9. Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques

Programmes des Arrêtés des 3 décembre 1923 et 3 juin 1925

(Journal Officiel *du 3 septembre 1925*)

L'unification des horaires et des programmes relatifs à l'enseignement des mathématiques, depuis la sixième jusqu'à la première inclusivement, est une mesure dont l'importance ne saurait échapper à ceux qui sont chargés de l'appliquer.

Désormais, les élèves des sections classiques pourront, au sortir de la première, entrer dans la classe de mathématiques et s'orienter vers les cours préparatoires aux grandes écoles scientifiques, dans les mêmes conditions que leurs camarades des sections modernes.

L'intérêt pratique des mathématiques n'est pas contestable ; leur valeur éducative l'est moins encore. Dorénavant, tous ceux qui consentiront à l'effort indispensable pourront en bénéficier largement.

On ne saurait trop insister sur les nécessités de la nouvelle organisation. Des élèves de moyens parfois assez différents vont être soumis pendant six ans à la même discipline. Pour que l'enseignement commun porte les fruits espérés, il importe que les classes restent aussi homogènes que possible. On n'approchera de cette condition que si la grosse majorité des élèves est intéressée : il faut donc que l'enseignement soit mis à la portée du plus grand nombre. La simplicité et la clarté sont nécessaires : le maître doit s'y efforcer d'autant plus que la maturité des élèves est moindre.

L'idéal serait que l'élève eût compris en sortant de la classe et appris en y rentrant. Si la première condition n'est pas réalisée, il est à craindre que la seconde ne soit fort compromise. A supposer que l'élève n'ait pas reculé devant la complication de la tâche qui lui est échue, quand il n'a pas compris, on peut être sûr que sa mémoire ne conservera pas longtemps une connaissance mal digérée. La lassitude viendra et il sera prêt à prendre place dans la queue de la classe dont il faut éviter la formation et l'allongement

Vérifier la pénétration des idées, à mesure qu'elles sont développées, paraît donc une condition essentielle de toute bonne méthode d'enseignement des mathématiques. On s'en rapprocherait beaucoup si l'exposition des faits importants et la découverte des liens qui les unissent résultaient d'un travail en commun, sous la direction du professeur qui chercherait moins à imposer des résultats qu'à éveiller la curiosité et à susciter l'effort général par ses questions répétées.

Ce procédé comporte des modalités qui en permettent une application plus ou moins poussée, à tous les niveaux. Il va de soi que l'emploi en est beaucoup plus facile quand la classe n'est pas trop nombreuse. C'est plus long, au début tout au moins ; en réalité, on a gagné du temps, si l'enseignement a porté d'emblée.

Mais est-il possible d'assurer la compréhension des mathématiques, chez de jeunes élèves, en sixième et en cinquième notamment ? La question est encore discutée et les instructions qui ont suivi la réforme de 1902 allaient jusqu'à proscrire, sur certains points et dans certaines classes, les explications théoriques. On devait se contenter de faire apprendre des règles et de les appliquer pour en bien fixer le mécanisme. Quelques résultats immédiats ont pu faire illusion parce que le besoin d'activité des jeunes élèves y trouvait satisfaction. En fait, le goût du calcul numérique disparaît assez vite, s'il n'est entretenu par des raisons qui en montrent l'utilité et en renouvellent l'intérêt.

Les conséquences fâcheuses d'une soumission prolongée, à des règles imposées, sont si nombreuses qu'il est impossible de les développer ici. Sûr d'une loi qui ne l'a jamais trompé, l'élève n'éprouve pas le besoin d'en pénétrer l'essence. La foi dans la justesse de la règle et la confiance dans l'autorité du maître contribuent à retarder l'éveil du sens critique. Inconscient de l'arbitraire introduit dans sa formation, l'élève risque d'en conserver l'empreinte ; un renversement des données et des conséquences, des hypothèses et des conclusions est à craindre. La règle même ne lui apparaît que dans les actes qu'elle commande. Que de maîtres ont lutté pour arriver à faire distinguer une somme ou un produit des résultats obtenus par l'application de la règle d'addition ou de multiplication ! Habitué à effectuer, l'élève ne comprend pas qu'on l'en empêche.

Si, au-dessous d'un certain âge, variable d'ailleurs avec les individus, l'acquisition des idées générales présente de grosses difficultés, il paraît indispensable d'en préparer l'accès de bonne heure. La résolution de problèmes simples, tirés de la réalité sensible à l'élève, aussi nombreux que possible, conduirait le plus souvent à une règle qui se fixerait d'autant mieux dans la mémoire que l'origine en aurait été perçue et l'intérêt senti par avance.

Quoi qu'il en soit, il paraît nécessaire de supprimer les restrictions mises à l'introduction de considérations théoriques, au début de l'enseignement de l'arithmétique. Il y a là une question de mesure qui doit être laissée à l'appréciation du maître.

Un examen détaillé des programmes, classe par classe, va permettre de préciser quelques points.

Sixième

On a conservé à peu près les matières de l'ancien programme de sixième A. Certaines modifications, la répétition du mot grandeur en particulier, indiquent la volonté de donner à l'enseignement un caractère concret.

La pratique des opérations sur les nombres entiers est supposée familière aux élèves qui entrent dans cette classe ; on devra s'assurer fréquemment qu'il en est bien ainsi. Dans la révision qui doit en être faite, il serait bon que le caractère primitif de chacune fût bien dégagé. L'appel à des groupements convenables de collections d'objets indivisibles d'une espèce déterminée — on s'adressera naturellement aux plus usuels — en donne la possibilité.

On peut établir de la même façon les propriétés fondamentales des sommes des différences, des produits, même des quotients exacts ou approchés à 1 près.

Des applications bien choisies en montreront l'utilité pour une exécution plus rapide de certains calculs arithmétiques proposés par écrit. Ce sera une occasion de familiariser les élèves avec les symboles indiquant une suite d'opérations. Cela constituera, dans l'ensemble, une excellente préparation aux simplifications usuelles du calcul algébrique.

On pourrait être tenté, pour expliquer certaines de ces propriétés, d'utiliser des grandeurs mesurables, des longueurs, par exemple : c'est une pratique dont il vaut mieux s'abstenir tant qu'il ne s'agit que des nombres entiers. Le nombre associé à la grandeur ne peut apparaître qu'à la suite d'une mesure ; il y a là tout au moins une complication inutile. Ce n'est pas à dire que l'emploi de figurations pour fixer l'attention ne puisse rendre service.

Les conditions de divisibilité par 2, 5, 9 et 3 ne présentent pas de réelle difficulté. On peut les appliquer à la divisibilité par 6, 15, etc., sans faire appel au théorème fondamental de la divisibilité et amorcer ainsi la recherche de caractères plus généraux qu'on se gardera, d'ailleurs, d'énoncer : il faut éviter, autant que possible, les affimations anticipées qui déflorent la curiosité et rendent plus difficile la démonstration future.

On ne saurait attacher trop d'importance au calcul mental. C'est un moyen de familiariser les élèves avec les propriétés des nombres simples et de les entraîner à l'observation des particularités de chacun, de maintenir l'aptitude au calcul, en général. La décomposition d'un nombre de deux chiffres en une somme ou un produit de deux autres nombres, la recherche du quotient, à 1 près, d'un nombre de deux chiffres par un nombre qui en a 1 ou 2, devraient être instantanées. Ces exercices se prêtent fort bien à l'effort collectif ; on peut les utiliser pour réveiller une attention languissante en excitant l'émulation. Il est inutile de les prolonger longtemps.

Les problèmes sur les grandeurs représentées par des nombres entiers ne sont pas chose nouvelle pour les élèves de sixième. Mais il ne faut pas perdre de vue que si les opérations fondamentales de l'arithmétique peuvent contribuer au dénombrement, la qualité des objets dénombrés ou des grandeurs mesurées leur échappe. Il faudra donc insister à ce sujet, si l'on veut éviter des confusions qui se produisent encore fréquemment chez l'élève à ce niveau, surtout quand il s'agit de grandeurs.

Par exemple, la multiplication de 27 par 15 donne le nombre de billes contenues dans 15 sacs qui en renferment chacun 27, le prix en francs de 15 mètres d'étoffe à 27 fr. le mètre, la mesure en mètres carrés de l'aire d'un rectangle dont les dimensions sont respectivement 27 mètres et 15 mètres. Mais alors que le premier problème est un simple dénombrement de billes, le second fait appel à une correspondance conventionnelle, qui n'est autre que la proportionnalité du métrage et du prix, tandis que le troisième utilise une propriété qu'impose la géométrie, à savoir que deux rectangles de même base, accolés par cette base, constituent un nouveau rectangle de même base et dont la hauteur est la somme des hauteurs des deux premiers. La proportionnalité des grandeurs intervient à chaque instant dans les problèmes et faute d'en mettre en évidence les caractères par des raisons appropriées à chaque cas particulier, on retarde singulièrement l'acquisition d'une notion générale des plus importantes.

Certains problèmes conduisent à une division. Si cette division se présente au cours des opérations, il faut en assurer la réalisation immédiate par un choix convenable des données, sous peine d'enlever toute signification à la suite du raisonnement. Si elle se produit en dernier lieu et qu'il s'agisse d'un dénombrement d'objets indivisibles, le problème posé n'a de solution que si la division est possible ; il en est autrement s'il s'agit d'une mesure de grandeurs. En principe, dans tout problème de dénombrement, il faudra éviter un raisonnement qui conduirait à une division intermédiaire et écarter tout ce qui ressemble à la réduction à l'unité dans une règle de trois. Il ne faut pas d'ailleurs s'illusionner sur la portée du langage qui masque les idées si nettes de multiplication et de division d'une grandeur par un nombre entier, sous l'une des expressions « tant de fois plus », « tant de fois moins ».

La partie la plus délicate du programme de sixième est relative aux fractions. Il importe que les élèves en acquièrent une idée précise : cela semble possible au départ des fractions de grandeurs mesurables familières aux enfants. Une fraction de grandeur se présentant comme le produit de deux opérations successives, division de la grandeur considérée par un nombre entier, puis multiplication du résultat par un autre nombre entier, la fraction abstraite qui résume ces deux opérations apparaît comme un multiplicateur de la grandeur primitive. L'égalité et plus généralement l'ordre de grandeur de deux fractions abstraites résultent de la comparaison des deux grandeurs obtenues en multipliant une même grandeur par l'une ou l'autre de ces fractions. La notion d'égalité de deux fractions déduites l'une de l'autre par la multiplication ou la division des deux termes par un même nombre, la simplification des fractions, la réduction des fractions au même dénominateur, le critérium d'égalité de deux fractions en sont des conséquences immédiates.

Il sera bon de marquer, à ce propos, le doute qui subsiste provisoirement au sujet de l'irréductibilité d'une fraction dont les termes sont premiers entre eux : on se heurte une fois de plus au théorème fondamental de la divisibilité.

Cela n'empêchera pas d'appliquer les notions acquises à de nombreux exercices de réduction au même dénominateur, avec le souci d'utiliser, dans des cas simples, le plus petit multiple commun des dénominateurs donnés; ce sera le cas de revenir aux décompositions en facteurs qui ont déjà fait l'objet du calcul mental.

L'addition de plusieurs fractions d'une même grandeur conduisant à une fraction de cette grandeur, les notions d'addition et de somme des fractions abstraites en découlent, ainsi que les propriétés commutatives et associatives de l'opération correspondante.

En multipliant une grandeur par une fraction et le résultat obtenu par une autre fraction, on obtient une nouvelle fraction de la grandeur primitive : on est amené ainsi à la multiplication et au produit de deux ou plusieurs fractions abstraites, aux propriétés de l'opération.

La multiplication d'une grandeur par une fraction étant définie, la division par une fraction en résulte : le quotient apparaît comme le produit de la grandeur donnée par l'inverse de la fraction diviseur.

La division des fractions abstraites peut se définir en partant de la multiplication ; elle s'introduit d'ailleurs naturellement en multipliant une grandeur par la fraction dividende et divisant le résultat par la fraction diviseur.

Ce mode de présentation fournit le moyen de traiter d'emblée toute une série de problèmes où ne figurent que les grandeurs obtenues au départ d'une grandeur donnée par sa mesure, à l'aide d'une grandeur unité, sous forme de nombre entier ou de fraction. Quant aux problèmes qui font appel à la proportionnalité de grandeurs d'espèces différentes ou de même espèce, ils prêtent aux observations déjà faites à propos des nombres entiers. Toutefois, si les grandeurs évaluées au cours des opérations successives ne prennent jamais le caractère d'objets indivisibles, l'impossibilité signalée plus haut ne se présentera pas et on pourra attendre au dernier moment pour effectuer les calculs, après les simplifications opportunes.

Les fractions décimales, envisagées comme cas particulier des fractions ordinaires, permettent de reprendre les opérations sur les nombres décimaux. Il n'y a aucune difficulté pour l'addition, la soustraction et la multiplication de ces derniers. La division exacte de deux nombres décimaux acquiert son véritable caractère et le quotient se présente sous forme de fraction ordinaire. Deux problèmes se posent à cette occasion : reconnaître s'il existe un nombre décimal égal à une fraction ordinaire donnée, trouver les nombres décimaux approchés d'une fraction donnée à moins d'une unité décimale d'un ordre donné. L'étude complète du premier est prématurée et, tout au plus, peut-on se borner à des exemples. Le second est déjà traité dans le cas particulier du quotient approché à 1 près ; l'intérêt en apparait mieux à propos des applications du système métrique.

Cinquième

L'ancien programme de cinquième A a servi de base au nouveau. On a fait quelques suppressions et des changements de termes afin de mieux adapter l'enseignement au niveau moyen des élèves.

Le dessin peut donner une idée des instruments de mesure imposés par le système métrique. Il serait préférable d'en montrer quelques-uns tout au moins et d'insister sur leur emploi, à propos des longueurs et des poids notamment ; la notion de mesure approchée se présenterait alors avec toute son importance et préparerait celle de calculs approchés.

La réalisation d'un poids donné, avec des poids marqués réglementaires, est un excellent exercice de calcul mental.

Les élèves doivent être familiarisés avec les notations légales du système métrique.

Les mesures directes, qui font appel au maniement des unités de grandeur correspondantes, ne présentent pas de difficultés de principe. Il n'en est pas de même des mesures indirectes, celles qui concernent les surfaces et les volumes, par exemple. On peut cependant, en admettant le minimum indispensable de propriétés géométriques, montrer comment le déplacement d'un rectangle donné permet de recouvrir, de proche en proche, tout rectangle dont les dimensions sont des multiples des dimensions du premier. La mesure de l'aire de tout rectangle dont les dimensions sont commensurables avec le côté du carré unité, en résulte de suite. Une observation analogue peut être faite à propos du volume du parallélépipède rectangle.

Des tentatives de démonstration paraissent inutiles pour des surfaces ou des volumes plus compliqués ; elles font appel, le plus souvent, à des propriétés géométriques ou à des considérations de limites hors de portée pour les élèves. Il y a là un exemple d'anticipations qu'il vaut mieux restreindre : il semble préférable de se borner à l'indication des formules les plus simples, en vue des applications numériques.

On ne saurait trop exercer les élèves aux changements d'unités qui offrent un intérêt pratique.

L'application de la règle de trois, par la méthode de réduction à l'unité, à des problèmes où ne figurent que des grandeurs mesurables, ne présente pas de difficulté spéciale. L'emploi des fractions de grandeurs, résultant d'une proportionnalité de grandeurs associées, permettra souvent d'abréger. Les problèmes relatifs à l'intérêt simple et à l'escompte commercial conduisent, comme les formules précitées, à l'emploi de lettres pour représenter des nombres connus ou inconnus ; il sera bon d'en traiter le plus possible pour familiariser les élèves avec les idées, avant de traduire celles-ci dans une formule qu'on fera appliquer.

La disparition des « problèmes simples relatifs aux mélanges et aux alliages » ne signifie pas qu'on n'en doive proposer aucun, mais qu'il faut se borner à des cas simples et bien délimités.

L'emploi d'une lettre, pour représenter l'inconnue d'un problème qui n'en comporte qu'une, est également recommandé. La condition imposée à cette inconnue se traduit par une égalité — ou équation — (on se borne au 1[er] degré), où figurent les nombres donnés et le nombre inconnu. Cette égalité supposée vraie peut être transformée par les règles du calcul arithmétique, étudiées en sixième, sans cesser d'être une égalité, jusqu'à prendre une forme simple, qui montre, de façon évidente, la seule valeur que puisse avoir l'inconnue.

Il reste à établir que l'égalité de départ est réalisée par cette valeur, c'est-à-dire à vérifier l'équation initiale. On devra éviter que les transformations effectuées prennent un caractère mécanique, sans quoi on risquerait de tomber sur des opérations impossibles — au sens de l'arithmétique — des soustractions par exemple. L'emploi de ce procédé oblige donc à observer et à réfléchir, ce qui en augmente encore la portée éducative. Il vaut mieux ne pas étudier *a priori* une équation du 1[er] degré qui ne serait pas issue d'un problème concret.

Quatrième

Les programmes sont encore comparables à ceux de l'ancienne quatrième A. Mais l'horaire ayant été porté de deux à trois heures, il est possible d'en faire une étude plus poussée. L'introduction de la géométrie augmente la part faite au raisonnement. C'est à ce niveau que doivent s'éveiller, pour la plupart des élèves, les aptitudes mathématiques. Cette classe d'initiation a donc une grosse importance.

En arithmétique, les indications du programme sont encore empreintes de quelque défiance vis-à-vis des moyens de l'élève ; il est question de règles pratiques à chaque ligne. C'est le cas, pour le maître, de voir jusqu'où il peut pousser ses explications, d'autant plus qu'il dispose du temps nécessaire.

La notion de plus grande partie aliquote commune à deux grandeurs de même espèce, en supposant que ces grandeurs aient une et, par suite, une infinité de parties aliquotes communes, est-elle accessible à ce niveau ? La réponse est sans doute négative pour la plupart des élèves. bien qu'on donne assez souvent des exercices qui s'appuient sur cette notion. Le procédé qui la mettrait en évidence est celui des divisions successives, devant quoi on recule généralement pour deux nombres entiers abstraits, et qui sert de base au théorème fondamental. Il convient d'ailleurs de laisser toute liberté au maître à ce sujet.

Mais les notions de p. g. c. d. et de p. p. c. m, de deux ou plusieurs nombres entiers sont immédiates. Leur recherche et, plus généralement, celles des diviseurs ou des multiples communs, repose, d'après le programme, sur une décomposition des nombres donnés en facteurs premiers : il va de soi que tout essai de justification qui ne s'appuierait pas sur l'unité de telles décompositions ou ne l'invoquerait que verbalement, devrait être rejeté. La règle imposée sciemment est préférable à un simulacre de démonstration.

Il n'est pas besoin d'insister sur l'utilité des exercices demandés par le programme sur le système métrique, les fractions ordinaires ou décimales, les grandeurs directement ou inversement proportionnelles ; il faut entretenir l'aptitude au calcul numérique et faire pénétrer de plus en plus l'idée de proportionnalité directe ou inverse, dont la géométrie va fournir de nouveaux exemples.

A propos de la recherche de la racine carrée, exacte ou approchée à 1 près, d'un nombre entier, le programme limite encore l'effort à l'acquisition de la règle pratique. Cela n'empêche pas de montrer la loi de formation d'une table contenant les carrés des nombres entiers consécutifs et le parti qu'on en peut tirer, pour trouver la racine exacte ou approchée à 1 près d'un nombre entier ou décimal qui s'y encadre, ainsi que le reste de l'opération ; certaines particularités de la règle pratique se trouveront expliquées du même coup. L'extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou décimal, approchée à moins d'une unité décimale d'un ordre donné, se ramène immédiatement à la précédente, si l'on regarde le nombre donné comme la mesure de l'aire d'un carré dont on demande d'évaluer le côté ; il suffit pour cela d'effectuer un changement d'unité convenable.

En géométrie, il est inutile d'analyser l'ensemble du programme. L'ordre des matières n'est nullement imposé ; le choix du maître, à cet égard, est dirigé par le livre que les élèves ont entre les mains.

En particulier, il ne faudrait pas croire que le rapprochement des mots « cercle » « angles », tout au début, exige une étude simultanée des angles et des arcs interceptés par les côtés sur une circonférence du cercle, centrée au sommet. On devra naturellement établir la proportionnalité des uns et des autres, mais il n'est nullement nécessaire que ce soit au commencement de la géométrie. Il y aurait même intérêt, pour éviter les confusions qui se produisent si souvent dans le langage, sinon dans les idées, d'étudier séparément ces grandeurs d'espèces différentes, avant de les confronter. La mesure des angles n'exige pas qu'on leur associe des arcs et on pourrait considérer les traits du rapporteur comme les traces des côtés d'angles adjacents, égaux à l'unité d'angle. La « comparaison de l'angle inscrit et de l'angle au centre correspondant à un même arc », qui figure au programme, indique bien que c'est aux propriétés des angles qu'il faut faire appel, dans certaines applications pour lesquelles la mesure est parfaitement inutile. Les unités d'angles : degré, grade, radian, sont indispensables dans les problèmes d'ordre pratique ; c'est l'angle droit ou quart de tour qui est l'unité naturelle dans les recherches théoriques.

L'expérience a montré que la plupart des débutants n'ont pas la notion des figures d'ensemble ; le nombre d'éléments qu'ils peuvent associer est très limité. Il semble donc que toute méthode qui fait appel à des définitions trop substantielles risque de les déconcerter. La géométrie statique est celle qui fixe le mieux leur attention. Ce n'est pas à dire qu'il faille laisser de côté les idées de symétrie, de rotation, de translation ; encore n'en doit-on user d'abord qu'avec prudence. A noter aussi qu'ils conçoivent plus vite et mieux le retournement d'un plan autour d'une charnière que la symétrie par rapport à une droite, bien que ces notions soient équivalentes.

Les élèves devront être exercés au maniement des instruments et aux constructions géométriques simples, aussitôt que possible. Une construction qui ne comporte aucun arbitraire peut suffire à assurer l'unité de grandeur de figures définies par les éléments nécessaires à cette construction : des cas d'égalité en résultent sans autre démonstration.

Mais il n'y a pas lieu d'encourager, au début tout au moins, l'emploi des constructions qui conduiraient à une sorte de découverte ou de vérification et introduiraient l'expérience là où elle n'a rien à faire. Les vérifications qui reposent uniquement sur des impressions visuelles, par exemple, sont impuissantes à garantir que trois points sont alignés ou que trois droites sont concourantes. Des vérités logiques, au contraire, peuvent servir à critiquer l'exactitude de constructions un peu compliquées. Il importe de faire sentir très tôt la différence entre la certitude que donne la méthode géométrique et celle qui résulte de la méthode expérimentale ; c'est à cette condition que se développera le besoin de la démonstration.

Ces observations, si grande qu'en soit l'importance, s'effacent devant un fait qui paraît bien établi, à savoir que la maturité de beaucoup d'élèves de quatrième ne leur permet guère de s'intéresser à la géométrie présentée sous forme de démonstrations dont ils ne conçoivent pas l'utilité. L'effort qui leur est demandé dépasse leurs moyens. Ce fait mériterait d'être analysé dans ses origines et ses conséquences ; ce n'est pas le lieu. En doit-on conclure qu'il serait préférable de retarder encore l'étude de la géométrie ? Ce serait un aveu d'impuissance qui compliquerait singulièrement l'organisation de l'enseignement et qui n'est pas justifié. Il paraît possible, en effet, d'intéresser la majorité de la classe par l'emploi d'une méthode d'exposition qui conduirait les élèves du connu à l'inconnu, en proportionnant la longueur et la durée des étapes aux moyens du plus grand nombre. Pour cela, il faudrait abandonner les démonstrations habituelles et se consacrer franchement à une recherche dont le champ serait assez limité pour que l'attention de l'élève puisse s'y exercer avec succès. Les hypothèses ou les données étant consignées sur la figure même, par les moyens les plus propres à en assurer la vision et la portée immédiates, le maître déduirait lentement, avec l'aide de la classe si possible ; il résumerait à chaque instant les résultats acquis et les ferait formuler par les élèves eux-mêmes. Ceux-ci ne seraient plus déconcertés par l'assemblage des termes accumulés dans des énoncés synthétiques dont la formation serait en partie leur œuvre. On s'arrêterait davantage aux plus importants : les théorèmes prendraient corps au moment opportun ; on les fixerait d'ailleurs dans la mémoire par les procédés habituels.

Les raisons d'agir seraient demandées non à la vision vague d'un but lointain qui resterait provisoirement inconnu, mais à l'inventaire des données d'un problème et des instruments susceptibles de s'y adapter. Les actes seraient moins commandés par l'autorité du maître que par l'observation et la réflexion dont l'exercice peut fort bien se concilier avec le besoin d'activité de l'élève. La part du professeur, dans cette façon de procéder, serait prépondérante ; grâce à lui, l'arbitraire dont certaines recherches sont encore entachées pourrait être atténué jusqu'à disparaître, à la grande satisfaction des esprits les plus délicats. Il pourrait ainsi faire œuvre personnelle, tout en facilitant aux élèves la compréhension du livre où ils apprendront leur leçon et où ils ne trouveront plus rien qui puisse les surprendre pour peu qu'il ait pris soin de dégager de sa recherche ce qui suffit à la conclusion et à quoi s'est borné l'auteur. Il va de soi que les résultats seraient d'autant meilleurs que la classe aurait été plus directement provoquée.

Soumis à un régime qui tient compte du possible, l'élève prendrait confiance, et le goût de la géométrie lui viendrait. On ne peut naturellement lui demander d'acquérir une vue d'ensemble sur les matières étudiées pour la première fois. On aura déjà obtenu un résultat important si les caractères essentiels de chacune lui sont apparus et si le maître lui a communiqué son besoin de clarté dans les idées, de précision dans le langage.

Troisième

Le programme d'arithmétique comporte une sorte de revision et de mise au point de notions acquises dans les classes précédentes. Le rappel en sera fait et les démonstrations reprises ou complétées au départ du concret. Mais c'est à ce niveau que la forme abstraite des propositions relatives aux nombres, indépendamment des grandeurs qu'ils mesurent, doit être précisée et fixée dans la mémoire des élèves. Il faudra insister sur le passage de la proportionnalité des grandeurs aux proportions arithmétiques et *vice versa :* un retour constant aux propriétés des fractions sera nécessaire. On préparera ainsi le premier contact avec l'algèbre.

La définition des nombres positifs et négatifs, au moyen des grandeurs *mesurables* susceptibles de sens, n'offre pas de difficultés spéciales. Leur correspondance avec des vecteurs portés par un axe n'en présente guère plus ; c'est le cas d'insister sur l'importance de nombres opposés ou symétriques.

L'addition peut être définie par une convention *a priori*, sous forme de règle qui impose le détail des opérations nécessaires à la réalisation de la somme. La justification de cette règle, au départ des grandeurs d'origine, est possible ; elle est assez délicate. L'effort qu'elle exige et qui conduit aux propriétés commutatives et associatives de la somme est des plus profitables, car il prépare les applications de l'algèbre aux problèmes concrets. Quoi qu'il en soit, l'importance de ces propriétés, au point de vue du calcul même, sera mise en évidence par des exercices nombreux, qui obligeront l'élève à observer et à réfléchir avant d'effectuer un calcul indiqué ; on prépare ainsi la réduction des termes semblables.

L'appel à la représentation des nombres algébriques sur un axe donne une solution tout à fait satisfaisante de ces difficultés, du point de vue théorique tout au moins. Le procédé est également délicat et ne prépare peut-être pas autant aux problèmes concrets, à cause de l'effort de transposition qu'il exige des élèves, quand les grandeurs utilisées ne sont pas des vecteurs. Il convient de laisser la plus grande liberté au maître à ce propos.

La multiplication et la règle des signes n'ont rien qui arrête les élèves, en général ; on justifie aisément la convention faite à ce sujet. Il est plus difficile d'expliquer la multiplication des sommes et les propriétés distributives correspondantes, en partant du concret ; l'explication est pourtant possible et même désirable. Il y a, d'ailleurs, intérêt à vérifier la règle sur des exemples ; mais il ne faut voir là qu'un entraînement à la pratique du calcul et prendre garde que la vérification ne retarde le besoin de la démonstration.

Si les propriétés des nombres algébriques sont bien comprises, l'étude des monômes, des polynômes et des opérations correspondantes ne présentera pas de réelle difficulté ; les élève exercés à voir des nombres algébriques derrière les lettres employées se trouveront sur un terrain familier, et les règles relatives aux opérations leur paraîtront toutes naturelles. Il serait alors superflu d'y consacrer beaucoup de temps.

Sous la même réserve, les équations numériques du premier degré à une ou deux inconnues leur paraîtront faciles. Regardées comme des égalités, dont certains termes sont supposés déterminés, quoiqu'inconnus, elles se prêtent aux transformations de calcul qui engendrent des égalités nouvelles. Ces transformations, convenablement dirigées, conduisent aux valeurs nécessaires des nombres inconnus. Logiquement, il n'est pas établi que les égalités primitives sont vérifiées par ces valeurs nécessaires, et il reste à le constater. Les calculs imposés par cette vérification constituent, d'ailleurs, un excellent exercice. On ne devra donc guère s'attarder à la notion d'équivalence qui est prématurée, pour un système d'équations tout au moins.

En géométrie, le programme a été sensiblement réduit, par rapport au programme de l'ancienne troisième A. Par suite de la suppression des définitions relatives aux rapports trigonométriques, aux figures homothétiques et aux polygones semblables, des développements exagérés, susceptibles de fausser le caractère de l'enseignement et des généralités prématurées disparaissent. Il y a là une mise au point des plus heureuses.

Il serait bon qu'à propos des égalités auxquelles conduisent les lignes proportionnelles, la forme géométrique et la forme numérique fussent nettement distinguées l'une de l'autre quand elles coexistent surtout ; l'emploi de notations différentes, pour représenter la grandeur et sa mesure, y contribuerait singulièrement.

La méthode recommandée en quatrième se prête merveilleusement à l'étude du programme de géométrie de la classe de troisième ; il est préférable de s'y tenir.

Le maître sera amené naturellement à rappeler les propriétés des figures vues en quatrième. Au lieu de les produire en bloc, il vaut mieux les évoquer, au moment opportun, en exposant le programme de troisième.

Seconde

La comparaison des nouveaux programmes à ceux des classes de seconde C et de seconde D indique une diminution sensible, en algèbre ; tout ce qui concerne l'équation du second degré, la fonction homographique, les progressions, les logarithmes et leurs applications est en effet supprimé.

L'équilibre entre le programme global et l'horaire relatif à l'enseignement théorique est quelque peu amélioré, malgré une légère diminution de cet horaire.

Les notions relatives aux opérations algébriques, acquises en troisième, feront l'objet de nombreux exercices qui en assureront l'application.

La discussion d'une équation du premier degré à une inconnue et de deux équations du premier degré à deux inconnues exige une étude soignée de la notion d'équivalence ; des exemples bien choisis, avec un paramètre, en faciliteront la pénétration. Cela n'empêchera pas de faire, de temps à autre, des vérifications, comme exercices de calcul.

La nouvelle rédaction souligne l'importance de la représentation graphique de la fonction linéaire ; de nombreux exercices numériques devront être donnés à ce sujet.

En géométrie, la suppression des notions simples sur l'homothétie et les fonctions trigonométriques apporte encore un allègement. Celle des notions d'arpentage n'empêchera pas de signaler les applications de la mesure des aires de figures usuelles. Quant au reste du programme, la rédaction en est assez précise et assez détaillée pour qu'il soit inutile d'insister. L'ordre adopté est suffisamment logique pour qu'on s'y tienne, sauf, bien entendu, si le livre utilisé en a pris un autre ; le maître qui ne suivrait pas ce dernier risquerait encore de jeter le trouble dans l'esprit de la plupart des élèves. Du même point de vue, il peut y avoir quelque inconvénient à multiplier les démonstrations d'une même proposition. A ce niveau, il est utile de familiariser les élèves avec les notions de symétrie, translation, rotation.

Quant à la méthode, elle est moins déterminée que dans les classes précédentes. Certaines propriétés essentielles ayant été découvertes antérieurement, il paraît possible d'en reprendre la démonstration, en visant, cette fois, les hypothèses et les conclusions, bien que la confusion soit encore à craindre chez tous les élèves dont la maturité est insuffisante. Mais il y a toujours intérêt à employer la méthode préconisée plus haut, chaque fois qu'il s'agit de développements nouveaux.

Première

Les matières supprimées, pour passer du programme de seconde C-D à celui de seconde, constituent le nouveau programme de première, en algèbre.

Toute la trigonométrie et la géométrie descriptive, vues en première C-D, sont reportées en mathématiques. (A propos des fonctions trigonométriques, le professeur de physique donnera les notions qu'il jugera utiles à l'étude de la réfraction).

Reste la géométrie (figures dans l'espace) avec quelques simplifications.

C'est dire que la diminution d'une heure dans le temps consacré à l'enseignement théorique est largement équilibrée par les réductions ou les transpositions de programmes et que cet enseignement est mieux adapté que l'ancien au niveau moyen de la classe.

Les observations que suscite la nouvelle rédaction résultent moins du texte même que de constatations déjà anciennes.

En algèbre, l'étude du trinôme et les applications aux problèmes du second degré sont arrivées à un rare degré de perfection. On peut cependant regretter que le mécanisme y joue un rôle aussi important et que la préoccupation de l'examen pèse parfois sur la logique de l'enseignement, en règlementant par trop la suite des discussions.

Sans doute il est bon de donner au futur candidat des procédés généraux qui le tirent sûrement d'affaire. La parfaite possession de l'idée qui a conduit à ces procédés, jointe à l'observation des particularités d'un problème, suggère toujours une solution plus simple et mieux ordonnée.

La nécessité d'utiliser un nombre compris entre les racines ne mène pas forcément à l'emploi de la demi-somme.

Les valeurs limites du paramètre dont dépendent les coefficients de l'équation soumise à la discussion, devraient toujours être classées en tenant compte de leur origine ; on éviterait ainsi des calculs parfois pénibles, souvent inutiles.

La comparaison de certains nombres aux racines d'une équation numérique n'exige pas qu'on les substitue dans cette équation ; en fait, la comparaison directe est plus naturelle et il n'y a lieu d'y renoncer que si les valeurs des racines sont trop compliquées. La même observation s'applique au cas particulier où les racines dépendent rationnellement d'un paramètre.

Pourquoi, dans un problème qui pourrait avoir deux solutions, traiter en premier lieu le cas où il n'y en a qu'une, si l'on n'a pas de bonnes raisons de croire, *a priori*, que ce cas est le seul possible ?

En bonne logique, l'existence des racines d'une équation du second degré devrait passer avant leurs autres qualités !

La répétition de ces fautes, dont certaines sont peu importantes en elles-mêmes, donne une impression d'artifice qu'il vaut mieux éviter. Cette impression se retrouve dans les transformations qui accompagnent l'étude de la fonction homographique ; on l'atténuerait singulièrement en comparant la valeur générale de cette fonction à sa valeur asymptotique.

En géométrie, c'est le cas d'employer, plus que jamais, la méthode qui aboutit à la découverte, puisqu'il s'agit de propriétés nouvelles.

La figuration au tableau n'assurant pas toujours la vision des figures de l'espace, il ne faudra pas craindre d'utiliser concurremment les représentations matérielles qui permettront de fixer l'attention et donneront un support à l'idée abstraite.

On sait combien la notion de droite perpendiculaire à un plan, en un point, présente de difficultés pour la plupart des élèves ; il paraît préférable d'assurer tout d'abord la notion de plan perpendiculaire à une droite, en un point.

On admet souvent que tout angle polyèdre convexe peut être défini au moyen du sommet et d'un polygone de base convexe. La démonstration en est facilitée par une étude préalable du déplacement angulaire d'un demi-plan qui aurait comme charnière la droite joignant deux points arbitraires, pris sur deux arêtes consécutives, et qui passerait par un point mobile sur l'une quelconque des autres arêtes, à partir du sommet. On voit de suite que, dans toutes les positions comprises entre deux limites bien définies, le demi-plan mobile rencontre toutes les arêtes ; le retour à la définition montre que les points de rencontre, pris dans l'ordre fixé pour les arêtes, sont les sommets d'un polygone convexe.

La suppression de l'orientation d'un trièdre ne signifie pas qu'on doive laisser cette notion de côté ; elle donne le moyen le plus sûr et le plus rapide de constater que la coïncidence simultanée des éléments homologues de deux trièdres symétriques est impossible.

En limitant la similitude des polyèdres au cas de deux prismes ou de deux pyramides, on entend laisser de côté l'homothétie dont l'étude est reportée à la classe de mathématiques.

Les notions de surface cylindrique ou conique ayant été précisées, on emploie ensuite les expressions « cylindre, cône » pour désigner indifféremment une surface ou un volume.

Philosophie

La plupart des élèves qui se destinent aux grandes écoles scientifiques continueront à se diriger vers la classe de mathématiques ; l'enseignement des mathématiques, en philosophie, offre donc surtout un intérêt de culture.

Des exercices bien choisis, sur les matières vues en seconde et en première, fourniront les éléments de rapprochements et de comparaisons. Des abstractions opportunes relieront chaque problème à un ensemble. L'importance d'une analyse serrée des difficultés, avant tout essai de solution, sera mise en évidence. Des procédés généraux de recherche se dégageront, une méthode apparaîtra. La contribution apportée à la formation logique des esprits, au cours des études, par le professeur de mathématiques, ne fera plus de doute, même pour ceux qui ne pousseront pas plus loin leurs études scientifiques.

Du même point de vue, la notion de dérivée et le lien qui existe entre le signe de la dérivée et le sens de la variation de la fonction ont une grosse importance. A cette occasion, il n'y a pas intérêt à s'attarder aux difficultés que présentent des démonstrations rigoureuses. L'essentiel est que ces idées aient pénétré. Il en est de même de l'application à la dérivée d'une aire, dont on donnera quelques exemples simples et précis.

Mais c'est surtout en cosmographie que l'enseignement devrait intéresser la plupart des élèves. Il est possible de montrer comment les observations faites au cours des siècles écoulés ont posé les multiples problèmes étudiés par l'astronomie et de faire voir où en est la solution, tout au moins pour les principaux ; il est inutile pour cela d'entrer dans le détail des mesures faites et des appareils employés. L'expression « notions sommaires », qui revient plusieurs fois, signifie simplement qu'on ne doit pas charger la mémoire de faits particuliers dont l'importance serait médiocre, relativement à l'ensemble, car c'est surtout un ensemble qu'il s'agit de révéler aux élèves. La lecture d'ouvrages spéciaux, de caractère descriptif plutôt que mathématique, ne saurait être trop recommandée par le maître.

Mathématiques

Le nouveau programme de cette classe, par suite du report des dérivées, de la trigonométrie et de la géométrie descriptive, est nettement plus spécialisé que l'ancien. Le caractère éducatif n'en est pas moindre. Les développements qu'il impose fournissent l'occasion de revoir, au moment opportun, les propriétés étudiées en seconde et en première, de les appliquer, de les compléter, de les rattacher à des ensembles, de dégager des idées générales. C'est à ce niveau que doit se faire la synthèse des notions acquises.

La tâche du maitre est facilitée par une maturité plus grande des élèves et par les dispositions particulières que laisse supposer leur orientation vers cette classe, au sortir de la première ; elle reste lourde néanmoins et il convient de laisser la plus grande liberté au professeur pour le choix des méthodes et l'ordre des développements. Le programme est assez étendu pour qu'il s'y tienne ; en particulier, toute addition aux quelques notions de géométrie analytique qui y figurent, serait faite au détriment de tous.

Quelques observations vont encore permettre de préciser certains points.

En arithmétique, la notion de fraction décimale périodique pose deux problèmes qui gagnent à être séparés nettement : on peut chercher soit la fraction génératrice d'un nombre décimal périodique donné, soit la limite vers laquelle tend le nombre décimal, limité à un certain nombre de périodes, quand ce dernier nombre augmente indéfiniment.

Dans l'étude des erreurs, lorsque la valeur absolue importe seule, il y a tout intérêt à représenter l'erreur par un nombre algébrique. On pourra se borner à l'utilisation d'une limite supérieure de l'erreur commise sur une somme, une différence, un produit, un quotient, connaissant des limites supérieures des erreurs dont les données sont entâchées, et à des indications sur le problème inverse, d'après des exemples.

En trigonométrie, on habituera les élèves à vérifier les formules générales sur des exemples particuliers, afin de contrôler la mémoire et d'en restreindre l'effort.

En signalant simplement la somme géométrique des vecteurs, à propos de la théorie des projections, on a entendu limiter les développements relatifs aux systèmes de vecteurs. L'étude purement géométrique des propriétés de cette somme conserve pourtant son importance et se place naturellement avant le théorème des projections dont elle éclaire les formes géométriques et algébriques. En sortant de la droite pour passer dans le plan ou s'élever dans l'espace, on facilite la vision du fait particulier.

Les élèves étant familiarisés avec la notion de mesure algébrique, il y aura intérêt à donner une forme générale à certains énoncés géométriques en utilisant cette notion. Par exemple, on pourra reprendre la division harmonique, le théorème de Thalès et même signaler l'application aux théorèmes de Ceva et de Ménélaüs. On ne saurait trop éviter, à cette occasion, les confusions qui se produisent quand les mesures arithmétique et algébrique sont représentées par le même symbole.

A propos des déplacements, on insistera sur la distinction entre déplacement et mouvement.

Dans l'étude de l'homothétie, il y a intérêt à mettre en relief la propriété caractéristique, qui résulte du parallélisme des éléments linéaires correspondants (translation comprise).

Aucun ordre n'est imposé pour l'homothétie et la similitude. La suppression des mots « applications, appareil de Peaucellier » n'indique nullement qu'on doive restreinre les applications de l'inversion.

On pourra étudier ou non les propriétés des diamètres conjugés d'une ellipse regardée comme projection d'un cercle.

On pourra signaler aussi la propriété traduite par l'égalité

$$HM^2 = k\ HA.\ HB,$$

qui permet de caractériser l'ellipse et l'hyperbole, suivant le signe de la constante *k*, les points A et B étant fixes et H étant la projection d'un point M variable, de la conique, sur la droite AB.

A propos des droites et plans perpendiculaires, en géométrie descriptive, il sera bon de mentionner les notions de perpendiculaire commune à deux droites et de plus courte distance de ces droites ; on déterminera ces éléments quand l'une des droites est perpendiculaire à un plan de projection ou quand les deux droites sont parallèles à un même plan de projection.

En statistiqe, la confusion qui se produisait si souvent, entre les propriétés des systèmes de forces et celles des systèmes de vecteurs associés, disparaîtra avec l'étude générale de ces derniers.

Il y aura avantage à étudier la composition des couples.

Les exercices d'équilibre choisis doivent se rapprocher autant que possible de la réalité ; la rédaction du programme en donne l'exemple à propos du corps solide mobile autour d'un axe ou d'un point fixe.

En cosmographie, il sera bon de donner surtout des notions d'astronomie physique.

Bien que les tâches respectives des professeurs de mathématiques et de physique aient été délimitées avec soin, la collaboration de ces maîtres est, non seulement désirable, mais utile et féconde en résultats.

Devoirs

Des exercices écrits seront proposés, chaque semaine, dans toutes les classes. On devra se borner à des applications immédiates des leçons déjà vues et parfois même à la rédaction de problèmes préparés en commun dans les classes inférieures ; en exigeant que la solution apportée par l'élève reprenne la marche suivie au cours de l'explication, on pourra contrôler et parfois refréner des collaborations venues du dehors.

A quelque niveau que ce soit, on ne doit exiger de l'ensemble des élèves qu'un effort proportionné aux moyens de la majorité, sous peine de les décourager en les convainquant d'impuissance. Les maîtres qui se seront entraînés à la méthode de redécouverte acquerront vite une première idée de la difficulté d'un problème, d'après le nombre des étapes nécessaires au développement de la solution.

On ne peut demander aux professeurs qui ont plus d'une centaine d'élèves de corriger toutes les copies en les annotant ; la correction partielle, suivant un roulement irrégulier, suffira. Mais il est désirable que le maître ait parcouru l'ensemble des devoirs avant la correction au tableau ; c'est à cette condition seulement qu'il pourra, au moment propice, insister sur la gravité des fautes commises le plus souvent.

On ne saurait se montrer trop exigeant au sujet de l'orthographe, de l'abus des abréviations, de la tenue matérielle des copies et, d'une façon générale, des fautes qui témoignent de la négligence de l'élève. Il ne faut pas craindre de relever, comme il convient, un manque de soin qui, non seulement est dommageable aux progrès de l'élève, mais encore constitue une inconvenance vis-à-vis du maître dont il complique inutilement la tâche.

D'un autre point de vue, le professeur de mathématiques augmentera singulièrement la portée éducative de son enseignement s'il s'efforce d'obtenir de ses élèves qu'ils montrent dans leurs rédactions des préoccupations d'ordre et de précision, le souci de concision et de clarté dont il donne lui-même l'exemple. Le jugement porté sur la solution d'un problème devra toujours tenir compte, non seulement de l'exactitude des résultats, mais aussi de la composition et de la présentation.

Dessin géométrique

Cet exercice est prévu seulement dans la classe de mathématiques. Dans le temps qui lui est consacré (une heure et demie), on apprendra aux élèves le maniement des instruments, on fera exécuter quelques constructions géométriques, des tracés de courbes usuelles, des croquis à main levée, avec cotes, d'objets usuels, ainsi que les épures relatives aux principales constructions exposées dans le cours de géométrie descriptive.