DEUXIÈME PARTIE

Sur le calcul de cos $(a - b)$ par la méthode de Gauss

Cette méthode m'a été communiquée par M. Vessiot, alors professeur à Lyon. Je crois qu'elle mériterait d'être davantage connue et d'être enseignée en même temps que la méthode classique.

Elle repose, au fond, sur le fait que la distance de deux points est un invariant dans toute transformation de coordonnées.

Sur le cercle trigonométrique, soit A l'origine des arcs, et soient deux points quelconques :

M, d'abscisse curviligne a, donc de coordonnées $x = \cos a$, $y = \sin a$.

N, d'abscisse curviligne b, donc de coordonnées $x = \cos b$, $y = \sin b$.

Exprimons, de deux manières différentes, le carré de la corde MN :

1° $$\begin{aligned}\overline{MN}^2 &= (x - x')^2 + (y - y')^2 \\ &= (\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2 \\ &= 2 - 2(\cos a \cos b + \sin a \sin b) \qquad (1)\end{aligned}$$

2° Appliquons cette formule (1) à la corde AN, ce qui revient à faire $a = 0$

$$\overline{AN}^2 = 2 - 2\cos b.$$

En remplaçant b par arc AN, nous obtenons

$$\overline{AN}^2 = 2 - 2\cos(\text{arc AN})$$

Cette relation, toute géométrique, entre un arc et sa corde, n'exige évidemment pas que A soit l'origine des arcs. On peut l'appliquer à l'arc MN, et l'on obtient :

$$\overline{MN}^2 = 2 - 2\cos(\text{arc MN}) \qquad (2)$$

3° La comparaison des formules (1) et (2) nous donne

$$\cos(\text{arc MN}) = \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$$

J. Coissard.

Professeur au Lycée Janson-de-Sailly.