V. Documents officiels

8. Rapport sur le Concours, en 1925, de l'Agrégation des Sciences Mathématiques (1)

Le nombre des candidats inscrits (83), en vue des épreuves écrites, est un peu plus grand que celui de l'an dernier (78). En outre, trois candidats avaient conservé le bénéfice de l'admissibilité, à la suite d'un concours antérieur.

Epreuves écrites (2).

En fait, 75 se sont présentés à la composition de mathématiques élémentaires, 69 à celle de spéciales, 66 à celle d'analyse et 60 à celle de mécanique. On ne retrouve donc pas, au même degré, la belle continuité dans l'effort qu'on avait remarquée au concours de 1924.

Dans l'ensemble, les notes d'écrit sont inférieures à celles de l'an dernier. C'est ainsi que les moyennes des notes données sont respectivement 6,2 en élémentaires, 5,6 en spéciales, 4 en analyse, 6,8 en mécanique, au lieu de 6,5, 8,9, 6,4 et 7,6. Une comparaison globale donne en moyenne à chaque candidat, pour l'ensemble des quatre compositions, 29 points 7 en 1924 et 21,4 seulement en 1925.

Faut-il en conclure que les candidats du dernier concours sont nettement inférieurs à leurs devanciers ? Ce serait exagéré. Pour en décider, on devrait tenir compte de la difficulté relative des questions posées, et c'est chose délicate. Les compositions de spéciales et d'analyse, en particulier, ont embarrassé beaucoup de candidats, dès le début. Le Jury en a tenu compte, pour arrêter la liste d'admissibilité et alors qu'il avait exigé 30 points l'an dernier, il est descendu jusqu'à 21 cette année, pour les candidats du concours normal. La comparaison de ces limites aux moyennes globales, indiquées ci-dessus, montre à quel point l'unité se perpétue, dans les jugements successifs.

Parmi les 75 candidats qui ont pris part à l'écrit, 11 sont d'anciens mobilisés et 4 des Alsaciens-Lorrains. Sur les 31 admissibles, 2 sont d'anciens mobilisés et 1 est Alsacien-Lorrain. Le rapprochement de ces chiffres montre combien dtminue, dans la pratique, l'importance des conditions spéciales consenties à certaines catégories de candidats.

Les notes rédigées par les correcteurs donneront une idée nette du caractère des épreuves et de la valeur des copies.

Mathématiques élémentaires (M. Marijon). — « Le problème proposé, relatif aux propriétés angulaires des cercles circonscrits aux triangles

(1) Le jury était composé de MM. Blutel, inspecteur général, président ; Marijon, inspecteur général, vice-président ; Chatelet, recteur de l'Université de Lille ; Fatou, astronome-adjoint à l'Observatoire ; et Bernheim, professseur de mathématiques spéciales au Lycée Louis-le-Grand.

(2) Voir les énoncés pages 9 et suivantes des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1925.*

dont les sommets sont trois des quatre points A, B, C, D donnés dans l'espace, se résolvait, sans difficulté notable, par l'emploi d'une inversion dont l'un des points est le pôle.

« Une dizaine de candidats paraissent n'avoir pas songé à cette transformation. Parmi ceux-là, un seul, en utilisant les formules de la trigonométrie sphérique, a obtenu, péniblement, quelques résultats. Les autres ont des notes s'échelonnant de 0 à 2.

« Certains de ceux qui ont fait usage de l'inversion (ou de la projection stéréographique) ont cru simplifier le problème en ramenant les quatre points à être les sommets d'un quadrilatère plan. Il semble qu'ils aient craint de faire jouer à l'un des points donnés un rôle particulier. Quelques-uns, d'ailleurs, gênés par la complication de la figure, ont fait une nouvelle inversion. Mais ce détour inutile leur a, en général, laissé l'impression qu'il s'agissait d'un problème plan, en sorte que les lieux de la 2^e et de la 3^e partie leur ont complètement échappé.

« On demandait, au début, la comparaison des angles non orientés formés par les arcs de cercle nettement définis. Trois candidats, sur 75, ont traité la question de façon correcte. Tous les autres ont affirmé que deux angles non orientés étaient indifféremment égaux ou supplémentaires. Cette faute tient sans doute à une lecture trop hâtive de l'énoncé.

« 44 copies donnent une solution — bonne ou assez bonne — de la 2^e partie. On se contente trop souvent, pour le lieu demandé, d'indications vagues comme « le lieu est *un* cercle ». Il était pourtant facile de définir ce cercle en quelques mots.

« La 3^e partie se ramenait à la recherche des lieux des centres des cercles inscrits et ex-inscrits aux triangles isocèles ABD dont deux sommets A et B sont fixes, le troisième se déplaçant sur une droite Δ. On voit sans peine que deux de ces centres sont sur un cercle tangent en A et B à AD et BD et que, par suite, le lieu de ces deux centres est sur la sphère tangente aux points A et B du dièdre ΔAB, à l'intersection de cette sphère avec le bissecteur intérieur du dièdre. Le lieu des deux autres centres est l'hyperbole équilatère suivant laquelle l'autre bissecteur est coupé par les deux cônes de sommets A et B, et ayant pour directrice commune le cercle lieu précédent. Certains candidats ont caractérisé très simplement cette hyperbole par son équation réduite, obtenue en remarquant que les centres considérés sont équidistants du sommet D et de l'un des points A ou B.

« Quatre des solutions données pour cette 3^e partie sont nettement bonnes. Dix ont mérité une note comprise entre 5 et 11. Dans les deux tiers des copies, la question n'est même pas abordée.

« Les propriétés qui font l'objet des 4^e, 5^e, 6^e, 7^e et 8^e parties s'obtenaient en utilisant la même inversion, de pôle A, et en observant que les tranformés b, c, d des autres points B, C, D, forment un triangle dont les six bissectrices concourent trois à trois en i, j, k, l, et qu'en outre des cercles ayant pour diamètre les six segments dont les extrémités sont deux de ces quatre points i, j, k, l, passent chacun par deux des points b, c, d et font des angles égaux, en ces points, avec le cercle circonscrit bcd d'une part et les côtés du triangle d'autre part. En particulier, ces constatations rendaient évidente la réciprocité des systèmes de points ABCD, IJKL, et la rencontre deux à deux des arêtes des tétraèdres dont ils sont les sommets.

« La grande majorité de ceux qui ont attaqué la 4e partie ont vu seulement le concours des bissectrices rectilignes sans se préoccuper des six cercles.

« On trouve, dans deux des compositions, de bonnes réponses aux diverses questions posées dans ces cinq dernières parties. Six autres solutions sont satisfaisantes, mais présentent quelques lacunes. Une vingtaine de concurrents ont obtenu une partie des résultats demandés.

« Pour l'ensemble du problème, seize notes atteignent ou dépassent la moyenne 10. Une copie, remarquable à tous égards, a été cotée 19,5. Une autre où toutes les difficultés sont résolues, mais avec moins d'élégance et de maîtrise, est notée 18. Viennent ensuite deux 16 et un 14.

« Comme tous les ans, il y a beaucoup à redire à la facon dont certaines solutions sont présentées. On est surpris de lire, sous la plume d'un professeur de mathématiques, des phrases du genre de celles-ci : « le point est défini par deux segments capables. » « On a $AB \perp \Delta$; on a aussi $AB // ox$. D'où l'on tire $ox \perp \Delta$. »

« Il est curieux de constater que deux des concurrents seulement — c'est-à-dire moins de 3 pour cent — paraissent soupçonner l'inutilité de la considération de la mesure d'angles et d'arcs dans la comparaison des angles inscrits. Aussi les fautes classiques résultant tout naturellement de l'emploi de cette considération sont-elles répétées abondamment dans les copies. Nous avons lu quinze ou vingt fois que l'angle inscrit est *égal* à la moitié de l'arc qu'il intercepte ou que deux angles inscrits égaux interceptaient des arcs égaux, dans des circonférences non égales.

« Puisque les candidats à l'agrégation utilisent encore, presque unanimement, cette méthode des mesures, nous ne pouvons — hélas ! — espérer la voir disparaître bientôt de l'enseignement élémentaire. Elle a eu son heure, autrefois, dans le temps où la notion d'angle excluait les angles supérieurs ou égaux à deux droits, et où, par suite, on ne pouvait comparer un angle inscrit obtus à l'angle au centre interceptant le même arc. Mais il est regrettable de la voir se perpétuer, alors qu'elle ne présente plus que des inconvénients, en théorie comme en pratique. »

Le rapporteur ne saurait trop insister sur l'importance de cette constatation qui a déjà été faite bien des fois.

Mathématiques spéciales (M. Bernhein). — « La moyenne des notes de la composition de mathématiques spéciales suffit à montrer que l'épreuve a été très faible.

« Sur 69 copies, 44 ont obtenu des notes variant de 1 à 5 ; 17 ont obtenu des notes variant de 5 à 10, et 8 des notes supérieures à 10. Une copie a obtenu la note 14 et une la note 19,5. Le correcteur est heureux de signaler cette dernière copie, dans laquelle le sujet a été traité complètement et d'une façon magistrale.

« La question proposée, qui se réduisait à l'étude des quadriques passant par les côtés d'un quadrilatère gauche, ne présentait aucune difficulté de mise en équation : elle pouvait être traitée simplement, et par le calcul, et par la géométrie.

« De l'examen des copies, il résulte que les candidats calculent mal et que la plupart de ceux qui arrivent à des résultats exacts ne savent pas interpréter ces résultats. Peu de remarques géométriques utiles et beaucoup d'inexactitudes.

« Il est pénible de rencontrer dans des copies — et non des plus mal notées — des affirmations qu'on excuserait difficilement chez un candidat à l'Ecole Polytechnique ; par exemple « le lieu des centres des quadriques d'un faisceau ponctuel est une *droite* » ou « les polaires d'un point par rapport aux coniques d'un faisceau tangentiel sont des *droites concourantes*. »

« Il serait à désirer que les futurs candidats à l'agrégation de mathématiques fussent mieux exercés à la résolution des problèmes de géométrie analytique, le résultat des compositions écrites laissant craindre que l'importance de cette épreuve ne soit pas reconnue par la plupart d'entre eux.

« Que les candidats soient aussi bien pénétrés de cette vérité que, pour les travaux personnels auxquels ils se livreront plus tard et quel que soit le genre de ces travaux, pour l'enseignement qu'ils auront un jour à donner à des élèves, quels que soient ces élèves, les méthodes de géométrie analytique seront pour eux un guide indispensable et un outil dont ils constateront journellement la puissance et la sûreté. »

Calcul différentiel et intégral (M. Fatou). — « Le problème de calcul différentiel et intégral proposé aux candidats était relatif à divers points importants de la théorie des équations différentielles ordinaires ; il s'agissait d'étudier les solutions d'une équation du second ordre, de forme simple, qu'on pouvait interpréter comme définissant le mouvement rectiligne d'un mobile soumis à une force attractive émanant d'un centre fixe et fonction de la distance, et d'autre part à une résistance proportionnelle à la vitesse. Un grand nombre de candidats ont aperçu cette signification mécanique du problème et ont pu en conclure la forme générale de la « courbe des espaces » ; mais la plupart n'ont pas su donner à leurs conclusions la forme logique et rigoureuse que l'on exige aujourd'hui dans les démonstrations ; ils se sont contentés en général d'une vue intuitive, qui, dans le cas actuel, était extrêmement facile, sans chercher à approfondir la question. Beaucoup d'entre eux ont paru ignorer le sens et la portée exacte des théorèmes généraux d'existence des solutions des équations différentielles, théorèmes qui sont exposés aujourd'hui dans tous les cours de licence et qui sont à la base des problèmes de calcul intégral les plus importants pour les applications.

« Les dernières parties du problème avaient pour objet la démonstration, dans un cas particulier, de l'existence d'une intégrale holomorphe de l'équation du premier ordre à laquelle on pouvait ramener l'équation proposée ; on indiquait d'ailleurs la méthode à suivre pour faire cette démonstration, inspirée des travaux classiques de Briot et Bouquet sur les points singuliers des équations différentielles. Grâce à cette indication précise de méthode, la question était des plus facile pour tout candidat ayant suivi attentivement quelques leçons sur le « calcul des limites » de Cauchy et l'emploi des « séries majorantes » dans la théorie des équations différentielles. Cependant la plupart d'entre eux n'ont pas traité la question d'une façon satisfaisante.

« D'une manière générale, la correction des copies a montré que les candidats avaient des connaissances extrêmement superficielles sur l'une des branches les plus utiles de l'analyse mathématique ; qu'ils connaissaient seulement le maniement, purement formel, de quelques transformations de calcul d'un emploi courant dans ces sortes de recherches. On est fondé à conclure qu'ils se sont peu préoccupés, pour la plupart, d'approfondir les questions qui ne font pas partie des programmes de l'enseignement secondaire, mais dont l'étude est indispensable pour dominer l'enseignement qu'ils auront à donner, en particulier dans les classes de Mathématiques Spéciales. Il y a donc lieu de recommander aux candidats de ne pas négliger l'étude des questions d'analyse mathématique, d'ailleurs expressément inscrites au programme, sur lesquelles doit porter la composition écrite. »

Mécanique (M. Chatelet). — « Les notes attribuées aux 60 copies de mécanique se sont réparties comme suit :

19,5	:	2 copies
15	:	1 copie
de 10 à 12	:	6 copies
de 8 à 10	:	11 copies
de 6 à 8	:	13 copies
de 4 à 6	:	17 copies
de 0 à 4	:	10 copies

« Environ 30 candidats ont traité assez correctement la première partie qui était simple. Les autres ont fait des erreurs plus ou moins importantes ; les plus courantes sont des inexactitudes dans le calcul des moments d'inertie.

« La seconde partie était relativement difficile et les trois intégrales premières n'étaient pas immédiatement en évidence. Huit candidats seulement les ont obtenues, les uns par projection sur un système d'axes intermédiaires, les autres en remarquant que les équations des moments cinétiques par rapport aux axes fixes étaient immédiatement intégrables, à condition de remplacer la réaction par son expression en fonction de l'accélération du centre de gravité. Un seul candidat a essayé d'utiliser les équations de LAGRANGE avec multiplicateurs ; cette méthode donnait pourtant des intégrales évidentes. Plusieurs ont utilisé à tort les équations de LAGRANGE ordinaires, mais n'ont pas continué leurs calculs.

« Pour la troisième partie, quatorze candidats ont recherché plus ou moins correctement et simplement l'état des vitesses après le choc et effectué le calcul de la réaction. Cinq ont abordé assez heureusement l'étude dans le cas du frottement et quatre ont recherché l'accélération après le choc. La plupart des autres ou n'ont pas abordé cette question, ou ont écrit uniquement des généralités, ou encore ont fait des confusions assez grossières entre les composantes de la vitesse sur les deux systèmes d'axes.

« Il a été tenu grand compte, dans l'appréciation, de la clarté des explications et de l'ordre dans la disposition des calculs. Ce sont des qualités qui ne se sont malheureusement manifestées que dans un petit nombre de compositions. »

Epreuves pratiques.

Epure (M. BERNHEIM). — « Les candidats avaient à trouver l'intersection d'un hyperboloïde de révolution à une nappe et d'un paraboloïde de révolution circonscrit, ainsi que l'hyperboloïde, à une même sphère, la courbe de contact de la sphère et du paraboloïde étant imaginaire.

« Parmi les épures des candidats admissibles, sept dénotent chez leurs auteurs une ignorance complète de la géométrie descriptive ; deux épures sont bonnes et le reste est au-dessous de la moyenne.

« Les critiques formulées l'an dernier sont restées lettre morte.

« Il est hors de doute que la plupart des candidats négligent cette épreuve, encouragés probablement par le fait que plusieurs d'entre eux sont, chaque année, reçus malgré une mauvaise épure. Ne serait-il pas d'un meilleur calcul, pour la plupart d'entre eux, de ne pas oublier que parmi les candidats admissibles et refusés à l'oral, il s'en trouve, chaque année, qu'une note moyenne aurait fait recevoir ? »

Calcul numérique (M. FATOU). — Les candidats devaient calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$ à $\dfrac{1}{10^5}$ près.

Une difficulté évidente résultait de l'élément différentiel qui devient infini pour la limite supérieure 1. Un seul candidat l'a résolue fort heureusement en effectuant un changement de variable qui la supprime en fait : c'est le procédé le plus rapide et le plus élégant.

Beaucoup ont songé à utiliser le développement en série de $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^4}}$

pour en déduire celui de l'intégrale, valable encore à la limite. Mais ils se sont heurtés à une série qui converge très lentement et la plupart n'ont pas su franchir ce nouvel obstacle. Aussi les notes sont-elles faibles en général. Elles s'échelonnent ainsi : six de 12 à 19, quatre de 5 à 7, les autres étant inférieures à 5. Cette composition est donc franchement médiocre et on s'étonnerait à bon droit de la maladresse que montre la grosse majorité des candidats, en présence d'une difficulté de calcul numérique, si l'acharnement mis par certains à poursuivre une marche sans issue n'indiquait de la fatigue et une diminution — momentanée, il faut l'espérer — dans leur liberté d'esprit. Les conclusions du correcteur de l'épure trouveraient aussi bien à s'appliquer ici.

Epreuves orales.

34 candidats auraient dû y participer. En réalité, 32 s'y sont essayés. Les résultats sont comparables, dans l'ensemble, à ceux des années précédentes et les moyennes des notes obtenues, soit en élémentaires, soit en spéciales, sont très voisines de celles de l'an dernier, de sorte que le Jury n'a pas eu à regretter l'indulgence montrée à l'admissibilité ; quelques candidats admissibles dans les derniers rangs ont pu se relever ainsi.

Des défauts subsistent malheureusement sur des points déjà signalés :

le sens d'un dièdre reste mystérieux ; beaucoup croient que la désignation de la première face suffit à le déterminer, sans s'apercevoir que l'orientation de l'arête est nécessaire ;

on ne tire pas tout le parti désirable du sens d'un trièdre dont les arêtes sont ordonnées, et on se livre encore à des essais de superposition de trièdres symétriques, sans se douter que l'arbitraire de ces tentatives jette d'avance du discrédit sur les conclusions ;

le passage de volumes simples à des volumes plus compliqués, par simple juxtaposition des premiers, n'est pas suffisamment apparent ;

les propriétés des séries entières demeurent inaccessibles à quelques candidats : l'application systématique du rapport $\frac{M_{n+1}}{M_n}$ à des difficultés qu'il ne peut résoudre en est une preuve ;

le problème de la réduction des forces appliquées à un corps solide reste un épouvantail ;

la leçon dogmatique conserve des préférences : elle paraît plus facile et l'étendue du sujet la rend parfois inévitable — un candidat qui l'a repoussée en a fait l'expérience à ses dépens. Mais si elle se conçoit dans une épreuve que le Jury s'efforce d'apprécier en se plaçant au point de vue même des candidats, il ne faudrait pas conclure à sa supériorité dans l'enseignement, bien au contraire : on ne saurait trop recommander aux nouveaux agrégés de s'inspirer des nouvelles instructions.

Si les résultats des épreuves orales, nettement supérieurs à ceux de l'écrit, ont permis de proposer 22 candidats pour le titre d'agrégé, dont deux au titre d'anciens mobilisés et deux à celui d'anciens admissibles, le classement qu'ils ont déterminé n'a pas modifié sensiblement la première impression : l'un des agrégés qui s'est imposé au premier rang, sans contestation possible, dans trois des compositions écrites, est assurément l'un des meilleurs de tous les concours d'après et même d'avant guerre ; un second leur est comparable. Les autres les suivent d'assez loin et, à partir du septième, les différences qui les séparent s'atténuent singulièrement : le Jury espère qu'aucun d'eux ne sera inférieur à sa tâche.

L'Inspecteur général, président du Jury,

E. Blutel.