IV. Documents officiels

4. Rapport sur le Concours, en 1924, de l'Agrégation des Sciences-Mathématiques (1)

Les candidats inscrits, au nombre de 79, étaient répartis de la façon suivante : 2 anciens admissibles, 7 Alsaciens-Lorrains, 19 ayant droit au classement spécial, 51 au classement normal.

(1) Le jury était composé de MM. Blutel, Inspecteur général, président : Marijon, Inspecteur général, vice-président ; Chatelet, recteur de l'Université de Lille ; Denjoy, professeur à la Faculté des Sciences de Strasbourg, chargé d'un cours de Mathématiques Générales à la Sorbonne ; et Bernheim, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand.

Les premiers étant dispensés des épreuves écrites, 77 auraient dû composer ; en fait, 72 se sont présentés à la première composition (mathématiques élémentaires) et 2 n'ont pas remis de copie, 69 candidats ont pris part à la seconde (mathématiques spéciales) et 68 aux deux dernières (analyse et mécanique). Il y a là un cas assez rare de continuité dans l'effort ; on ne saurait trop engager les futurs candidats à suivre cet exemple.

Le nombre des places mises au concours, pour les candidats du classement normal, était de 18, en diminution de 4 unités par rapport aux concours antérieurs. Les réductions de l'horaire global des mathématiques, qui résulteront des réformes en cours de l'enseignement secondaire, et qui se sont déjà manifestées, expliquent cette diminution. On doit souhaiter que l'heureuse augmentation qui s'est produite cette année, dans le nombre des candidats, n'en soit pas affectée.

Les moyennes respectives des notes attribuées aux copies sont de 6,4 en élémentaires et en analyse, 7,6 en mécanique, 8,9 en spéciales, soit une moyenne générale de 7,3. Le nombre des copies dont la note dépasse la moyenne correspondante s'est élevé à 29 en analyse et en mécanique, 30 en élémentaires, 33 en spéciales. Il se trouve que les 27 admissibles du classement normal sont les seuls, dans cette catégorie, qui aient obtenu une moyenne générale supérieure à la moyenne précitée. Les classements spéciaux ont donné 8 admissibles, dont 2 Alsaciens-Lorrains.

Pour déterminer la coupure des différentes listes d'admissibilité, le Jury a tenu compte de la suppression du classement spécial et du bénéfice de l'admissibilité, à partir de 1925 ; il a montré toute la bienveillance possible vis-à-vis de ceux qui devaient en profiter pour la dernière fois, remettant aux épreuves orales le soin de les classer définitivement ; il n'a pas eu à le regretter, puisque des candidats de cette catégorie, admissibles dans les derniers rangs, ont été jugés finalement dignes de l'admission.

Les rapports des correcteurs permettent de préciser le jugement porté sur chacune des épreuves écrites.

Epreuves écrites (1).

Mathématiques élémentaires (M. Marijon). — « La composition de cette année est, dans son ensemble, légèrement supérieure à celles des concours de 1922 et 1923. La moyenne des notes attribuées aux 70 concurrents qui ont affronté l'épreuve approche de 6,5. Dix-huit notes atteignent ou dépassent 10. Vingt sont inférieures à 4. Dans la meilleure des copies, cotée 15, les cinq parties du problème sont abordées, mais la 2e, la 3e et la 4e ne sont pas traitées complètement.

1re Partie. — La plupart constatent que le plan radical dont on cherche l'enveloppe est perpendiculaire à une génératrice d'un cône droit,

(1) Voir les énoncés page 9 et suivantes des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours* de 1924.

et ils montrent ensuite, les uns que ce plan passe par un point fixe, les autres qu'il est tangent à une sphère fixe, de centre P et de rayon $\left|\frac{d^2 - R^2}{2R}\right|$; ils en concluent que l'enveloppe est un cône de révolution. Cette méthode est imparfaite, dans les deux cas. La première solution laisse échapper en effet le cas d'une enveloppe cylindrique ; la deuxième donne deux cônes, dont un seul convient au problème. Il était beaucoup plus net de trouver séparément le sommet et la sphère inscrite.

L'existence d'un second point, P', commun à toutes les sphères Σ conduit à la détermination d'une deuxième sphère de centre P', tangente aux plans radicaux ; sa considération simplifie et précise la recherche des résultats de la seconde partie.

Trois candidats seulement ont donné des solutions irréprochables. Trente-huit ont obtenu au moins la moyenne 10 ; une dizaine n'ont fourni aucune réponse satisfaisante.

2e Partie. — A cinq exceptions près, le lieu du début a été obtenu, parfois de façon trop vague. On s'est en général contenté d'indications très incomplètes pour la première enveloppe, dont très peu ont déterminé le second foyer et discuté le genre. Le point fixe de la fin a été vu ou entrevu dans trois copies.

Trente notes s'étagent, sur cette partie, de 10 à 16.

3e Partie. — Ici commencent les difficultés. Seize notes seulement dépassent 6. Trente-cinq des candidats n'ont pas abordé la question. Deux ont déduit du théorème de Feuerbach, sur le contact du cercle des 9 points et des cercles inscrit et ex-inscrits, le lieu de l'orthocentre.

Les meilleures des solutions elles-mêmes examinent un cas de figure seulement ; pour les uns, c'est le cercle inscrit au triangle ABC, qui est fixe, pour les autres c'est un cercle ex-inscrit. Il n'y avait aucune difficulté à donner un énoncé général.

4e Partie. — Si simple que fût le début, il n'est traité que par dix des concurrents. La fin a permis à deux d'entre eux de donner quelques résultats intéressants. Aucune note n'a dépassé 10.

5e Partie. — Un seul candidat a abordé et traité le problème proposé.

Le Jury a constaté une fois de plus, l'extrême rareté des solutions vraiment au point. Si long que fût le problème, il semble que des candidats à l'agrégation eussent dû présenter de façon nette quelques-uns des résultats du début. Or, dans beaucoup de copies, les raisonnements les plus simples sont exposés sous une forme si hésitante, parfois même si obscure, que plusieurs lectures sont nécessaires pour en voir l'enchaînement et la justesse. La rédaction paraît faite pour diminuer une incertitude plus que pour créer de la clarté.

Trop de conclusions vagues et indifférentes : « L'enveloppe est une surface développable » ; « Le lieu est un cercle ». L'annonce que la surface ou le cercle est « bien déterminé » ajoute encore, parfois, à l'incertitude de pareilles indications.

Enfin, l'abus du calcul et l'introduction de résultats « bien connus », retenus sans doute au hasard d'un problème traité dans l'année, restent des défauts courants, dont les candidats ne se gardent pas assez. »

Mathématiques spéciales (M. Bernheim). — « Dans le problème de mathématiques spéciales, on définissait par un point M_0 du plan des xy, une cubique *plane* unicursale, admettant comme tangente d'inflexion la droite de l'infini, et, au moyen d'un point M_0 variant d'une façon quelconque, on définissait une courbe *gauche* du troisième ordre ayant pour plan osculateur le plan de l'infini.

I. On demandait, dans la *première partie*, le lieu géométrique du point M_0 lorsque la cubique plane correspondante admet un point de rebroussement (parabole), le lieu géométrique de ce point de rebroussement (cubique) et l'enveloppe de la tangente de rebroussement (même cubique). Cette partie, pouvant être traitée presque sans calculs, a été faite par la plupart des candidats.

II. Dans la *deuxième partie*, on demandait de calculer au moyen des coordonnées du point M_0, les coordonnées du point double ω de la cubique plane correspondante. Par un calcul très simple, on obtenait le polynome du second degré ayant pour racines les paramètres du point double, et la division d'un polynome du troisième degré par ce polynome du second degré permettait de trouver les coordonnées de ce point, division qui fournissait en même temps une bonne vérification des calculs. La parabole trouvée précédemment était évidemment la courbe séparatrice des points doubles réels et des points doubles isolés.

Cette deuxième question n'a été traitée que par la minorité des candidats et, le plus souvent, au moyen de très longs calculs ; et pourtant cette question est classique et à la portée d'un élève moyen de la classe de Mathématiques spéciales.

III. Il y avait à chercher, dans la *troisième* question, les points M_0 pour que la cubique plane correspondante fût rectifiable. La méthode à suivre, les calculs à effectuer étaient indiqués dans l'énoncé. On obtenait immédiatement la parabole trouvée dans la première partie et son foyer.

Ces résultats ont été trouvés dans plusieurs copies, mais parfois par des calculs tels qu'on peut affirmer que les auteurs n'ont pas vu la liaison qui existait entre cette question et la première. Il est surprenant qu'aucun candidat n'ait vu que le point trouvé était le foyer de la parabole, et cependant on ne saurait supposer que la propriété fondamentale d'un foyer d'une conique, relative à l'expression du rayon vecteur d'un de ses points, ne fût connue de tous.

IV. Dans la *quatrième* partie (dont la troisième est un cas particulier) il fallait chercher le lieu géométrique du point M_0 pour que la cubique *gauche* correspondante fût rectifiable. Mêmes raisonnements que dans la troisième partie. On trouvait une parabole et sa parabole focale et la recherche des coordonnées des foyers de ces deux courbes, demandée dans l'énoncé, devenait inutile. Il est cependant regrettable que le calcul direct des coordonnées de ces points n'ait pas été sinon terminé, du moins ébauché dans les meilleures copies.

V. Enfin dans la *cinquième* partie on établissait une correspondance entre le point M_0 et le point double (ou point de rebroussement) ω de la cubique plane correspondante. On demandait de déterminer les courbes C décrites par M_0, ainsi que les courbes correspondantes Γ décrites par ω, de façon que les tangentes aux points M_0 et ω fussent parallèles, question qui ne pouvait être traitée que par les candidats ayant résolu la deuxième partie.

Le problème conduisait à une équation de Clairault, dont l'intégrale singulière fournissait très simplement les enveloppes demandées des courbes C et Γ. On retrouvait ainsi la parabole et la cubique de la première partie; résultat obtenu dans deux copies seulement.

En résumé, le problème de mathématiques spéciales n'a été traité *complètement* par aucun des candidats. Presque tous l'ont regardé comme un problème de calculs — de longs calculs — où la géométrie ne devait intervenir que dans les résultats à interpréter. L'impression qui se dégage de la lecture des soixante-neuf copies est que le sujet proposé n'a été *véritablement* compris, dans son *ensemble*, par aucun candidat.

Une seule copie a mérité la note 15, deux la note 14, vingt-deux des notes variant entre 14 et 10, trente entre 10 et 5, quatorze entre 5 et 2. »

Calcul différentiel et intégral (M. Denjoy). — « Le niveau de cette épreuve a été un peu faible. Les candidats trouvent à cette appréciation une circonstance atténuante dans le fait qu'une assez grave faute avait été introduite dans l'énoncé, au cours de la définition du sens conventionnel attribué à l'une des notations. Il convient d'ajouter que la presque unanimité des candidats, si elle a pu être retardée dans la solution du problème par cette difficulté accidentelle, ne s'est cependant pas arrêtée à la version absurde du texte, et a d'elle-même rétabli la véritable interprétation du passage erroné. Néanmoins, pour tenir compte de ce surcroît d'efforts, étranger à l'épreuve, il a paru équitable au correcteur de cette composition de montrer dans la notation des copies une particulière bienveillance.

Voici quelques observations générales suggérées par la manière dont le sujet a été traité.

Un certain nombre de candidats n'ont pu dépasser le premier paragraphe de l'énoncé, en raison de l'ampleur qu'ils ont artificiellement donnée à des calculs dont ils n'ont pas suffisamment précisé le but, et qu'ils n'ont pas su, à cause de cela, efficacement conduire.

La plupart des candidats ne songent pas à concevoir et à poser d'abord nettement ce qu'ils veulent démontrer ; ils ne savent ensuite pas créer les conditions de calcul permettant de mettre le plus promptement et le plus clairement en évidence le résultat annoncé.

Ils ne cherchent pas à particulariser les familles de lignes de coordonnées ou les axes auxquels ils rapportent une figure, ni à effectuer avant tout un choix éclairé des uns ou des autres.

La détermination des meilleurs systèmes de référence pour traiter par le calcul un problème de géométrie suffit souvent à rendre intuitive l'une des idées essentielles de la solution.

Dans le sujet donné cette année, plusieurs paragraphes prêtaient à des raisonnements *a priori* permettant, sans le secours d'une mise en équation, de résoudre les questions posées. Certains candidats ont eu le mérite d'apercevoir ces démonstrations directes. Pour ce motif, quatre compositions se sont élevées nettement au-dessus de la moyenne.

D'une manière générale, les copies remises ont montré que les notions fondamentales de la géométrie supérieure sont très suffisamment familières à la moyenne des candidats. Le correcteur est heureux d'apporter ici ce témoignage. »

Mécanique (M. Chatelet). — « Soixante-huit candidats ont remis des copies de mécanique. Cette composition comportait quatre parties complètement indépendantes.

La *première partie* était une application assez simple de la théorie des percussions ; deux candidats seulement ne l'ont pas abordée, mais dix n'ont écrit sur ce sujet que des choses insignifiantes ou des généralités sans intérêt. Huit ont répondu de façon à peu près complète aux questions posées, aucun cependant n'a remarqué que le théorème de Carnot, en permettant de calculer de deux façons la force vive perdue, donnait une vérification des résultats obtenus précédemment. L'état des vitesses après le choc et les composantes de la percussion constituaient 9 inconnues ; les équations de l'équilibre formaient un premier système de 6 équations, l'immobilité du point I donnait les 3 équations supplémentaires. Peu de candidats ont remarqué qu'on séparait les inconnues en prenant les moments par rapport à I et ceux qui ont utilisé cette mise en équation ne semblent pas s'être bien rendu compte de l'intérêt de l'artifice. Le calcul de e semble avoir arrêté beaucoup de candidats qui ont souvent confondu à cette occasion condition nécessaire et condition suffisante.

La *deuxième partie* était une application immédiate du mouvement à la Poinsot et constituait plutôt une question de cinématique. Six candidats n'ont pas abordé cette partie, neuf se sont bornés à de vagues considérations, quatre seulement ont fait une composition moyenne.

Il peut être intéressant d'entrer dans le détail : trente-deux candidats ont établi d'une façon convenable que c était une circonférence, mais dix seulement ont démontré qu'il en était de même de C ; aucun n'a fait de figure indiquant la position respective de ces deux circonférences ; quatre seulement ont montré que la vitesse de π était la même sur c et C et restait constante en module.

Aucun n'a utilisé ces remarques pour obtenir par des changements de coordonnées les composantes de la rotation et les valeurs des angles d'EULER ; seize ont abordé la recherche de ces angles par une intégration directe ; neuf ont écrit des équations différentielles correctes et quatre en ont tiré quelques résultats explicites. La condition de périodicité a été obtenue dans huit compositions.

Dans la correction de cette deuxième partie, il convient de signaler le dédain général des candidats pour les cas particuliers ; on raisonne sur des lettres avec des notations plus ou moins heureuses, puis « on fait » $n = \frac{11}{30}$ » ; pourtant un cas particulier bien traité est souvent plus instructif qu'une théorie générale. L'abus des méthodes générales se manifeste aussi par l'emploi de la « fonction génératrice de LAGRANGE » ; un candidat en déduit la conclusion suivante : « On a un mouvement uniforme du paramètre x, un mouvement uniforme du paramètre y et un mouvement uniformément varié du paramètre z ». C'est une façon de parler correcte quoique imprécise, mais on aimerait mieux lire : « le centre de gravité du disque a un mouvement parabolique dans le plan des yz, défini par les équations..... »

Il a semblé que la polhodie et l'herpolodie étaient des souvenirs lointains pour beaucoup de candidats, le roulement sans glissement est pour certains une expression consacrée qu'il est de bon goût d'employer, mais dont on ne saisit pas bien toute la signification. Sans insister sur la rédaction lamentable de la très grande majorité des concurrents, il faut cependant signaler la maladie de l'imprécision qui y règne : on écrit le lieu est *un* cercle, le point décrit *une certaine parabole*..... ; c'est un défaut qui paraît regrettable chez de futurs professeurs.

La *troisième partie* qui constituait un calcul d'accélérations, au début d'un mouvement, n'a été abordée que dans dix-neuf compositions, sur lesquelles dix sont à peu près nulles ; dans quatre seulement les calculs de la réaction et la condition de fixité du point I sont traités correctement, la recherche des développements n'a été abordée par personne.

La *quatrième partie* était un problème de calcul, mais, sur les trente-quatre candidats qui l'ont abordé, sept seulement ont employé des méthodes correctes et ont obtenu quelques résultats exacts. Beaucoup se sont perdus dans de longues considérations sur le mouvement du disque autour de son centre de gravité ; il était pourtant évident qu'il se déplaçait d'un mouvement de translation : les palets dans le jeu de bouchon ou de tonneau et les cailloux plats qu'on utilise dans les ricochets en fournissent au moins une preuve expérimentale grossière. Un seul candidat s'est donné la peine de lire entièrement l'énoncé et a pensé à introduire dans ses formules la vitesse limite indiquée par le texte, au lieu d'une constante d'homogénéité douteuse et qui n'était pas donnée. Malheureusement ce candidat a commis une erreur que l'on trouve dans un petit nombre de copies : il n'a pas distingué les parties ascendante et descendante de la trajectoire et remplacé ainsi, sur l'une d'elles, la résistance de l'air par une poussée.

Renouvelant une critique sans doute souvent faite, il convient de signaler, pour la plupart des copies, la lamentable disposition des calculs enchevêtrés dans le texte qu'ils rendent à peu près illisible ».

Ajoutons que les meilleures notes attribuées à l'écrit, en analyse et en mécanique, sont respectivement 17,5 et 19,5.

Deux épreuves pratiques d'épure et de calcul sont faites par les candidats admissibles.

Epure (M. BERNHEIM). — « L'épure de géométrie descriptive consistait à trouver l'intersection de deux surfaces de révolution dont les axes se rencontrent : un hyperboloïde à une nappe et un cône. Un changement de plan rendait les deux axes de front.

On demandait de ne conserver de l'hyperboloïde supposé solide et opaque que la partie *extérieure* au cône et *intérieure* à une sphère ayant pour centre le point commun aux deux axes.

La représentation du corps solide restant constituait la partie la plus difficile de l'épreuve; peu de candidats l'ont résolue exactement, ce qui prouve qu'ils ignorent la méthode sûre permettant de *ponctuer* une épure. Il est à espérer qu'ils l'apprendront en l'enseignant.

Les notes des épures ont été les suivantes : deux notes 15, une note 14, trois notes 13, trois notes 12, trois notes 9, une note 7, deux notes 16, trois notes 5 et le reste (dix-neuf) variant de 4 à 1 (moyenne générale : 6, 7).

On voit que l'épreuve de géométrie descriptive a été en général très faible. Il n'est peut-être pas inutile de faire remarquer que cette composition a nui à quelques uns de leurs auteurs, tandis qu'au contraire une note satisfaisante en épure a parfois relevé d'une façon heureuse la moyenne de certains candidats admissibles. »

Calcul numérique. — Les notes s'échelonnent largement : trois vont de 16 à 18, neuf de 10 à 14, onze de 7 à 9 et quatorze de 2 à 6. La moyenne générale est de 8,3. Bien qu'elle soit supérieure à celle de l'épure, on voudrait la voir plus élevée encore, étant donnée la sélection qu'ont déjà subie les candidats.

Epreuves orales.

A l'oral, trois candidats se sont détachés nettement de leurs concurrents et ont obtenu une moyenne de 18 pour leurs leçons ; ils se sont naturellement placés au premier rang ou s'en sont fort rapprochés. Ils ont montré des qualités de premier ordre en traitant les sujets qui leur sont échus ; le jury a beaucoup apprécié la sûreté, la précision, l'élégance et parfois même le charme de leurs expositions.

Alors que sept candidats ont obtenu une note moyenne de leçons, au moins égale à 14, on en trouve dix-huit dont la note varie de 13 à 10,5 ; toutes les autres notes ne dépassent pas 10 : c'est donc l'impression d'un concours moyen qui se détache de cet ensemble.

Les candidats dont la moyenne de leçons ne dépasse pas 10 ont été éliminés, sauf un qui s'était classé 4e à l'admissibilité. Tous ceux dont la moyenne de leçons dépasse 10 sont reçus sauf un dont le rang d'admissibilité et les notes d'épreuves pratiques avaient déjà singulièrement compromis le succès.

Le nombre des reçus est de vingt-cinq, soit un ancien admissible, un Alsacien-Lorrain, quatre candidats du classement spécial et dix-neuf du classement normal, le Jury n'ayant pas pu départager les trois derniers de la liste.

La plupart des candidats n'ont éprouvé aucune surprise quand leurs notes de leçons leur ont été communiquées par le Jury ; quelques-uns ont pourtant trouvé qu'on les avait jugés bien sévèrement. Ils auraient désiré qu'on leur indiquât de façon précise les caractères d'une bonne leçon d'agrégation. Ils sont un peu déconcertés en constatant que les bonnes notes vont à des leçons de caractères très différents, les unes serrant d'aussi près que possible les conditions de l'enseignement habituel et tenant le plus grand compte des nécessités pédagogiques, les autres se distinguant surtout par leur caractère scientifique et risquant parfois de paraître singulièrement dogmatiques.

Le Jury tient compte de la difficulté que présentent certains sujets, à ce point de vue, et de l'insuffisance du temps mis à la disposition des candidats pour exposer des questions dont la présentation à des élèves en exigerait beaucoup plus. En fait, tout candidat qui domine son sujet, qui se donne la peine de le délimiter, de poser clairement ses prémisses, d'enchaîner ses idées et de détacher nettement ses conclusions est sûr de se faire écouter d'une oreille bienveillante.

L'Inspecteur général, président du Jury,

E. Blutel.