Unification des définitions de mots et des notations mathématiques *(suite)*

20. Au sujet du mot « Symétrie »

Sur la signification et l'emploi du mot Symétrie, il semble qu'il n'y ait pas entente unanime.

La plupart des Géométries donnent cette définition : « Trièdres symétriques : trièdres tels que les arêtes de l'un sont les prolongements des arêtes de l'autre. »

Les cas d'égalité sont ensuite présentés ainsi :

« Deux trièdres sont égaux ou symétriques, lorsqu'ils ont....., etc... »,

ou comme ceci :

« Deux trièdres sont égaux, ou l'un est égal au symétrique de l'autre lorsqu'ils ont....., etc...»

D'après la définition précédente, cette dernière forme serait seule correcte, car deux trièdres qui ont leurs éléments égaux chacun à chacun, mais non disposés de la même manière, peuvent occuper dans l'espace des positions quelconques et, en général, non seulement ils n'ont pas le même sommet, mais ils ne sont même pas symétriques par rapport à un point quelconque, ni par rapport à un plan, ni par rapport à une droite.

D'autre part, dans le langage courant, la symétrie de deux objets (souliers d'une même paire ou battants d'une porte d'armoire) est une qualité indépendante de leurs positions. C'est une corrélation entre leurs éléments, au double point de vue de la grandeur et de la disposition de ceux-ci dans ces objets, qui n'est point altérée par un déplacement quelconque de l'un de ces objets.

Il convient donc, en géométrie, de ne pas trop restreindre le sens de l'expression « Figures symétriques ».

Sans rien changer au sens habituel de « Symétrie par rapport à un point, ou..... un plan » on doit dire encore que deux figures sont symétriques (sans épithète), si par un déplacement de l'une d'elles, on peut les rendre symétriques par rapport à un point ou un plan.

Autrement dit : La Symétrie est une transformation ponctuelle, telle que AA', BB', CC', DD', étant 4 couples quelconques de points homologues, les deux tétraèdres ABCD, A'B'C'D' ont leurs arêtes homologues toujours égales, mais leurs trièdres homologues toujours de sens contraires.

C'est cette extension de la définition qui est nécessairement déjà admise par ceux qui écrivent : Deux trièdres qui ont leurs faces égales chacune à chacune sont égaux ou symétriques.

Pour désigner la position relative toute particulière de deux angles polyèdres symétriques qui ont leurs arêtes en prolongement, que l'on dise qu'ils sont « opposés par le sommet ».

Il faut enfin s'arrêter à ce côté défectueux de la terminologie actuelle : dans l'espace, la « Symétrie par rapport à une droite » n'est pas une « Symétrie », au sens général.

Il y a bien des figures, notamment des figures planes, qui peuvent être à la fois égales ou symétriques, suivant le point de vue ; mais deux hélices, par exemple, qui sont symétriques par rapport à une droite, ne sont cependant pas symétriques. Pour éviter un langage aussi fâcheux, la plupart des auteurs écartent d'ailleurs le mot symétrie, pour désigner cette transformation obtenue par une demi-révolution. Mais on rencontre les mots : transposition, renversement, demi-tour, etc... ; il y aurait lieu de faire un choix. L'expression « demi-tour » est expressive et courte ; en l'adoptant, on dirait par suite « Axe de demi-tour, figures opposées par demi-tour ». Le mot « symétriques » ne serait plus appliqué qu'à des figures qui sont homologues, dans une transformation ponctuelle, du genre précédemment indiqué.

En géométrie plane, les expressions « Symétrie par rapport à une droite, axe de symétrie » pourraient encore s'employer, car deux figures d'un plan P, homologues dans un demi-tour d'axe D situé dans ce plan, sont aussi homologues dans une symétrie : celle qui est relative au plan P' perpendiculaire à P et passant par D.

Un terme commun pour désigner les trois modes actuels de symétrie, se justifie bien par l'analogie que présentent leurs définitions, et il peut être désirable de continuer à marquer cette analogie par l'emploi d'un vocable commun pour ces trois transformations. Il suffirait alors d'employer « figures opposées par rapport à une droite, un point ou un plan ». On pourrait naturellement employer indifféremment « opposées » ou « symétriques » toutes les fois que l'opposition reviendrait à une symétrie. Mais si on tient à conserver le mot « symétriques » dans tous les cas, c'est un autre mot qu'il faut alors employer pour la transformation générale que j'ai appelée « symétrie » ; l'expression « Retournement » a été proposée, mais elle se prête à des confusions.

Dans certaines figures, dans les pyramides régulières, par exemple, il y a des axes tels qu'une certaine rotation autour de ces axes, amène la figure en coïncidence avec elle-même. Pour marquer la grandeur de cette rotation, on est conduit de nouveau à employer les expressions « axe de demi-tour » puis « axes de tiers, de quart... de tour » ou bien « axes binaires, ternaires... etc. »

J. Lhermitte,
Professeur au Lycée Janson de Sailly.

21. Comment remplacer l'expression « Plan vertical de projection » ?

Pour remplacer l'expression « Plan vertical de projection », j'ai proposé d'adopter l'un des termes simples « *Mur* » ou « *Tableau* », le second ayant l'avantage d'être employé avec le même sens en Perspective. Les deux termes sont utilisés par les techniciens, et il me semble, pour de nombreuses raisons, que nous avons intérêt à conserver les mots techniques toutes les fois qu'ils ne sont pas une cause d'erreur.

Pour le même motif, je propose de revenir au terme simple de « *Géométral* » pour désigner le plan horizontal de projection.

M. Roby,
Professeur au Collège de St-Germain-en-Laye.

22. A propos du mot « rapport »

Après les communications de MM. Ribeyre et Thovert (*Bulletin* n° 35, pages 138 et 140) et la note de M. Weill (*Bulletin* n° 37, page 33), il me paraît utile de faire encore quelques remarques.

Je suis tout à fait convaincu avec M. Ribeyre, qu'il est indispensable, au moins dans l'enseignement élémentaire, et même, à mon avis, jusqu'en Mathématiques spéciales, de fonder les définitions des opérations relatives aux nombres sur les opérations de mêmes noms portant sur les grandeurs. Ces grandeurs peuvent être en réalité de nature variée, mais on peut les ramener pour le but qui nous intéresse, à deux types : la grandeur *scalaire*, représentable par un segment rectiligne, ou par un vecteur parallèle à une direction fixe, et la grandeur *vectorielle*, représentable par un vecteur libre dans un plan ou dans l'espace.

Conformément à des suggestions rencontrées dans l'article de M. Vieillefond et l'ouvrage de E. Dumont indiqués par M. Weill, ainsi que dans les *Eléments de Calcul vectoriel* de Burali-Forti et Marcolongo, j'ai tenté dans l'ouvrage que veut bien citer M. Weill d'exposer d'une manière systématique et uniforme les définitions relatives aux nombres absolus (ou arithmétiques), aux nombres relatifs (ou algébriques) et aux nombres complexes (ou imaginaires). Cette méthode a déjà à plusieurs reprises subi l'épreuve de l'enseignement dans des classes très différentes, en 3e A et B, 2e C et D, pour les nombres relatifs, en Spéciales préparatoires et Centrale, pour l'ensemble de la théorie, et particulièrement pour les nombres complexes.

Pour me borner à l'enseignement élémentaire, il est à mon avis indispensable de définir avant toute autre notion *le rapport* de deux grandeurs de même espèce, comme je l'ai indiqué dans ma note antérieure (*Bulletin* 33, page 74) ; la notion de *mesure* en résulte immédiatement avec simplicité et précision, et *on démontre* alors très facilement que le rapport de deux grandeurs commensurables de même espèce est égal au quotient de leurs mesures avec une même unité. Un article spécial serait nécessaire pour exposer comment ce point de vue, qui s'étend de lui-même aux nombres relatifs, par la considération du rapport de deux vecteurs parallèles, s'applique non moins aisément aux nombres complexes, regardés comme rapports de vecteurs de directions différentes, mais parallèles à un plan fixe.

En ce qui concerne les remarques de M. Thovert, nous sommes sur le fond tout à fait d'accord, puisqu'il reconnaît comme moi la nécessité de distinguer le quotient *indiqué* du quotient *effectué* ; la question de terminologie n'a évidemment qu'une importance relative, l'essentiel étant de faire explicitement la distinction par un procédé quelconque.

Toutefois, au point de vue de l'enseignement élémentaire, les suggestions de M. Thovert me donnent quelque inquiétude ; l'exposé abstrait qu'il propose, et qui ne soulève aucune objection théorique (1), peut-il être pleinement compris et assimilé avec profit par les jeunes élèves ? Je préfère pour ma part, ainsi que le demande M. Blutel, passer du concret à l'abstrait ; et si séduisants que puissent être pour nos esprits les exposés plus purement logiques, je crois qu'il faut les réserver pour l'enseignement supérieur. Il est certain d'ailleurs que les opinions sur ce sujet ne peuvent être les mêmes chez tous les professeurs ; cela dépend de leur tempérament intellectuel, et de la façon dont ils entendent leur enseignement.

Mais, puisque l'occasion s'en présente, je crois pouvoir dire qu'à mon avis, on a commis une erreur qui procède des mêmes tendances abstraites, en introduisant la notion de coupure dans les programmes de Mathématiques Spéciales. Et je me permets de rappeler à ce sujet un passage des Instructions de 1904 (Circulaire ministérielle et Rapport de la sous-commission de préparation des programmes de Mathématiques Spéciales) que l'Ecole Polytechnique reproduit, très sagement il me semble, en annexe au programme d'admission : « L'expérience a montré quels graves inconvénients présente, pour la formation des débutants, le développement prématuré et trop rigoureux des théories qui touchent aux principes. Il est dangereux d'insister sur des subtilités que seules des intelligences déjà rompues aux abstractions peuvent nettement percevoir, et un tel enseignement, même compris, ne saurait que rebuter de jeunes esprits ». Sans partager absolument cette opinion, et en faisant quelques réserves sur le caractère un peu trop absolu de ses affirmations, je crois que tout en accordant dans notre enseignement à tous ses degrés une place légitime à la rigueur et à l'abstraction, nous devons voir dans cet enseignement autre chose qu'une simple série d'exercices de logique, et non seulement lui donner comme but l'éducation du raisonnement, mais en faire un instrument de formation intellectuelle et de culture générale aussi larges que possible.

M. Weber,
Professeur au Collège Chaptal.

(1) Cf. *Leçons d'Arithmétique* de Jules Tannery (préface de la 6e édition et chapitre sur les fractions ordinaires).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé)*. — 30.368