5. Rapport sur le Concours, en 1924, de l'Agrégation de l'Enseignement Secondaire de jeunes filles Section des Sciences Mathématiques (1)

Sur 55 candidates inscrites, 48 ont pris part à la première épreuve. Parmi elles, 17 appartiennent déjà, en qualité de professeurs ou de chargées de cours de collège, aux cadres de l'enseignement secondaire des jeunes filles; 2 viennent de l'enseignement primaire; 3 sont répétitrices; 10 exercent, au titre de déléguées, des fonctions d'enseignement; 16, dont 5 Sévriennes, sont étudiantes. Notons que 33 des candidates ont déjà affronté l'un, au moins, des précédents concours; dans ce nombre figurent 8 anciennes admissibles.

Compositions écrites (2).

1° *Composition d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie.* — Plus encore qu'en 1923, les résultats décevants de cette épreuve soulignent le manque de préparation des candidates. La moyenne des notes

(1) Le jury était composé de MM. Marijon, inspecteur général, président; Blutel, inspecteur général; Mme Chabauty, professeur au Lycée Fénelon; et de M. Malapert, professeur au Lycée Louis-le-Grand, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.
(2) Voir les énoncés pages 6, 7 et 8 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1924*.

attribuées, qui était l'an dernier 5,1, est descendue cette fois un peu au-dessous de 2,7. Vingt-six notes, sur quarante-huit, n'atteignent pas 2 sur 20. Deux copies seulement, notées 12,5 et 10,5, ont dépassé la moyenne.

Le sujet proposé comportait une double étude, algébrique et géométrique, d'une même question, la solution géométrique étant liée à la démonstration d'une propriété simple de transformation de figure. Cette démonstration a été essayée dans quatre copies; elle a été présentée de façon à peu près correcte dans deux d'entre elles. L'application proposée pouvait être abordée indépendamment de la démonstration du résultat énoncé; on n'a guère songé à admettre ce résultat, et quatre candidates seulement ont effectué la construction. La discussion de la possibilité de cette construction est esquissée, non sans de nombreuses erreurs, par une seule des concurrentes. Aucune copie ne traite les trois parties du problème géométrique posé et n'obtient une note moyenne. Trente-six ont la note zéro.

La partie algébrique, quoique moins médiocrement traitée, n'est guère satisfaisante. Aucune difficulté de fond; on demandait seulement un peu de réflexion au départ pour le choix de l'inconnue ou des inconnues, un peu d'ordre et de méthode pour la discussion des résultats. Il est difficile de trouver une explication à l'excessive faiblesse de la grande majorité des copies.

Vingt-six candidates n'ont pas su mettre le problème en équations. Le choix des inconnues, pour lequel l'énoncé laissait une liberté entière, a donné lieu à de longues hésitations; certaines des concurrentes ont fait intervenir jusqu'à cinq et six paramètres, et n'ont pas réussi à s'en débarrasser; d'autres essaient successivement plusieurs méthodes, et ne tirent d'aucune d'elles l'équation cherchée; quelques unes enfin n'ont même pas compris qu'il s'agissait d'une question d'algèbre, et ont vainement tenté d'effectuer géométriquement la détermination demandée.

Cinq candidates ont obtenu, en algèbre, la note 10 ou une note supérieure. Trois seulement ont pensé, dans la discussion, à tenir compte de la simultanéité des conditions imposées à u et v, pour établir la figure résumant l'étude algébrique.

2° *Composition d'algèbre, de trigonométrie et d'analyse.* — Le moins que l'on puisse dire du sujet de cette composition c'est qu'il a déconcerté les candidates. Les notes obtenues indiquent une grande faiblesse; la lecture des copies révèle un embarras profond en présence de questions d'allure un peu générale. On avait pourtant facilité la tâche des concurrentes, dans la mesure du possible, par une note disant que les trois dernières parties pouvaient être traitées indépendamment des deux premières : on ne pouvait conseiller plus clairement, à celles qui doutaient de leurs forces, de commencer par la troisième partie. En fait, celles qui auraient suivi cette indication à la lettre avaient encore la possibilité d'obtenir une excellente note : une copie cotée 18 se trouve à peu près dans ce cas.

Des notes attribuées, huit seulement sont au moins égales à 10, douze autres sont supérieures à 5, les vingt-six dernières étant toutes inférieures à 5. La moyenne générale est de 5,07.

Ce serait bien peu si l'on s'attachait uniquement à la valeur intrinsèque des copies. La première partie, par exemple, dont on trouve trace dans 34 copies, a donné lieu à une note 18, une note 10 et une note 7; toutes les autres ne dépassent pas 4, ni même 2 pour la plupart. Or la question posée se ramène au fond à la recherche générale de trois polynomes P, Q, R, entiers par rapport à une variable z, à coefficients complexes, vérifiant l'identité

$$P^2 + Q^2 \equiv R^2 \qquad (1).$$

La plupart ont pris comme inconnues les coefficients de ces polynomes et ont perdu un temps considérable à des essais d'identification, que leur complication vouait manifestement à l'insuccès ; on s'étonne d'un pareil manque de jugement. Une seule a vu le véritable caractère de l'identité désirée, en imaginant la décomposition des deux membres en facteurs binômes, le premier étant mis préalablement sous la forme $(P + iQ)(P - iQ)$. Tous les facteurs du second ayant des exposants pairs, il faut que la somme des exposants de tout facteur binôme commun à $P + iQ$ et à $P - iQ$ soit paire et que l'exposant de tout facteur binôme non commun soit pair. Cette simple remarque permet de constituer chacun des polynomes $P + iQ$, $P - iQ$ sous forme d'un produit de facteurs binômes arbitraires, dont les exposants sont soumis à la loi précitée. Les polynomes P, Q, R en résultent.

On pouvait aussi partir de l'identité

$$P^2 \equiv R^2 - Q^2 \equiv (R - Q)(R + Q)$$

et former les polynomes $R - Q$ et $R + Q$ par des considérations analogues.

La forme de l'identité (1) montre que tout facteur commun à deux des polynomes P, Q, R est commun au troisième. Si donc on suppose que P, Q, R n'ont pas de racine commune, il en est de même de $P + iQ$ et $P - iQ$; ces deux polynomes sont les carrés de polynomes U et V qui sont arbitraires et n'ont pas de racine commune. On pourra donc poser $P + iQ \equiv U^2$, $P - iQ \equiv V^2$, d'où :

$$P \equiv \frac{1}{2}(U^2 + V^2), \quad Q \equiv \frac{i}{2}(V^2 - U^2), \quad R \equiv UV \qquad (2)$$

Si U et V ne sont pas du même degré, P et Q sont de degrés pairs. Si U et V sont du même degré, l'un au moins des polynomes P et Q est de degré pair, ainsi que R. Donc deux au moins des polynomes P, Q, R ont des degrés pairs : on est en droit de conclure, avec l'énoncé, que si deux au moins de ces polynomes ont des degrés impairs, les trois polynomes ont au moins une racine commune.

Le cas où P, Q, R sont quelconques se ramène de suite à celui où ils sont premiers dans leur ensemble et on a la solution générale de l'identité (1) par les formules :

$$P \equiv \frac{W}{2}(U^2 + V^2), \quad Q \equiv \frac{iW}{2}(V^2 - U^2), \quad R \equiv U.V.W,$$

U, V, W désignant des polynomes entiers arbitraires.

Personne n'a vu, *a priori*, que si l'on connaît une solution P_1, Q_1, R_1 de l'identité (1), on en obtient une autre avec WP_1, WQ_1, WR_1, le polynôme W étant arbitraire.

Personne n'a songé à l'identité :

$$P^2 + Q^2 \equiv (P \cos \alpha - Q \sin \alpha)^2 + (P \sin \alpha + Q \cos \alpha)^2$$

que l'on utilise à chaque instant. Doit-on en conclure que les candidates croient à l'unité de la décomposition en carrés d'un trinôme du second degré ?

La seconde question a donné une note 11 et deux notes 6, toutes les autres, en nombre assez faible d'ailleurs, ne dépassent pas 4 : c'est dire que cette partie n'a été vraiment traitée par personne.

Certaine particularité de l'énoncé, où l'on demandait de calculer les racines de Q et R (les polynomes sont du second degré), en fonction des racines p_0, p_1 de P, eût pu induire les candidates en erreur, si la suite ne leur eût indiqué que les racines de ces polynomes dépendent en réalité de trois d'entre elles, qui peuvent être choisies arbitrairement. Les relations entre 4 racines peuvent prendre différentes formes, selon que l'on associe les racines de deux des polynomes ou les racines de l'un et une racine de chacun des deux autres. En adoptant la notation du rapport anharmonique (ce n'est pas indispensable), les trois relations

$$(p_0, p_1, q_0, q_1) = -1, \quad (p_0, p_1, q_0, r_0) = -i, \quad (p_0, p_1, q_0, r_1) = i \qquad (4)$$

permettent de calculer q_1, r_0, r_1 en fonction de p_0, p_1, r_0 et d'en construire géométriquement les images Q_1, R_0, R_1, en supposant connus les points P_0, P_1, Q_0.

Les relations (4) s'obtiennent sans difficulté en utilisant la décomposition en facteurs binômes des deux membres de l'identité $P^2 \equiv R^2 - Q^2$. La configuration des six points P_0, P_1, Q_0, Q_1, R_0, R_1, possède des propriétés intéressantes, susceptibles de formes diverses. Dans le cas particulier où P, Q, R sont réels, les deux segments P_0P_1 et Q_0Q_1 sont placés sur ox et se partagent harmoniquement ; les cercles décrits sur ces segments comme diamètres se coupent en R_0 et R_1.

La solution de la troisième partie pouvait se déduire de l'identification pure et simple, en prenant comme inconnues les six coefficients de P et Q. Aussi les notes obtenues à cette occasion sont-elles assez bonnes : treize sont au moins égales à 10. L'une d'elles atteint le maximum. La candidate ayant à résoudre l'équation $a^2 + b^2 = 1$ a songé à poser $a = \cos \omega$, $b = \sin \omega$, (elle est la seule !), et a été conduite tout naturellement à séparer les deux séries de solutions. Les unes donnant des polynomes P et Q qui ont les mêmes racines que R ont été écartées ; les autres ont été mises sous une forme qui donne la courbe C_0 correspondante à $\omega = 0$ et qui montre le passage de C_0 à C par une rotation quelconque autour du point O. Aucune autre candidate n'a vu cette dernière propriété.

Cependant, dans l'ensemble, cette partie du problème dénote une certaine aptitude à résoudre des équations assez compliquées : la saine interprétation des solutions est toujours ce qui manque le plus.

Le défaut de mise au point des résultats de la troisième partie n'a pas pesé trop lourdement sur les dernières. La courbe C_0 avait été obtenue, avec un peu de bonheur parfois, par un assez grand nombre de candidates et la quatrième partie visait uniquement l'étude des propriétés de cette courbe : il suffisait d'appliquer des formules classiques. Aussi douze copies ont encore obtenu des notes au moins égales à 10 et toutes ne sont pas parmi les meilleures de l'ensemble. Il faut cependant remarquer que l'expression de l'aire de la boucle de C_0 contient, le plus souvent, des fautes numériques. Bien peu ont vu le rôle de l'identité (1) dans l'évaluation de l'arc de C_0 et ont remarqué que la formule $ds = \frac{R(z)}{h^2} dz$ en est une conséquence immédiate ; presque toutes ont passé, sans s'en rendre compte, à côté de l'origine du problème.

Huit copies seulement portent un essai de la cinquième partie. Il s'agissait d'intégrer une équation différentielle du second ordre, dans laquelle ne figuraient que y, y', y''. Le problème n'a été complètement résolu par personne. Deux candidates qui ont obtenu les notes 11 et 8 ont trouvé une intégrale première et n'ont pas poussé à fond la recherche de l'intégrale générale. Parmi les autres, une seule a trouvé l'intégrale première et, sans s'inquiéter d'en voir la forme, elle s'est proposé d'appliquer, à une équation qui n'est pas linéaire, les propriétés d'une équation linéaire ! Une pareille confusion est caractéristique du manque d'observation.

En résumé, la lecture de cette composition indique, chez un assez grand nombre de candidates, des connaissances suffisantes au point de vue de la technique des calculs et des procédés ; mais on y trouve trop rarement ce qu'on voudrait surtout y voir, c'est-à-dire l'exercice d'un sens critique toujours en éveil et d'un jugement sûr. Le calcul est un instrument dont la possession est indispensable au jeu des idées, mais ce n'est qu'un instrument.

3° *Composition de géométrie, de géométrie analytique et de mécanique.* — C'est la première fois que la mécanique fait l'objet de l'une des compositions écrites de l'agrégation des jeunes filles. Des trois épreuves de mathématiques, celle-ci a été, néanmoins, la moins faible.

Trois candidates n'ont pas remis de copie. Cinq autres — dont une ancienne admissible — ont montré une ignorance absolue des lois fondamentales de la dynamique ; trente-sept, après avoir posé les équations du mouvement, ont abordé, tant bien que mal, la solution du premier des trois problèmes proposés. La proportion de celles qui consacrent quelques lignes aux 2^e^ et 3^e^ problèmes est faible : huit songent à faire intervenir la connaissance de l'accélération normale pour construire le centre de courbure, mais une seule donne la construction ; neuf entament la 3^e^ partie, que trois ont résolu de façon plus ou moins complète.

Les deux meilleures copies ont été cotées 16,5 et 13. La première donnait, de façon nette, une solution satisfaisante des 1^re^ et 3^e^ parties ;

la deuxième, dont une rédaction confuse, des hésitations et des ratures rendaient la lecture difficile, traitait, avec quelques erreurs de détail, la 1re et la 2e parties. Venaient ensuite cinq compositions notées 11, 10,5, 10, 10, 10. Treize notes sont inférieures à 5.

Trop de candidates perdent du temps à exposer longuement des généralités qu'on ne leur demande pas : équations du mouvement d'un point matériel rapporté à trois axes de coordonnées ; conditions d'équilibre d'un point posé sur une surface quelconque ; recherche du centre de courbure en un point d'une courbe de l'espace. Plusieurs, se bornant aux forces spécifiées dans l'énoncé, ont cru devoir examiner le cas du mouvement curviligne, qui n'était pas en cause.

Presque toutes paraissent croire que les calculs sont seuls dignes de leur attention. Ces calculs s'étalent longuement, sans le moindre souci du principe de l'homogénéité, sans nulle préoccupation d'interpréter les résultats, ou d'en indiquer le sens. L'une des bonnes concurrentes, après avoir consacré trois lignes à résoudre l'équation $r^2 + 2kr + k^2 = 0$, et une page entière à calculer les constantes de l'intégration dans le cas du mouvement (a), obtient l'équation exacte, et conclut par cette indication vraiment trop laconique : « C'est l'équation du mouvement ; on voit que $M \rightarrow I$. » Encore faut-il la louer d'avoir pris le soin de conclure. Beaucoup d'autres se contentent de mettre un trait au-dessous de la dernière de leurs transformations de calcul, et passent à une autre question, comme si l'étude du mouvement leur paraissait oiseuse, banale, ou hors du sujet. Parmi celles qui ont essayé de dire ce qu'était le mouvement, certaines affirment que le point oscille autour de sa position d'équilibre, alors que l'équation obtenue n'indiquait rien de pareil.

4° *Composition sur un sujet de morale ou d'éducation* (1). — L'épreuve semble avoir été, cette année, légèrement supérieure au niveau du précédent concours, en ce sens que les copies très faibles ont été un peu moins nombreuses. Mais bien peu encore ont été bonnes ou assez bonnes : neuf seulement, sur quarante-deux, ont atteint ou dépassé la moyenne ; une seule a obtenu la note 14. La note dominante, c'est la médiocrité terne. Les appréciations qui reviennent sans cesse sont les suivantes : superficiel, vague, flottant, diffus, confus. La plupart des candidates semblent ignorer ce que c'est que poser un sujet et le circonscrire, en trouver le point essentiel, dégager une conclusion précise vers laquelle conduise un développement méthodiquement ordonné. C'est à acquérir ces indispensables qualités que doivent, dans leur préparation, s'attacher sérieusement nos futures candidates.

Les renseignements qui précèdent soulignent la faiblesse exceptionnelle des épreuves scientifiques du concours écrit.

(1) *On a dit* : « S'il est vrai qu'on prête attention aux choses dans la mesure où elles intéressent, il est non moins vrai qu'on s'intéresse aux choses dans la mesure où on y a appliqué son attention. » *Expliquer et apprécier cette opinion et rechercher quelles applications pédagogiques elle comporte.*

La première admissible, sur un maximum de 600 points, a obtenu un total de 319 et la moyenne de ses trois compositions de mathématiques est légèrement inférieure à 10. Il n'est aucune des candidates dont une note, au moins, ne soit inférieure à 7.

En raison des différences infimes séparant les totaux des points obtenus par les concurrentes dont les rangs d'écrit vont de 8 à 17, et de la chute nette se produisant entre la 17ᵉ et la 18ᵉ (la 8ᵉ admissible a 242 points, la 16ᵉ et la 17ᵉ, *ex-æquo*, 199 points, la 18ᵉ et la 19ᵉ, *ex-æquo*, 170 points), le jury a cru devoir proposer, pour l'admissibilité, une liste de 17 noms.

La valeur des leçons a pleinement justifié cette indulgence.

Epreuves orales.

Le rapport sur le concours de 1923 signalait l'insuffisance de la préparation de l'oral. Il semble que ce reproche ait engagé les aspirantes de 1924 à se préoccuper davantage de leurs leçons. Contrairement à ce qui s'est produit l'an dernier, les pénibles séances, où le jury doit assister au supplice d'une candidate obligée de développer un sujet qu'elle ignore, ont été l'exception.

Sur 34 leçons, sept ont été très bonnes ou franchement bonnes ; leurs notes vont de 18 à 15. Cinq ont eu moins de 10.

La répartition des notes est la suivante :

Arithmétique : 18, 16, 15, 15, 14, 13, 11, 9, 8.
Géométrie pure : 17, 17, 15, 14, 13, 12, 12, 12, 10, 10.
Algèbre : 12, 11, 10, 9.
Trigonométrie : 13, 12, 11, 11.
Géométrie descriptive : 12, 12.
Géométrie analytique : 15, 8.
Cosmographie : 11, 6.
Mécanique : 10.

Nous constatons avec satisfaction que les candidates se détachent de plus en plus de la méthode dogmatique, et comprennent, en général, qu'on ne doit pas enseigner les mathématiques comme une science morte. Ce n'est que par exception que l'on voit surgir des énoncés de théorèmes que rien ne faisait prévoir, ou qu'une démonstration s'échafaude artificiellement sur un assemblages de lemmes dont on ne sent qu'après coup l'utilité. La grande majorité de nos admissibles s'efforcent d'aplanir d'avance leur terrain, de donner les raisons de la marche suivie quand ces raisons ne sont pas évidentes, et de rapprocher la méthode d'exposition de la méthode de recherches.

Il nous a paru, au moment de la réception des candidates et de la critique de leurs épreuves, que certaines supposaient l'existence, pour chaque leçon, d'un prototype dont il est dangereux de s'écarter sous peine de déplaire au jury. On s'efforce, dès lors, de rechercher ce modèle, d'en adopter la méthode, de le copier dans son plan et dans ses détails.

Nous ne voyons, certes, que des avantages à ce qu'une bonne leçon soit étudiée de près et imitée ; mais encore faut-il qu'elle paraisse assimilée, et comprise, que des défauts de langage, des omissions, une logique incertaine, n'en rendent pas le développement difficile à suivre, ou qu'une maladresse évidente dans les applications ne viennent pas inspirer au jury des doutes inquiétants.

On doit se préoccuper, avant toute chose, d'enchaîner les idées, de donner des démonstrations claires, ne laissant dans l'ombre aucun cas particulier, de choisir judicieusement les exercices d'application et de les traiter avec maîtrise. Tel exposé, d'allure vieillote, fait sans nul souci de l'évolution de l'enseignement élémentaire de l'arithmétique et de la géométrie, a été, néanmoins, apprécié, parce qu'il constituait un tout logique, adapté, assimilable.

Remarquons en passant à quel point sont tenaces les vieilles habitudes qui imposent, en dépit de toutes les critiques, certains procédés d'exposition, certaines formules consacrées, dont les inconvénients ont été depuis longtemps mis en évidence : La leçon sur *les angles inscrits* a montré, une fois de plus, que trop de professeurs ignorent encore qu'il est inutile de faire intervenir des considérations de mesure pour comparer deux angles, et qu'il est incorrect, ou absurde, de parler d'un angle ayant pour mesure la moitié d'un arc, ou égal à la moitié d'un arc. Et nous avons entendu à nouveau la définition qui fut classique : la multiplication est une opération ayant pour but de trouver un nombre composé avec le multiplicande comme le multiplicateur se compose avec l'unité. Nous nous en tiendrons à ces deux exemples. Ils soulignent suffisamment la persistance, dans nos traditions pédagogiques, de complications superflues. Ajoutons qu'ils nous ont été fournis par des candidates qui ont été reçues l'une et l'autre.

Dans le classement définitif, la première, déjà admissible en tête de liste, se détache nettement du groupe de ses concurrentes. Elle a fait preuve, à l'oral, d'une rare maîtrise. Il faut remonter au concours de 1920 pour trouver une candidate de sa valeur. La moyenne de ses épreuves dépasse 14.

Les 2^e^, 3^e^, 4^e^ et 5^e^ s'échelonnent avec des moyennes approximatives de 12, 11,5, 11, 10,6. De la 5^e^ à la 11^e^, les notes se suivent de beaucoup plus près, puisque la 11^e^ a exactement 10 de moyenne. De simples nuances, à peine sensibles, distinguent le concours de la dernière admise, classée huitième, de ceux des trois premières éliminées.

Parmi les huit reçues, sept, dont quatre anciennes admissibles, sont déjà professeurs.

L'impression qui se dégage de l'ensemble des épreuves confirme nos conclusions des dernières années : Le nombre et la qualité des aspirantes permettent de faire un large choix et assurent un recrutement d'agrégées dont la valeur pédagogique est comparable à celle des agrégés du cadre masculin.

L'Inspecteur général, Président du Jury :
A. MARIJON.