projections respectives de m sur O_1O_2, O_1O_{12}, O_2O_{12}. Les côtés du triangle nn_1n_2

sont les moitiés des côtés du triangle MM_1M_2, de sorte que $\dfrac{nn_1}{nn_2} = k$.

Le cercle décrit sur mO_1 comme diamètre passe par n et n_1, si bien que $nn_1 = mO_1 \mid \sin\alpha_1 \mid$. De même $nn_2 = mO_2 \mid \sin\alpha_2 \mid$ et $\dfrac{mO_1}{mO_2} = k \left|\dfrac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}\right|$. Le lieu de m est donc un cercle orthogonal à la droite O_1O_2 et qui partage harmoniquement le segment O_1O_2. C'est aussi le lieu de M, c'est-à-dire le cercle Γ' et ce cercle est orthogonal à tout cercle qui passe par O_1 et O_2, et par suite à Γ. Les lieux de M_1 et de M_2 sont respectivement les cercles Γ'_1 et Γ'_2, symétriques de Γ' par rapport à O_1O_{12} et O_2O_{12}

Des deux sommets O_1 et O_2, l'un est à l'extérieur du cercle Γ', l'autre est à l'intérieur ; supposons par exemple que O_2 soit à l'intérieur. Alors O_1 est à l'extérieur du cercle lieu du milieu de MM_1 et la droite MM_1 enveloppe une hyperbole ; O_2 est à l'intérieur du cercle lieu du milieu de MM_2 et la droite MM_2 enveloppe une ellipse. La droite O_2O_{12} est l'axe radical de Γ' et Γ'_2 de sorte que O_{12} est, simultanément, soit à l'intérieur soit à l'extérieur de ces deux cercles. Dans le premier cas, M_1M_2 enveloppe une ellipse, dans le second une hyperbole.

En résumé, il y aura autant d'ellipses enveloppes des côtés du triangle MM_1M_2 qu'il y a de sommets (1 ou 2) du triangle $O_1O_2O_{12}$ à l'intérieur du cercle Γ'.

Le passage d'un cas à l'autre se fait lorsque Γ' passe par O_{12}. Mais alors $\dfrac{MO_1}{MO_2}$ est égal à $\dfrac{O_{12}O_1}{O_{12}O_2}$ ou $\left|\dfrac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}\right|$, de sorte que k vaut 1. Ainsi le lieu de M tel que le triangle M_1MM_2 soit isocèle est le cercle Γ'_0, qui passe par O_{12}, est orthogonal à la droite O_1O_2 et partage harmoniquement le segment O_1O_2. Il passe par les pieds des bissectrices de l'angle en O_{12} sur le côté spposé O_1O_2.

Trouver le lieu de M *pour que l'angle* M_1MM_2 *soit constant.*

Il faut, au préalable, définir ce qu'on entend par « l'angle M_1MM_2 » : c'est ce que n'ont pas fait la plupart des concurrents.

Ce peut être l'angle des droites MM_1, MM_2, dans le plan orienté, ou l'angle des demi-droites MM_1, MM_2, le plan étant toujours orienté, ou encore l'angle en M du triangle MM_1M_2 au sens habituel. Quelle que soit la définition adoptée, il est manifeste que les points O_1 et O_2 appartiennent au lieu ; car, si M vient en O_1 ou en O_2 le segment MM_1 ou MM_2 est de longueur nulle et la direction de la droite qui le porte est indéterminé. Cette même raison explique pourquoi Γ' passe par O_1 et O_2. Dans tous les cas, on est ramené à trouver le lieu du point m tel que l'angle n_1nn_2 soit constant, puisque le triangle n_1nn_2 est homothétique du triangle M_1MM_2, par rapport au centre d'homothétie m, avec le rapport $\frac{1}{2}$ ·

Prenons la première interprétation. L'emploi des cercles décrits sur O_1m et O_2m comme diamètres donne les égalités :

$(nm, nn_1) = (O_2m, O_2O_{12})$; $(nm, nn_2) = (O_1m, O_1O_{12})$; à $k\pi$ près bien entendu. Il en résulte par soustraction :

$(nn_1, nn_2) = (O_1m, O_2m) + (O_2O_{12}, O_1O_{12})$; par suite :

$(O_1m, O_2m) = (nn_1, nn_2) + (O_1O_{12}, O_2O_{12}) = (nn_1, nn_2) + \alpha_2 - \alpha_1 = C^{te}$.

Le lieu du point m est donc un cercle c qui passe par O_1 et O_2 ; celui de M est le cercle C symétrique de c par rapport à O_1O_2, ceux de M_1 et M_2 sont respectivement les symétriques de c par rapport à O_1O_{12} et O_2O_{12}.

Dans le second cas, la constante n'a encore qu'une valeur algébrique, mais un seul arc du cercle C, limité aux points O_1 et O_2, satisfait aux conditions imposées à l'angle M_1MM_2.

Dans le troisième cas, si β est la mesure de l'angle en M du triangle M_1MM_2, la constante a deux valeurs distinctes $\alpha_2 - \alpha_1 \pm \beta$. Le lieu de M se compose alors de deux arcs de cercles, limités aux points O_1 et O_2.

III. *Déterminer* M *pour que le triangle* MM_1M_2 *soit équilatéral ou pour que les quatre points* $MM_1M_2M_3$ *soient en ligne droite.*

Pour que le triangle MM_1M_2 soit équilatéral, il faut et il suffit que :

1° MM_1 et MM_2 aient même longueur, ce qui place M sur le cercle Γ'_0 déjà trouvé ;

2° L'angle en M du triangle M_1MM_2 ait pour mesure $\frac{\pi}{6}$. Cela exige que M soit sur l'un ou l'autre des segments qui correspondent à $\beta = \frac{\pi}{3}$. Les points de rencontre de Γ'_0 avec la droite O_1O_2 étant l'un à l'intérieur, l'autre à l'extérieur du segment O_1O_2, le cercle Γ'_0 rencontre chacun des segments précités en un point : il y a donc deux triangles équilatéraux.

Pour que M, M_1, M_2 soient alignés, il faut que M soit sur un cercle Γ, qui passe par O_1 et O_2. Pour que M, M_1, M_3 le soient, il faut que M soit sûr un cercle passant par O_1 et O_3. Ces cercles passant tous deux par O_1 se coupent en général en un autre point où il faudra placer M pour que M, M_1, M_2, M_3 soient alignés. La droite $MM_1M_2M_3$ passe alors par les orthocentres respectifs des triangles $O_1O_2O_{12}$, $O_1O_3O_{13}$, $O_2O_3O_{23}$, $O_{12}O_{13}O_{23}$.

IV. *Une droite* Δ *du plan* P *a dans* P_1, P_2, P_3, *les positions respectives* Δ_1, Δ_2, Δ_3. *Que doit être l'enveloppe de* Δ *pour que* Δ, Δ_1, Δ_2 *concourent ? Trouver le lieu* Σ *de leur point de concours. Quelle relation présente* Σ *avec le lieu* Γ ?

O_1 est le centre d'un cercle tangent à Δ et Δ_1. Si I est le point de rencontre de ces deux droites, on a : $(\Delta, IO_1) = \frac{\pi}{2} + \alpha_1$.

Si Δ_2 passe par I, on a de même : $(\Delta, IO_2) = \frac{\pi}{2} + \alpha_2$. Par suite

$(IO_1, IO_2) = \alpha_2 - \alpha_1$ et le point I est sur le cercle γ. Σ n'est donc autre que γ, c'est-à-dire le cercle symétrique de Γ par rapport à O_1O_2.

Le lieu de I étant un cercle qui passe par O_1 et (IO_1, Δ) étant égal à $\frac{\pi}{2} - \alpha_1$, Δ coupe γ en un point fixe ω qui est son enveloppe. Si on place I en O_{12}, la droite Δ correspondante est la perpendiculaire abaissée de O_{12} sur O_1O_2. Le point ω est donc le symétrique de l'orthocentre H du triangle $O_1O_2O_{12}$ par rapport à O_1O_2. Dans ces conditions, les droites Δ_1 et Δ_2 passent respectivement par les symétriques ω_1 et ω_2 de H par rapport à O_1O_{12} et O_2O_{12}. La vérification est d'ailleurs facile, une fois le résultat trouvé.

Déterminer Δ de manière que Δ, Δ_1, Δ_2, Δ_3 soient concourantes.

De même que précédemment, Δ, Δ_1, Δ_3 concourent lorsque Δ passe par le symétrique ω' de l'orthocentre du triangle $O_1O_3O_{13}$ par rapport à O_1O_3. Ainsi, la droite $\omega\omega'$ est la seule position de Δ pour laquelle les quatre droites Δ, Δ_1, Δ_2, Δ_3 concourent.

V. *Trouver l'enveloppe de Δ pour que le triangle formé par Δ_1, Δ_2, Δ_3, ait une aire constante.*

On pourrait aussi bien chercher l'enveloppe de Δ_3 quand le triangle formé par Δ, Δ_1. Δ_2, a une aire constante. Comme l'enveloppe de Δ_3 se déduit de celle de Δ par la rotation (R_3), on peut donc se borner à chercher l'enveloppe de Δ quand le triangle formé par Δ, Δ_1, Δ_2 a une aire constante. Soient A, A_2, A_3 les sommets correspondants aux côtés Δ, Δ_1, Δ_2, du triangle. Les trois droites O_1A_2, O_2A_1, $O_{12}A$ sont bissectrices respectives des angles en A_2, A_1, A. Elles se coupent en un point J tel que $(JO_1, JO_2) = \alpha_2 - \alpha_1$ et le point J est sur γ. La parallèle JJ' à Δ menée par J fait avec JO_1 un angle $\frac{\pi}{2} - \alpha_1$. Elle rencontre γ en un point fixe ω déjà trouvé. Par suite la distance du point ω à Δ est la même que celle de J à cette droite. Or J est le centre d'un cercle tangent aux trois côtés du triangle Δ, Δ_1, Δ_2. Si ce triangle a une aire constante, comme il est toujours semblable à l'une de ses positions, il est de grandeur invariable et la distance précitée est constante. L'enveloppe de Δ est donc un cercle de centre ω. Dans les mêmes conditions, δ enveloppe le cercle symétrique du précédent par rapport à O_1O_2 ; son centre est en H. Enfin les enveloppes de Δ_1 et Δ_2 sont deux autres cercles symétriques respectivement de l'enveloppe de δ par rapport aux deux autres côtés du triangle $O_1O_2O_{12}$; ils ont pour centres respectifs ω_1 et ω_2.

Quel est le lieu de M *pour que l'aire du triangle* $M_1M_2M_3$ *soit constante ?*

On peut aussi bien traiter le problème en supposant constante l'aire du triangle MM_1M_2. Cherchons d'abord le lieu du point m dans ces conditions. L'aire du triangle nn_1n_2 déjà rencontré est le quart de celle du triangle MM_1M_2. Or l'aire du premier ne dépend que de la distance d du point m au centre de γ. Soient R le rayon de γ, A la mesure de l'aire du triangle $O_1O_2O_{12}$. Quand d croît de o à R, la mesure de l'aire du triangle MM_1M_2 décroît de A à o et, quand d croît à partir de R, elle croît de o à l'infini. Suivant que la mesure de l'aire MM_1M_2 est inférieure ou supérieure à A, le lieu de m se compose de deux cercles ou d'un seul, concentriques à γ. Les lieux respectifs de M, M_1, M_2 sont les cercles symétriques des précédents par rapport aux côtés du triangle $O_1O_2O_{12}$.

Bien que cette analyse soit incomplète, on a pu se rendre compte, à diverses reprises, combien il importe de donner aux résultats une forme précise, définitive si possible. Dire, par exemple, qu'une droite passe par un point fixe ou qu'un lieu géométrique est un cercle ne constitue qu'une réponse provisoire, tant qu'on n'a pas situé le point ou le cercle par rapport aux données. Non seulement une solution imprécise d'une partie d'un problème ne satisfait pas l'esprit, mais surtout elle ne prépare pas la recherche ultérieure. L'énoncé d'un problème qui doit être traité dans un temps limité pose une série de questions dont les liens n'apparaissent guère : c'est une nécessité du genre. Tant que ces liens ne sont pas mis en évidence, le problème n'est pas vraiment traité. La vision en est singulièrement facilitée par la mise au point des résultats partiels, au fur et à mesure qu'ils sont obtenus, et la découverte en bénéficie largement. Le principal objet de cette étude a été d'en donner un exemple.

Le Président du Jury,
E. Blutel.

10. Rapport sur la composition de mathématiques (Classe de Première C-D) au Concours général des Lycées et Collèges en 1926

Première partie. — On proposait, pour préparer la suite du problème (1), d'étudier les variations d'un rapport qui s'exprimait, très simplement, comme valeur absolue d'une fonction homographique.

A peu près tous les concurrents ont paru comprendre la question et ont obtenu l'expression correcte du rapport. Mais que de fautes lourdes, chez beaucoup d'entre eux, dans la discussion demandée ! La plupart ne s'aperçoivent pas que l'intervalle $-$ R, $+$ R est seul en cause. Quelques-uns croient que la valeur absolue de $R^2 + a^2 - 2ax$ est $R^2 + a^2 + 2ax$. On se perd, en général, dans l'examen d'un nombre considérable de cas. De bonnes copies étudient longuement certaines hypothèses, pour démontrer plus loin que ces hypothèses sont impossibles. Rares sont ceux qui ont eu l'idée, pourtant si naturelle, de remplacer les tableaux par des courbes représentatives, ou même de tracer ces courbes qui, il est vrai, n'étaient pas explicitement demandées dans l'énoncé. Les meilleurs commettent, dans leurs graphiques, des fautes graves, comme s'ils n'avaient jamais vu le diagramme correct d'une fonction homographique.

(1) Voir l'énoncé, page 5 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1926*.

Il semble résulter de cette épreuve que les représentations graphiques sont trop négligées dans les classes de Première.

Le moindre diagramme eût montré immédiatement que la valeur absolue d'une fonction homographique croit lorsque x se rapproche du pôle, et que, par suite, l'allure des variations dépendait ici uniquement de la position du pôle b par rapport à $-R$ et à $+R$, c'est-à-dire de la position du plan donné par rapport à la sphère et au point A. Seul le cas où la fonction reste constante méritait un examen spécial.

Faute d'avoir fait cette remarque, il a fallu discuter le signe de $a^2 + R^2 - 2ab$. L'expression étant du premier degré en b, il était particulièrement simple de discuter par rapport au paramètre b. Un certain nombre n'ont pas craint de discuter par rapport à a et d'introduire dès le début des radicaux. C'est une conséquence naïve et qui ne surprendra personne, de l'importance de l'étude du trinôme dans les préoccupations de nos candidats au Baccalauréat.

On n'a pas vu, en général, que $a^2 + R^2 - 2ax$, expression de $\overline{MA}^2$ pour un point de la sphère, est positif quand x est entre $-R$ et $+R$, et que, par suite, le signe de $a^2 + R^2 - 2ab$ est évident quand b est dans l'intervalle de variation.

Dans les constructions proposées, les méthodes employées dérivent d'une recette générale ; on ne s'est pas soucié de les rattacher à la figure, ni de rechercher une relation simple entre les points A et B. La forme $a(2b - a) = R^2$, de la condition à vérifier donnait cependant une solution immédiate, qui paraissait être à la portée d'un élève de Première.

Deux copies seulement contiennent une bonne solution de cette première partie. L'une d'elles a obtenu le premier prix ; l'autre, qui n'abordait pas le reste du problème, n'a pu être récompensée.

Une dizaine de notes à peine dépassent la moyenne 10.

Deuxième partie. — Plus de la moitié des concurrents, à bout de souffle après la discussion de la fonction homographique et l'examen des cas, trop nombreux, qu'ils ont entassés sans discernement, ont borné là leur effort.

Parmi les autres, beaucoup ont considéré la deuxième partie comme une conséquence immédiate de la première, sans se soucier de démontrer une réciproque qu'ils savent cependant indispensable à l'établissement d'un lieu géométrique. Il arrive qu'on croit avoir suffisamment fixé le centre d'une sphère inconnue parce qu'on a appelé O ce centre. Quelques-uns ont abordé ce nouveau problème sans bien voir son lien avec le précédent.

Comme les calculs sont menés de façon maladroite, sans souci de la nature géométrique de la question à résoudre, avec des fautes fréquentes dans le maniement des valeurs algébriques des segments, cinq copies seulement donnent les expressions justes des rayons des deux sphères. Trop souvent, ayant obtenu $R = +\sqrt{a^2 + 2ad}$ pour l'un de ces rayons, on déclare que $R = -\sqrt{a^2 + 2ad}$ convient à l'autre sphère, et que les deux sphères sont égales. Cette erreur n'a pas empêché certains des meilleurs concurrents d'aborder. dans des conditions favorables, la suite du problème, car il arrive précisément que la troisième et la quatrième parties sont relatives au cas où les deux sphères ont le même rayon.

Aucune idée géométrique n'a éclairé la conclusion relative à l'intersection des deux parties du lieu. Dans la meilleure composition, il est montré que les deux sphères ne se coupent pas, mais l'auteur croit qu'elles peuvent être intérieures.

Dans cette deuxième partie, deux ou trois solutions font intervenir des notions de géométrie analytique. Le concurrent classé 2^e^ a eu toutefois le soin de rester strictement dans les limites du programme et de ramener à une application du théorème de PYTHAGORE le fait que l'équation $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ représente un cercle.

Troisième partie. — Il fallait faire preuve de quelque intuition pour rattacher cette partie à la précédente. La plupart des bonnes copies montrent nettement la liaison entre les deux problèmes ; quelques-unes développent avec élégance l'une ou l'autre des méthodes permettant de passer des sphères obtenues plus haut aux cercles demandés.

Malheureusement, les calculs relatifs à l'existence de ces cercles et à la recherche des rayons laissent, en général, à désirer.

Quatre concurrents ont donné de cette partie des solutions à peu près complètes. Une faute dans la copie classée première rend inexacts les résultats de la discussion.

Quatrième partie. — Les deux élèves classés premier et deuxième ont seuls vu l'ensemble de la question. Le premier, gêné par sa faute de la troisième partie, a, après une étude conduite avec beaucoup d'ordre et de méthode, donné des conclusions erronées. Le second, sans faire preuve des mêmes qualités d'analyse, a obtenu un plus grand nombre de réponses justes.

Sept autres ont mérité, dans la quatrième partie, des notes allant de 3 à 7 (sur 20).

Comme d'ordinaire, l'examen de cette composition met en évidence l'abus systématique du mécanisme :

Faut-il étudier une fonction ? La seule chose qui importe c'est de prendre la dérivée. On ne se préoccupe guère ni des discontinuités, ni des valeurs remarquables, ni des indications fournies par la nature même de la fonction. Le signe de y' donnera réponse à tout. C'est la recette prescrite. On se garderait bien de s'en écarter.

Il n'y avait pas, cette année, de discussion du second degré expressément demandée par le texte ; et cela semble avoir contrarié beaucoup de nos concurrents. Aussi ont-ils cherché des trinômes, afin de parler le plus possible d'un sujet qu'ils connaissent bien. L'étude des signes de $x^2 - a^2$, $(x - a)(x - b)$, est, pour presque tous, la conséquence des propriétés du trinôme, de même que le théorème de THALÈS est une application des triangles semblables.

Nous avons constaté une fois de plus combien grande est la proportion de ceux qui traitent de façon désinvolte la rédaction, le graphisme, les figures. Cette négligence est, hélas ! la conséquence d'habitudes déjà anciennes, contre lesquelles les maîtres ne réagissent pas encore assez.

Des trois compositions qui marquent une supériorité indiscutable, la première seule domine l'ensemble du problème. Elle eût mérité les honneurs de l'impression sans l'étourderie qui altère les derniers résultats : une inégalité transcrite avec une erreur de sens. Son auteur est excellent en géométrie comme en algèbre. D'esprit solide, ingénieux, soucieux d'ordre et de rigueur, il présente ses idées dans une langue claire, et sous une forme impeccable. Sa pensée s'enchaîne bien, et ne s'égare jamais.

Le second a trop usé, dans la deuxième et la troisième parties, des méthodes de la géométrie analytique ; mais il faut lui savoir gré d'avoir montré qu'il les possédait bien, et de les avoir correctement présentées, en restant dans son programme. Par une contradiction assez curieuse, il a dédaigné de traiter à fond la première partie où, pourtant, son aptitude à manier le calcul eût trouvé à s'employer.

Le suivant a traité de façon moyenne les deux premières parties, s'est distingué dans la troisième, et a à peine abordé la quatrième. Mais il a le mérite rare de n'avoir rien affirmé qui ne soit exact. Il eût pu prétendre à la seconde place sans ses négligences d'écriture.

Ces trois copies ont été cotées 15, 12 1/4, 12. Les autres n'arrivent pas à 10.

Sur un lot d'environ 400 copies, il y a donc une copie bonne, deux assez bonnes, cinq passables. Le reste est médiocre ou nul.

Cela ne doit pas nous laisser sur une impression pessimiste. Comme l'écrit un des membres du Comité de correction, le travail demandé à ces jeunes gens était vraiment sérieux.

L'Inspecteur général,
Président de la Commission de Correction,
A. MARIJON.

DEUXIÈME PARTIE

La « mesure » de l'angle inscrit

Dans plus de la moitié des classes de Quatrième ou de Seconde des lycées et collèges, dans plus des neuf dixièmes des Premières Années des écoles normales ou des écoles primaires supérieures, on ne saurait démontrer l'égalité de deux angles inscrits sans recourir à leurs mesures. Les maîtres savent tous que ce procédé expose les élèves à de graves erreurs de langage. Quelques-uns savent même qu'il est plus rapide en théorie, plus commode pour l'élocution, de laisser les mesures de côté. Mais la tradition qui fait jouer à ces mesures un rôle fondamental est si ancienne, et si répandue, qu'on hésite à la négliger, en dépit de ses inconvénients. Et trop de livres, même parfois parmi les plus récemment parus, continuent à la répandre.

Longtemps encore, je le crains, on commettra, dans certaines de nos classes, cette faute contre le bon sens qui consiste, pour montrer tout simplement que deux grandeurs sont égales, ou, si l'on veut, que l'une est mesurée par le nombre 1 en prenant l'autre pour unité, à choisir une unité quelconque, à les mesurer séparément, et à vérifier ensuite l'identité des nombres obtenus. Quand on considère qu'une mesure expérimentale est toujours ramenée, autant que possible, à la constatation d'une égalité, on est obligé de reconnaître combien est paradoxale la méthode couramment employée.

La raison d'être de cette considération illogique des mesures d'angles s'explique aisément. Les anciens géomètres n'envisageaient pas des angles supérieurs à deux droits. Il y avait, en effet, dans leur science purement statique, une difficulté à introduire de tels angles, et à les concilier avec ce principe qu'une figure doit représenter une chose et une seule. Or, si l'on admet la notion d'angle rentrant, la figure AOB représente à la fois deux grandeurs angulaires entre lesquelles on ne peut choisir que guidé par une indication préalable. L'angle plat lui-même n'était pas considéré comme un angle. En sorte que *somme de deux angles obtus* et *deux droits*, étaient des expressions dénuées de sens géométrique, et qui n'avaient de valeur qu'au point de vue numérique.

On se rendra compte, en feuilletant la plupart des manuels anciens, des étranges procédés de démonstration résultant de cette conception étriquée du mot angle :

Prenons, par exemple, le théorème sur la somme de deux angles adjacents, AOC et COB, dont les côtés OA et OB appartiennent à une même droite. Il est évident, quand on a défini la somme, que cette somme est ici un angle plat, et comme le droit est la moitié d'un angle plat, le théorème n'est qu'un truisme, comme sa réciproque d'ailleurs.

Au lieu de cela, on mène dans le demi-plan ACB, limité par AB, la demi-perpendiculaire OD à AB, et l'on écrit les égalités suivantes :

$$\widehat{AOC} = \widehat{AOD} + \widehat{DOC},$$
$$\widehat{COB} = \widehat{BOD} - \widehat{DOC},$$

on ajoute membre à membre, on constate que les deux angles droits $\widehat{AOD}$ et $\widehat{BOD}$ sont égaux ; et, grâce à deux constatations dont chacune est aussi longue que la démonstration directe complète, grâce à l'application de propriétés des polynômes dont les termes sont des angles, propriétés qui n'ont jamais été étudiées, on arrive en une page ou une page et demie à établir la proposition directe et sa réciproque.

Cette démonstration ne peut avoir une valeur quelconque que si l'on admet que les angles sont représentés par les nombres qui les mesurent. Et elle suppose, pour éviter la considération d'un angle plat, des opérations de mesure qui, si on voulait les entreprendre, nous conduiraient, surtout dans le cas général où ces opérations donnent des nombres incommensurables, à de dangereux mécomptes.

C'est ainsi que, dans les vieux livres, de mauvais calculs remplacent souvent les raisonnements géométriques les plus simples. Les élèves se rendent parfaitement compte de cette logique à rebours, et résistent, fort justement, à des procédés de démonstration si contraires à la saine raison.

L'angle inscrit a été l'une des principales victimes de la limitation à deux droits de la grandeur d'un angle.

Le but du chapitre consacré à son étude est essentiel. Il s'agit surtout d'identifier les deux définitions de la circonférence : la définition des dessinateurs, par le centre et le rayon, et la définition des géomètres, par la considération du lieu du sommet d'un angle orienté dont les côtés passent respectivement par deux points fixes. Le théorème qui sert de clé de voûte à ce chapitre établit l'égalité de deux angles inscrits interceptant le même arc. Il découle immédiatement, de ce que l'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre qui lui correspond. Mais, pour les géomètres de la vieille école, cette comparaison n'est plus possible quand l'angle inscrit est obtus. Et voilà pourquoi on mesure encore, sans souci des complications de fait et de langage qui en résultent, l'angle inscrit et l'arc compris entre ses côtés.

L'habitude de mesurer est si profondément ancrée dans les esprits qu'on voit certains maîtres démontrer correctement, et de façon directe, le théorème dont nous venons de parler, et ajouter, en insistant, cette conséquence fondamentale que l'angle inscrit a même mesure que la moitié de l'arc compris entre ses côtés. Ils prennent le moyen démodé pour le but.

Les errements pédagogiques ont mille raisons d'être tenaces. Il est difficile d'enseigner autrement que les maîtres de jadis. Les livres sont coûteux à renouveler. Je tiens pourtant à assurer nos professeurs qu'ils ont fort peu à changer à ce qu'ils faisaient jusqu'ici pour se débarrasser de cette faute inutile de la considération des mesures remplaçant la considération des grandeurs. Ils n'ont jamais démontré que deux longueurs étaient égales en les mesurant. Traiter les angles aussi correctement que les longueurs ne leur coûtera que quelques minutes de réflexion et d'attention.

A. Marijon.

Champs de moments
Application à la cinématique du corps solide

Etant donné un système (S) de vecteurs glissants, en tout point M de l'espace est appliqué un vecteur déterminé $\overrightarrow{V(M)}$, qui est le moment résultant en M du système (S). On dit que l'ensemble des vecteurs $\overrightarrow{V(M)}$ constitue un « champ de moments ».

Un tel champ admet la propriété suivante : *la différence géométrique des vecteurs du champ en deux points quelconques M, M', est orthogonale à MM'.*

En effet on sait que la différence $\overrightarrow{V(M')} - \overrightarrow{V(M)}$ est le moment, par rapport à M', de la résultante générale du système (S), appliquée en M ; ce moment est bien orthogonal à MM'.

En d'autres termes, *$\overrightarrow{V(M')}$ et $\overrightarrow{V(M)}$ ont la même projection orthogonale sur la droite MM'.*

Nous allons démontrer la réciproque : *Si un champ de vecteurs est tel que la différence géométrique des vecteurs du champ en deux points quelconques MM' est orthogonale à MM', il existe un système (S) de vecteurs dont le champ considéré est le champ de moments* (1).

Remarquons d'abord que si le système (S) existe, il est unique (à une équivalence près), car deux systèmes (S) et (S') ayant même moment en tout point de l'espace sont équivalents.

Soient trois points ABC non en ligne droite ; posons

$$\vec{\beta} = \overrightarrow{V(B)} - \overrightarrow{V(A)}$$
$$\vec{\gamma} = \overrightarrow{V(C)} - \overrightarrow{V(A)}.$$

Par hypothèse $\vec{\beta}$ est perpendiculaire à AB, et $\vec{\gamma}$ à AC. *On peut alors déterminer un vecteur $\overrightarrow{AR}$ tel que $\vec{\beta}$ et $\vec{\gamma}$ soient ses moments respectivement par rapport à B et à C.* En effet le vecteur cherché doit être dans les plans perpendiculaires à $\vec{\beta}$ et $\vec{\gamma}$ menés par A, ces plans contenant, en vertu de l'hypothèse, les droites AB et AC respectivement.

Supposons d'abord que ces plans ne soient pas confondus, c'est-à-dire que $\vec{\beta}$ et $\vec{\gamma}$ ne soient pas parallèles. Les deux plans se coupent alors suivant une droite A Δ ; il existe un vecteur $\overrightarrow{AR}$ et un seul, de support Δ, admettant $\vec{\beta}$ pour moment relativement à B ; de même il existe $\overrightarrow{AR'}$ porté par Δ admettant $\vec{\gamma}$ pour moment par rapport à C. Je dis que $\overrightarrow{AR'} = \overrightarrow{AR}$. En effet, on a

$$\vec{\gamma} - \vec{\beta} = \overrightarrow{V(C)} - \overrightarrow{V(B)}$$

(1) Ce théorème est indiqué et démontré dans le *Calcul Vectoriel* de CHATELET et KAMPÉ DE FÉRIET, p. 274, et dans le *Précis de Mécanique Rationnelle* de G. BOULIGAND, p. 8. La démonstration que nous proposons se présente sous un aspect plus élémentaire.

Donc $\vec{\gamma} - \vec{\beta}$ est orthogonal à BC. Or

$$\vec{\gamma} - \vec{\beta} = M_C^t\, \overrightarrow{AR'} - M_B^t\, \overrightarrow{AR} = M_B^t\, \overrightarrow{AR'} + M_C^t\, \overrightarrow{BR''} - M_B^t\, \overrightarrow{AR},$$

en désignant par $\overrightarrow{BR''}$ le vecteur équipollent à $\overrightarrow{AR'}$ mené par B.

D'où $$\vec{\gamma} - \vec{\beta} = M_C^t\, \overrightarrow{BR''} + M_B^t\, (\overrightarrow{AR'} - \overrightarrow{AR})$$
le premier terme du deuxième membre est orthogonal à BC ; il faut donc que le second le soit s'il n'est pas nul. Or, si $\overrightarrow{AR'}$ n'est pas équipollent à $\overrightarrow{AR}$, ce second terme est perpendiculaire au plan BΔ ; il faut donc que ce plan contienne BC, contrairement à l'hypothèse. Donc $\overrightarrow{AR'} = \overrightarrow{AR}$.

Ce raisonnement tombe en défaut si Δ coïncide avec AB, c'est-à-dire si $\vec{\gamma}$ est perpendiculaire au plan ABC. Mais alors la projection de $\vec{\gamma}$ sur BC étant nulle, il en est de même de celle de $\vec{\beta}$, et $\vec{\beta}$ est nul ou perpendiculaire à ABC, ce qui est le cas particulier que nous avons laissé de côté.

Supposons maintenant $\vec{\beta}$ et $\vec{\gamma}$ perpendiculaires au plan ABC. Nous allons déterminer le support de $\overrightarrow{AR}$ de la manière suivante :

Soient BB' et CC' les distances de B et C à ce support ; on doit avoir, en mesurant toutes les longueurs avec une même unité,

$$AR \times BB' = |\beta|$$
$$AR \times CC' = |\gamma|.$$

D'où $$\frac{BB'}{CC'} = \left|\frac{\beta}{\gamma}\right|.$$

Donc la droite cherchée doit couper BC en l'un des deux points qui partagent BC dans le rapport $\left|\frac{\beta}{\gamma}\right|$. Le choix entre les deux droites ainsi obtenues résulte immédiatement de la considération du sens relatif des deux vecteurs parallèles $\vec{\beta}$ et $\vec{\gamma}$. Cette droite AΔ est donc unique. Le vecteur $\overrightarrow{AR}$ est ensuite bien déterminé sur cette droite par la condition d'avoir $\vec{\beta}$ comme moment en B ; il a aussi $\vec{\gamma}$ comme moment en C d'après ce qui vient d'être dit.

Si l'un des vecteurs $\vec{\beta}$ ou $\vec{\gamma}$ est nul, l'autre, supposé non nul, est perpendiculaire à ABC, et la droite Δ se confond avec AB ou AC ; on en déduit encore $\overrightarrow{AR}$.

Si $\vec{\beta} = \vec{\gamma} = 0$, le vecteur $\overrightarrow{AR}$ ne pouvant passer à la fois en B et C est nul.

$\overrightarrow{AR}$ est donc déterminé dans tous les cas, sans aucune exception.

Cela posé, considérons un système (S) de vecteurs ayant $\overrightarrow{AR}$ comme résultante générale et $\overrightarrow{V(A)}$ comme moment résultant en A. Il admet comme moment résultant en B et C les vecteurs $\overrightarrow{V(B)}$ et $\overrightarrow{V(C)}$. Je dis qu'il en est de même en tout point M de l'espace.

Supposons d'abord que M ne soit pas dans le plan ABC. Alors les droites MA, MB, MC forment un trièdre. Soit $\overrightarrow{MG}$ le moment résultant de (S) en M. La projection orthogonale de $\overrightarrow{MG}$ sur MA est égale à la projection du moment de (S) en A, c'est-à-dire de $\overrightarrow{V(A)}$; de même les projections orthogonales de $\overrightarrow{MG}$ sur MB et MC sont respectivement les mêmes que celles de $\overrightarrow{V(B)}$ et $\overrightarrow{V(C)}$. Mais, par hypothèse, le vecteur $\overrightarrow{V(M)}$ a les mêmes propriétés.

Les vecteurs $\overrightarrow{V(M)}$ et $\overrightarrow{MG}$, ayant mêmes projections orthogonales sur les trois arêtes d'un trièdre, sont égaux.

Si M est dans le plan ABC, il suffit de reprendre le raisonnement en remplaçant C, par exemple, par un point D extérieur au plan ABC, pour lequel la démonstration vient d'être faite.

Conclusion. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un champ de vecteurs soit un champ de moments est que les vecteurs du champ en deux points quelconques MM' aient même projection orthogonale sur la droite MM'.*

Application a la cinématique du solide (1)

Soit un solide Σ en mouvement : considérons à un même instant t les vitesses de ses divers points ; cela nous fait un champ de vecteurs $\overrightarrow{V(M)}$. Si nous considérons les vitesses de deux points M et M', les projections orthogonales de ces vitesses sur MM' sont équipollentes. Une démonstration élémentaire de ce fait s'appuie sur le théorème de la composition des vitesses : la différence $\overrightarrow{V(M')} - \overrightarrow{V(M)}$ est égale à la vitesse de M' relativement à un trièdre où M est fixe ; dans ce mouvement relatif, M' reste à une distance constante de M, donc sa vitesse est normale à MM'.

Par suite, *les vitesses au même instant des divers points d'un solide en mouvement sont les moments résultants en ces points d'un certain système de vecteurs.*

Cas particulier : *Mouvement d'un solide autour d'un point fixe.* Si Σ passe par un point fixe A, $\overrightarrow{V(A)} = 0$, donc le système (S) équivaut à un vecteur unique $\overrightarrow{AR}$, déterminé comme on l'a vu plus haut par les vitesses de deux points B et C non en ligne droite avec A. On a alors

$$\overrightarrow{V(M)} = M_M^t \, \overrightarrow{AR} .$$

Les vitesses sont les mêmes que si le solide était animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe passant par A, le vecteur rotation étant $\vec{\omega} = \overrightarrow{AR}$.

M. Weber,
Professeur au Collège Chaptal

(1) D'après Chatelet et Kampé de Fériet, p. 318.

A travers les Revues

Nouvelles Annales de Mathématiques (55, quai des Grands-Augustins, Paris ; abonnement aux dix numéros annuels : 40 francs).

G. Iliovici et E. Weill : *Quelques remarques de géométrie élémentaire sur les coniques considérées comme enveloppes de droites* (décembre 1925, page 65). — MM. Iliovici et E. Weill m'ont fait remarquer que le compte rendu publié dans le *Bulletin* n° 47 ne faisait pas ressortir la signification véritable de leur article. Leur but était de démontrer que *la perspective d'une conique est une conique* par des procédés élémentaires, ne faisant appel qu'à la notion du rapport anharmonique et à sa conservation par projection. La suite des idées doit en conséquence être rétablie de la manière suivante :

I. *Une tangente variable à une conique détermine sur deux tangentes fixes deux divisions homographiques.*

En effet, si la tangente mobile rencontre les deux tangentes fixes en M et M', l'angle $\widehat{MFM'}$, F étant le foyer de la conique, est constant en grandeur et sens, donc le rapport anharmonique de quatre points M est égal au rapport anharmonique des quatre points M' qui leur correspondent.

II. *Les perspectives de deux divisions homographiques sont deux divisions homographiques.*

En effet, le rapport anharmonique se conserve par projection.

III. *Etant données deux divisions homographiques non semblables portées sur deux axes distincts, il existe toujours deux points réels* F *d'où l'on voit sous un angle constant le segment qui joint les points homologues.*

La détermination de ces points se ramène en effet à la construction d'un triangle dont on connaît un côté, la moyenne proportionnelle des deux autres, et les directions des bissectrices de l'angle qu'ils comprennent. Les auteurs résolvent ce problème en utilisant la propriété d'après laquelle un demi-diamètre quelconque d'une ellipse est moyen proportionnel entre les rayons vecteurs de l'extrémité du diamètre conjugué.

Dans le cas où les divisions sont semblables, il existe un seul point F à distance finie.

IV. *L'enveloppe des droites dont les portions, limitées à deux droites fixes, sont vues d'un point fixe* F *sous un angle constant, est une conique de foyer* F *tangente aux droites fixes.*

En effet, soient Δ, Δ' les deux droites fixes, et D_0 une des droites répondant à la question. Il existe une conique de foyer F tangente à Δ, Δ' et D_0 (pour le voir on peut projeter orthogonalement F sur les trois droites ; on détermine ainsi le cercle principal). Toutes les tangentes à la conique sont vues de F sous un angle MFM' égal à l'angle

$M_0FM'_0$ relatif à D_0 ; or par un point M de Δ il ne passe qu'une droite ayant cette propriété : c'est donc à la fois la droite D et la tangente variable à la conique.

Conclusion : *La perspective d'une conique est une conique.* En effet, il suffit d'appliquer successivement les énoncés I, II, III, IV.

M. Weber.

Bibliographie

Compléments de Géométrie moderne

par Ch. Michel (1)

En dehors des *Principes de Géométrie moderne*, de Duporcq (lus avec profit par plusieurs générations d'étudiants), je ne connais pas d'ouvrage français, consacré exclusivement à cette géométrie, née presque complètement au dix-neuvième siècle, dont la méthode a comme base la traduction en langage géométrique de faits algébriques. Il y a là, certainement, une des méthodes les plus fécondes en géométrie par le groupement de propriétés qui autrefois paraissaient n'avoir aucun lien.

Le livre de M. Ch. Michel, bien plus complet que celui de Duporcq, auquel il fait presque suite, est donc appelé à rendre de réels services à ceux que les questions de géométrie continuent à intéresser.

Il suppose chez le lecteur les connaissances d'un bon élève de Mathématiques Spéciales, en particulier la correspondance homographique et une partie des propriétés des faisceaux linéaires des coniques. Les titres des différents chapitres montrent la diversité des questions traitées :

Les coniques considérées comme courbes unicursales. — Triangles conjugués, triangles inscrits et triangles circonscrits aux coniques. — Théorèmes relatifs aux faisceaux linéaires ponctuels et tangentiels des coniques. — Transformation quadratique. — Quadrilatères inscrits et circonscrits à deux coniques. Coniques harmoniques ponctuelle et tangentielle. — Propriétés métriques des coniques. — Courbes du troisième degré et courbes de la troisième classe. — Cubique à point double et courbes de la troisième classe à tangente double. — Cônes du second degré et cônes de la seconde classe. — Involutions binaire, ternaire et quaternaire. — Théorèmes relatifs aux faisceaux linéaires ponctuels et tangentiels de quadriques. — Réseaux linéaires ponctuels et tangentiels de quadriques. — Tétraèdres conjugués et inscrits ou circonscrits à deux quadriques. — Cubiques gauches. — Surfaces de Steiner. — Surfaces réglées générales du troisième ordre. — Cylindroïde. — Surfaces de Cayley.

(1) Vuibert, éditeur.

Le livre se termine par une note *sur le quadrilatère harmonique* dont les propriétés remarquables peuvent servir de base à la théorie des coniques. On rendrait ainsi aux définitions élémentaires leur caractère tangentiel qui est dans la nature même des choses.

L'auteur est trop connu pour qu'il soit utile de souligner les qualités de cet ouvrage, qui condense dans un volume assez réduit un nombre considérable de faits. Je veux seulement faire remarquer que l'appel au calcul est assez rare, et que les raisonnements toujours clairs sont élégants malgré leur concision.

G. Iliovici,
Professeur au Lycée Buffon.

Ouvrages reçus

R. Estève, professeur agrégé de Mathématiques au Lycée de Toulouse : *Cours d'Algèbre*, à l'usage des classes de Troisième, Seconde, Première et Philosophie (nouveaux programmes) ; un volume 23 × 14, 478 pages, 46 figures ; broché : 30 fr. + 40 °/₀ (Librairie Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris, 6e).

L. Long, agrégé des sciences mathématiques, professeur au Lycée de Rennes : *Méthodes de résolution des problèmes de lieux, d'enveloppes et de constructions géométriques et applications* ; un volume 25 × 16, 122 pages, 105 figures ; broché : 8 fr. + 40 °/₀ (Librairie Vuibert, 63, boulevard St-Germain, Paris, 5e).

Ch. Michel, docteur ès sciences, professeur au Lycée St-Louis : *Compléments de Géométrie moderne*, à l'usage des élèves de Mathématiques Spéciales et des candidats à la licence et à l'agrégation ; un volume 22/14 de 320 pages, figures ; broché : 25 fr. + 40 °/₀ (Librairie Vuibert, 63, boulevard St-Germain, Paris, 5e).

A. Sainte-Laguë, professeur au Lycée Janson-de-Sailly : *Les réseaux (ou graphes)*, (fascicule XVIII du *Mémorial des Sciences Mathématiques*, directeur : H. Villat) ; un volume in-8° raisin de 64 pages, 15 figures, broché : 12 fr. + 40 °/₀ (Librairie Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris, 6e).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé).* — 34.057

Assemblée générale du 11 Avril 1927

Votes par Correspondance

(Voir les Bulletins de vote aux deux pages suivantes)

Tous les membres de l'Association qui ne pourront assister à l'Assemblée générale du 11 avril 1927 sont instamment priés de bien vouloir voter par correspondance afin que les élections et les opinions exprimées proviennent de la plus grande majorité possible.

Pour la régularité des opérations du scrutin, prière de se conformer aux indications suivantes :

1° Détacher la partie inférieure de la page suivante (Bulletin de vote) et l'introduire, après inscription du vote, dans une petite enveloppe cachetée ;

2° Détacher le feuillet suivant, répondre aux questions, et l'insérer, avec la petite enveloppe contenant le Bulletin de vote, dans une seconde enveloppe portant extérieurement, avec le nom et l'adresse de l'expéditeur, la mention « Association des Professeurs de Mathématiques, Bulletin de vote ». Adresser ce pli à M. Weill, 6, rue Leclerc, Paris, 14ᵉ.

Il paraît indispensable que les votes par correspondance parviennent au président, au plus tard, le vendredi 8 avril 1927. L'ouverture des grandes enveloppes, pour le collationnement des réponses et l'introduction des petites enveloppes dans l'urne, aura lieu publiquement au Lycée Louis-le-Grand, le samedi 9 avril 1927, à 17 heures, par les soins du Bureau, assisté des membres de l'Association qui voudront bien lui prêter leur concours.

Le dépouillement du scrutin pour les élections au Comité se fera à la fin de l'Assemblée générale.

7. Election de 4 membres au Comité

Pour éviter une trop grande dispersion des suffrages, les listes suivantes ont été établies avec l'agrément des membres de l'Association dont les noms y figurent, conformément à l'appel paru dans le *Bulletin* n° 48 et après avoir sollicité les membres sortis du Comité en 1926 ou ceux qui avaient obtenu des suffrages dans la dernière élection.

Membres sortis du Comité en 1926 et maintenant rééligibles :

MM. Dumarqué, professeur agrégé au Lycée Condorcet.
Flavien, professeur agrégé au Lycée Henri-IV.
Roby, professeur au Collège de St-Germain-en-Laye.

Membres ayant obtenu des suffrages dans la dernière élection :

M. Desforge (29 voix), professeur au Lycée Carnot.
Mlle Barbier (24 voix), professeur agrégée au Lycée Jules-Ferry.
M. Mahuet (19 voix), professeur agrégé au Lycée Janson-de-Sailly.
Mlle de Curel (9 voix), professeur agrégée au Lycée de St-Germain-en-Laye.
M. Bianchi (3 voix), professeur agrégé au Collège de Melun.

Membre acceptant d'être candidat :

M. Singier, professeur agrégé au Lycée de Lille.

Mais ces indications ne limitent en aucune façon la liberté de vote des membres de l'Association. Toutefois, il n'y a pas lieu de voter pour les membres faisant actuellement partie du Comité (voir couverture, page 3) y compris les membres sortants non immédiatement rééligibles (art. 9 des statuts), à savoir : MM. Chenevier, Gros, Weill et Weber.

Elections au Comité 1927. — Bulletin de vote

Prière, pour faciliter le dépouillement du scrutin, d'inscrire les quatre noms par ordre alphabétique.

1.

2.

3.

4.

du 11 Avril 1927

aux indications données à la page précédente

Réponse aux questions posées
à l'Assemblée générale de 1927

Prière d'inscrire lisiblement ci-après,
Nom et Prénom :
Etablissement :
Adresse :

Rappel de vœux

(Répondre en marge *non* si l'on est opposé au rappel du vœu)

1° *« que les jeunes filles puissent être admises dans les classes de « Mathématiques Spéciales des lycées de garçons, ainsi qu'elles ont été « autorisées à suivre, dans les établissements secondaires de garçons, les « classes de Première, de Mathématiques, de Philosophie, et les cours « préparatoires aux grandes écoles où les femmes sont admises. »*

2° *« que l'admissibilité aux examens oraux du Baccalauréat ne reste « acquise que de la session de juillet à la session d'octobre suivante (et « éventuellement aux sessions extraordinaires qui pourraient avoir lieu « en cours d'année). »*

Les Mathématiques et la réorganisation du Baccalauréat

I. Répondre en marge *non* si l'on est opposé au vœu

3° *« qu'une épreuve écrite de Mathématiques figure à la première partie « dans toutes les séries. »*

4° *« que le coefficient de cette épreuve soit celui de la discipline littéraire « la plus favorisée. »*

II. Répondre aussi, par *oui* ou *non*, aux questions suivantes :

1° Etes-vous partisan du maintien de la question de cours ?

2° Etes-vous partisan d'une note éliminatoire dans toutes les disciplines ?

3° Etes-vous d'avis que la surveillance des épreuves soit exercée avec assez de rigueur pour éviter toute espèce de fraude, et pour permettre le contrôle des copies ; que toutes mesures soient prises pour assurer la sincérité de l'examen (carte d'identité entre autres) ?

4° Etes-vous d'avis que les fraudes soient réprimées impitoyablement ?

5° Etes-vous d'avis que l'unité dans la correction et dans la cotation des épreuves soit réalisée, — les sujets étant connus, — par l'entente préalable entre les correcteurs des différents jurys ?

6° Etes-vous d'avis que l'anonymat des copies soit réalisé ?

7° Etes-vous partisan d'épreuves uniformes pour toute la France ?

8° Etes-vous d'avis de limiter le bénéfice de l'admissibilité aux seuls candidats qui auront obtenu, en juillet, un total de points égal à *n* °/₀ de la moyenne ?

Indiquer ce pourcentage (80 o/o par exemple).

Autres réponses, observations ou desiderata

(Les exprimer ci-après et au verso)

Extraits des Tables du Bulletin

Les chiffres arabes et les chiffres romains entre parenthèses indiquent respectivement les numéros du *Bulletin* et les numéros spéciaux.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES :

Rapports sur les Concours de 1923 (35), de 1924 (38), de 1925 (45).
Enoncés des problèmes des Concours de 1922 (27), de 1923 (I), de 1924 (II), de 1925 (III).

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES DES JEUNES FILLES :

Rapports sur les Concours de 1921 (24), de 1922 (28), de 1923 (33), de 1924 (38), de 1925 (44).
Enoncés des problèmes des Concours de 1921 (24), de 1922 (27), de 1923 (31), de 1924 (II), de 1925 (III).

CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES ET COLLÈGES :

Classe de Mathématiques A-B : Rapports sur la composition de Mathématiques en 1922 (29), en 1923 (34), en 1924 (40), en 1925 (43).
Classe de Première C-D : Rapports sur la composition de Mathématiques en 1923 (34), en 1924 (40), en 1925 (43).
Enoncés des problèmes des Concours de 1922 (26), de 1923) 31), de 1924 (II), de 1925 (III).

CONSEIL ACADÉMIQUE DE PARIS :

Rapports sur l'enseignement des Mathématiques en 1922 (29), en 1923 (32), en 1924 (37), en 1925 (42).

S'adresser au trésorier, M. FLAVIEN, en envoyant 1 fr. par numéro demandé.
Paris, C/c 8-63 — L. FLAVIEN. — 4, square Lagarde, Paris, 5e