9e Année. — N° 34. Février 1924.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

Paraissant tous les trimestres

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

DEUXIÈME PARTIE

ADMINISTRATION
44, boulevard St-Michel, PARIS (VIe)

Les membres de l'Association (cotisation : 5 fr. pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que toute publication de l'Association.

Abonnement d'un an au *Bulletin* : France, **5** fr. — Etranger, **7** fr. **50**
Prix d'un numéro du *Bulletin* : — **1** fr. — — **1** fr. **50**

9^e^ Année. — N° 34. Février 1924.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants

1. Paiement des cotisations 1923-1924

Le Trésorier prie instamment les membres de l'Association qui n'ont pas encore payé leur cotisation pour l'année scolaire courante (5 francs à verser en octobre, art. 4 des statuts), **de vouloir bien le faire au plus tôt** — pour éviter les frais de recouvrement à domicile — et de préférence à l'aide d'un chèque postal (frais d'envoi : 0 fr. 25) en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

> Paris, C/c 550.44 — E. WEILL
> 6, rue Leclerc, XIVe

L'inscription au *Bulletin* des membres ayant versé leur cotisation tient lieu de reçu.

2. Convocation des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire des jeunes filles

Sur le désir exprimé au Bureau de l'Association par plusieurs professeurs de Mathématiques des lycées de jeunes filles de Paris, une réunion aura lieu au Lycée Louis-le-Grand, le jeudi 3 avril 1924, à 14 heures, en vue d'examiner les programmes de mathématiques dans les cours préparatoires au Diplôme.

Toutes les professeurs de Mathématiques sont cordialement invitées à cet entretien.

II. Assemblée générale ordinaire de 1924

Convocation

D'après l'art. 7 des statuts :

« *L'Association se réunit en assemblée générale ordinaire au moins* « *une fois par an, aux vacances de Pâques. Cette assemblée est formée des* « *membres présents de l'Association et de leurs délégués. Tout délégué* « *doit être membre de l'Association, et ne peut disposer d'un nombre de* « *voix supérieur au dixième du nombre des membres de l'Association.* »

L'assemblée générale aura lieu le **samedi 26 avril 1924, à 8 heures du matin, au Lycée Louis-le-Grand.**

Le présent avis tient lieu de convocation.

Ordre du jour :

1° Rapport du Trésorier, approbation de l'exercice 1922-1923 ;

2° Modifications à apporter aux statuts : Modalité d'élection des membres du Comité ;

3° Unification des définitions de mots et des notations mathématiques : M. Flavien, professeur au Lycée Henri IV, rapporteur ;

4° Les Mathématiques au Baccalauréat : M. Weill, professeur au Lycée Saint-Louis, rapporteur ;

5° Horaires, programmes et organisation de l'enseignement des mathématiques dans l'Enseignement secondaire ;

6° Rappel de vœux ;

7° Election de huit membres au Comité : dépouillement du scrutin.

Préparation de l'Assemblée générale

Les membres de l'Association — ou les sections — qui désireraient envoyer leur contribution à l'étude des questions inscrites à l'ordre du jour, sont priés de bien vouloir faire parvenir leurs communications **soit** aux rapporteurs, **soit** à M. Delcourt, secrétaire, 21, avenue de Chatillon, Paris (14e).

Ils trouveront encartés, au milieu de ce *Bulletin*, les bulletins nécessaires pour l'élection au Comité et les réponses aux différentes questions à l'ordre du jour, ainsi que les instructions relatives aux votes par correspondance.

1re Question

Voir le compte rendu financier de l'exercice 1922-1923, pages 13 et 14 du *Bulletin* n° 32.

2e Question

Modifications à apporter aux statuts : Modalités d'élection au Comité.

Une contradiction résultera, cette année, de la rédaction actuelle de l'article 9 : *Le Comité est composé de vingt membres élus pour quatre* *ans et renouvelables chaque année par quart.* Il convient de procéder à l'élection de huit membres, pour obtenir le nombre fixé par cet article, mais il s'ensuivra que le renouvellement par quart sera incompatible avec la durée du mandat fixé à quatre ans.

Dans sa réunion du 18 octobre 1923, le Comité avait prévu des élections complémentaires, ayant lieu en même temps que les élections habituelles, les candidats étant nommés au Comité pour un nombre d'années d'autant plus grand qu'ils auront obtenu un plus grand nombre de suffrages.....

A la réunion du 31 janvier 1924, M. GROS propose au Comité de s'en tenir à la suppression des mots « renouvelables chaque année par quart » et de soumettre à l'Assemblée générale le texte suivant :

Art. 9. — Un Comité est chargé de l'administration de l'Association. Il est composé :

1° .....

2° *De vingt membres élus pour quatre ans, à la pluralité des suffrages, par l'Assemblée générale ordinaire. Les membres sortants ne sont pas immédiatement rééligibles. Les membres honoraires ne sont pas éligibles au Comité.*

Les membres du Comité sont élus au scrutin de liste et à bulletin secret. Le vote est personnel ; le vote par correspondance est admis.

Se reporter au compte rendu de l'Assemblée générale du 22 avril 1922, page 86 du *Bulletin* n° 25, et aux réunions du Comité du 18 octobre 1923, page 17 du *Bulletin* n° 32, et du 31 janvier 1924, page 83 du présent *Bulletin*.

3° QUESTION

Termes proposés, conformément à la résolution renouvelée par l'Assemblée générale de Pâques 1923 (1), et sur lesquels l'entente semble possible :

1° NOMBRE ALGÉBRIQUE (nombre positif, nul ou négatif) : terme réservé par l'Assemblée générale de 1923 (où il avait été approuvé par 97 voix contre 3) jusqu'à l'Assemblée générale de Pâques 1924. Voir le *Bulletin* n° 25, page 88, le *Bulletin* n° 26, page 122, et le *Bulletin* n° 30, page 108.

2° PLAN FRONTAL (pour désigner le plan vertical de projection).

Se reporter aussi aux rapports présentés par M. FLAVIEN aux Assemblées générales ordinaires de 1921, 1922 et 1923 (*Bulletins* n° 20, 25 et 30) et aux nombreux articles relatifs à cette enquête publiés par le *Bulletin*).

(1) « *L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le Bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y a lieu, un tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.* »

4e Question

Se reporter à plusieurs communications publiées par le *Bulletin* (1) et aux exposés faits par M. Weill, page 98 du *Bulletin* n° 29 et page 109 du *Bulletin* n° 30, sanctionnés par le mandat donné au Bureau par l'Assemblée générale de 1923 (2).

5e Question

Horaires et programmes : Se rapporter aux diverses communications publiées par le *Bulletin* (3), à l'Arrêté du 3 décembre 1923 (4), aux observations de M. Grévy au sujet des nouveaux programmes (page 105 du présent *Bulletin*), et à la déclaration du Comité dans sa réunion du 31 janvier 1924 (page 84 du présent *Bulletin*) qui regrette la nouvelle réduction d'une demi-heure dans l'horaire des mathématiques de la classe de Seconde, l'absence des interrogations prévues pour la classe de Mathématiques, et qui déplore les modifications apportées aux programmes adoptés par le Conseil Supérieur de l'Instruction publique après entente avec l'Association des Professeurs de Mathématiques.

Organisation de l'enseignement mathématique : Se reporter aux communications faites à plusieurs réunions du Comité (voir le présent *Bulletin*, page 84 ; le *Bulletin* n° 32, page 18 ; le *Bulletin* n° 29, page 72 ; etc...)

6e Question

Rappels de vœux : *L'Association des Professeurs de Mathématiques émet les vœux :*

1° « *Que l'admissibilité aux examens oraux du baccalauréat ne reste acquise que de la session de juillet à la session d'octobre suivante (et éventuellement aux sessions extraordinaires qui pourraient avoir lieu en cours d'année).* » (Se reporter au *Bulletin* n° 25, page 91).

2° « *Que les jeunes filles puissent être admises dans les classes de Mathématiques Spéciales des lycées de garçons* (5), *ainsi qu'elles ont été autorisées à suivre, dans les établissements secondaires de garçons, les classes de Première, de Mathématiques, de Philosophie, et les cours préparatoires aux grandes écoles où les femmes sont admises* ». (Se reporter aux *Bulletins* n° 25, page 91 ; n° 27, page 17 ; n° 28, page 42 ; n° 31, page 136 ; n° 32, page 22, et au présent *Bulletin*, page 86).

(1) Voir les *Bulletins* n° 25, pages 101 et 103 ; n° 30, page 119.

(2) « *L'Assemblée donne mandat au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets des compositions de mathématiques donnés au Baccalauréat et de transmettre aux autorités compétentes — s'il y a lieu — les remarques que cette étude aura suggérées.* »

(3) Voir les *Bulletins* n° 20, page 43 ; n° 22, pages 12 et 21 ; n° 23, pages 42 et 43 ; n° 25, pages 93 et 97 ; n° 26, page 116 et 124 ; n° 27, pages 15, 16, 24 et suivantes ; n° 29, pages 73 et 79 ; n° 30, page 114 ; n° 31, page 137 ; n° 32, page 15.

(4) Voir le *Bulletin* n° 33, pages 45 et suivantes.

(5) Mesure intéressant non seulement les jeunes filles préparant l'Agrégation de l'Enseignement Secondaire des Jeunes Filles, Section des Sciences mathématiques, mais aussi celles désirant suivre l'enseignement supérieur de la Physique, ainsi que l'écrivaient Mlle Dubois et Mme Bourgin, vice-présidente et secrétaire de l'Union des Physiciens, dans une note publiée par le *Bulletin de l'Union des Physiciens*, nos 164-165, page 256.

III. Etat de l'Association

727 membres au 31 janvier 1924

1. Inscriptions

(L'astérisque indique un membre honoraire)

MM.

Bargues, La Rochelle.
Blanc, Bédarieux (C.).
Cadillon (Mlle), Niort (F.).
Cazelles (Mlle), Montauban (F.).
Estèbe, Castelsarrasin (C.).
Faucheux, Aurillac.
Félix (Mlle), Lille (F.).
Got, *Pasteur*.

MM.

*Jacquème, Rochefort, *Censeur*.
Hickel, Haguenau.
Martenot, Clermont-Ferrand.
Paulin, Le Puy.
Raymond (Mlle), Alais (C.F.).
*Robert (F), Alger-Bouzaric, *E.N.*
Wackenheim, Haguenau.
Wargny, Amiens.

2. Radiations

M. Chrétien (A.), Châlons-sur-Marne (C.), *en retraite*.
Mlle Collet, Strasbourg (F.), *démissionnaire*.
Mme Vénencie-Durbec, La Rochelle (C.F.), *démissionnaire*.

3. Cotisations reçues du 1er décembre au 31 janvier

(2e liste de cotisations 1923-1924 : 173 ; au total : 544)

Les noms en *italiques* sont ceux des membres ayant un nouveau poste

Membres honoraires : M. *Chattelun, censeur au Lycée de Bayonne.*
M. *Jacquème, censeur au Lycée de Rochefort.*
M. *Labrunie, inspecteur d'Académie à Gap.*
M. Rieumajou, *proviseur au Lycée de Cherbourg.*
M. Robert (F.), *prof. E.N.I., Alger-Bouzaric.*

En congé : M. Puig, *à Ponteilla (Pyr.-Orient.).*

Alais (C. F.). — Mlle Raymond.
Amiens. — MM. Delcourt (E.), Rambaud, Ranson (E.), Tournaux, *Wargny*.
Amiens (F.). — Mlle Duchaussoy.
Armentières (C.). — M. Devin.
Aurillac. — M. *Faucheux*.
Bar-le-Duc (2e liste). — M. Guérin.
Bédarieux (C.). — M. Blanc.
Belfort. — M. Benoît-Gonin.
Bourg. — M. Varchon.
Castelsarrasin (C.). — M. *Estèbe*.
Chambéry. — MM. Antoine (...), Carron, Raymond.
Charleville (F.). — Mlle Arnould.

Clermont-Ferrand. — MM. Mahuet, *Martenot*, Pradet, Roddier, Sanselme.
Colmar. — M. *Millet (E)*.
Douai. — MM. Dewailly, Gaudron, L'Hévéder, Ranson (H.).
Fort-de-France. — M. Bernard (Ch.).
Gap. — M. *Séguin*.
Grenoble (F.). — Mlle *Mabelly*.
Haguenau. — MM. Hickel, Pioger, Wackenheim.
Hanoï. — MM. Brachet, Desfont, Freydier, Michel (A.).
Hanoï (C.). — MM. Burnier, Droin, Pouget.
Hanoï (J. F.). — Mlle Gleizes, Mme Maumus.
La Rochelle. — MM. Bargues, Lesgourgues (L.), Vénencie.
La Roche-sur-Yon. — M. Deringère.
Le Mans (F.). — Mlle Filon.
Le Puy. — M. Paulin.
Lille (F.). — Mlles *Félix*, Pannetier.
Limoges. — M. Sartre.
Luçon (C.). — M. Noiron.
Lunel (C.). — M. *Donnet*.
Lyon, *Ampère*. — MM. Catella, Charbonnier, Denizot, Dorlet, Grémillot, Henry, Wottling.
Lyon (F.). — Mlle Démoré.
Marseille, *Longchamp* (F.). — Mlle Mouren.
Metz. — MM. Armbruster, Bellocq (D.), Cordier, Deperrois, Génin, Kieffer, Martin (M.), Pallez.
Millau (C.). — M. Maris.
Montauban (F.). — Mlle *Cazelles*.
Montbéliard (C.). — M. Fournier.
Montluçon. — MM. Chambonnet, Chanier, Martin (F.), Pradon.
Nantes. — MM. Blineau, Cassin, *Degeorge*, Desanges, Desforge, Francillon, Le Gentil.
Nice. — MM. Bazerque, Charasse, Delbourg, Fabre, Faraggi, Ponzevera, Vimeux.
Nimes. — MM. Blaquière, Combe, Dontot, Marcantoni, Morère, Perrier.
Nimes (F.). — Mlle Verrieux.
Niort (F.). — Mlle *Cadillon*.
Nogent-le-Rotrou (C.). — M. Simon.
Orléans. — MM. Fouyé, Lamoureux, Malnoy, Papelier.
Paris, *Janson*. — MM. Anzemberger, Decerf, Dumont (G.), Gautheron, Julien, Lemaire, Lhébrard, Lhermitte, Martin (L.), Perfetti, Rech, Sainte-Lague, *Sourd*, Vacquant.
Paris, *Jules-Ferry* (F.). — Mlles Dreuilhe, Rozet, Ullmann, Vidal.
Paris, *Louis-le-Grand*. — MM. Bernheim, Bioche, Caignon, Combet, *Commissaire*, Danelle, Dufour (G.), Fort, Fossier, Serrier.

Paris, *Michelet*. — MM. *Durupt*, Ladet, Martinand, Poirot, Richard (E.).
Paris, *Molière* (F.). — Mlle Detchebarne, Mme Ficquet, Mme Jeangirard.
Paris, *Pasteur*. — MM. Coissard, *Got*, Lafosse (F.), Rocquemont.
Reims. — MM. Colin, Finot, Perrichet, Vany.
Roanne. — MM. Berlande, Pernet.
Rouen. — MM. Ardré, Lelieuvre, Monpeurt.
St-Claude (C.). — M. Vandel.
St-Germain-en-Laye (F.). — Mlle *de Curel*.
St-Quentin (L. G.). — Mme Jamain-Xambeu.
St-Quentin (F.). — Mlle Joly.
Thiers (C.). — M. *Faure*.
Thionville (C.). — M. Schmidt (A.).
Tourcoing. — M. Vauthier.
Tournon. — M. Gros (O.).
Tulle. — M. Levadoux.
Vendôme (2e liste). — M. *Pénaud*.
Vendôme (C. F.). — Mlle Melet.
Vesoul. — MM. Parrod, Piedvache.

IV. Réunion du Comité

31 janvier 1924

Présents : MM. Commissaire, Delcourt, Mlle Detchebarne, MM. Dumarqué, Grévy, Gros, Jacquet, Lesgourgues, Mlle Picot, MM. Pouthier, Roby, Vieillefond, Weber, Weill.

Excusé : M. Bonin.

La séance est ouverte à 15 h, sous la présidence de M. Commissaire.

M. Dumarqué, secrétaire, donne lecture du procès-verbal de la dernière réunion du Comité (18 octobre 1923), qui est adopté sans observation.

Admission des jeunes filles dans les Etablissements secondaires de garçons. — M. Delcourt signale au Comité une troisième circulaire ministérielle à ce sujet (voir page 86 du présent *Bulletin*), mais il y aurait toujours lieu d'étendre l'autorisation à la classe de Mathématiques Spéciales, mesure intéressant les jeunes filles qui se préparent à l'agrégation de l'Enseignement secondaire des jeunes filles, section des Sciences Mathématiques.

Membres honoraires. — Après avoir inscrit cette année parmi les membres honoraires MM. Chattelun, devenu censeur au Lycée de Bayonne, Labrunie, devenu Inspecteur d'Académie à Gap, et Rieumajou, proviseur du Lycée de Cherbourg, le Comité nomme membres honoraires MM. Jacquème, censeur au Lycée de Rochefort, et Robert (F.), professeur à l'Ecole Normale d'Alger-Bouzaric.

Assemblée générale ordinaire de Pâques 1924. — Le Comité fixe au samedi matin 26 avril la date de l'Assemblée générale ordinaire de 1924, et arrête l'ordre du jour (voir p. 78 du présent *Bulletin*). Quelques articles de cet ordre du jour font l'objet d'un échange de vues :

Elections complémentaires au Comité. — M. Gros demande que l'on revienne sur la décision qui avait été prise à la réunion du 18 octobre 1923 (voir le *Bulletin* n° 32, p. 17), et qu'on modifie l'article 9 des Statuts, qui dit que le Comité est composé de vingt membres élus pour quatre ans par l'Assemblée générale ordinaire et renouvelables chaque année par quart.

Le membre de phrase « renouvelables chaque année par quart », légitime pendant les premières années qui ont suivi la fondation de l'Association et destiné alors à établir un roulement, devient contradictoire par suite de l'élection de huit membres cette année, avec le fait que « les membres sont élus pour quatre ans ».

M. Gros propose de soumettre à l'Assemblée générale la modification suivante aux Statuts : Suppression des mots « et renouvelables chaque année par quart ». M. Delcourt propose d'ajouter que les membres du Comité sont élus à la pluralité des suffrages. On aura ainsi un texte net, ne demandant pas d'interprétation. L'Assemblée générale de Pâques 1922 avait d'ailleurs décidé de revoir ultérieurement cette question (voir le *Bulletin* n° 25, p. 86).

M. Commissaire fait observer que les modalités adoptées pour les élections complémentaires dans la réunion du 18 octobre 1923 et employées dans nombre d'autres sociétés, avaient l'avantage de rétablir le renouvellement annuel par quart et de ne nécessiter aucune modification des Statuts. La proposition de M. Gros n'évite pas l'inconvénient d'être obligé de voter certaines années pour plus de cinq membres. Il est, du reste, choquant de rédiger un article des Statuts de façon à en rendre l'application impossible au moment de la formation d'une société.

Horaires et programmes. — Le Comité prend connaissance de plusieurs observations relatives à l'arrêté du 3 décembre 1923.

Il regrette la nouvelle réduction d'une demi-heure dans l'horaire des mathématiques de la classe de Seconde et l'absence des interrogations qui avaient été prévues pour la classe de Mathématiques.

Il déplore les modifications apportées aux programmes adoptés par le Conseil supérieur après entente avec l'Association des Professeurs de Mathématiques (voir la note de M. Grévy, page 98 du présent *Bulletin*).

Organisation de l'enseignement mathématique. — M. Commissaire entretient le Comité de diverses réclamations relatives à l'organisation de l'enseignement des mathématiques dans certains établissements secondaires de garçons : il compte écrire à ce sujet à M. le Directeur de l'Enseignement secondaire et appeler son attention :

1° sur le maintien de divisions trop nombreuses,

2° sur le vœu de l'Association demandant qu'aucun enseignement mathématique ne soit confié, sans l'avis conforme des Inspecteurs généraux, à une personne non qualifiée par ses titres.

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 17 h.

V. Conseil Supérieur de l'Instruction publique

Dans sa session de janvier 1924 (1), le Conseil supérieur de l'Instruction publique a donné son avis sur plusieurs projets de décrets et d'arrêtés concernant l'Enseignement secondaire.

Le plus important avait pour objet la réorganisation de l'enseignement des jeunes filles. Au cours de ces dernières années, il a fallu, sous la pression des nécessités sociales, organiser une préparation au Baccalauréat dans les établissements d'enseignement féminin. Il s'agissait de régulariser et d'améliorer cette situation de fait.

Le projet de décret adopté dans son ensemble par le Conseil supérieur prévoit l'institution, à côté d'un enseignement portant sur les mêmes matières que l'enseignement actuel mais donné suivant les programmes de nos lycées de garçons, d'un enseignement facultatif portant sur le latin et le grec dans les classes de 6e, 5e, 4e et 3e, puis en outre sur les sciences dans les classes de 2e et de 1re. A partir de la 3e les élèves se destinant au Diplôme suivraient des cours spéciaux (morale, économie domestique, droit usuel, psychologie, sciences, etc.). Enfin, des divisions de Mathématiques et de Philosophie sont prévues pour la préparation au Baccalauréat.

Toutefois, dans le projet soumis au Conseil supérieur, la Troisième Année Primaire du régime actuel devait être remplacée par la nouvelle Sixième. Afin de reculer l'âge auquel les jeunes filles auront à fournir un effort pénible et dans le but de leur éviter tout surmenage le Conseil a demandé que la nouvelle 6e remplace seulement la 1re année secondaire. Les arguments développés par un représentant des Facultés de Médecine ont, pour une bonne part, déterminé le Conseil.

Enfin, un vœu qui a recueilli une trentaine de signatures demande la création d'un Diplôme de fin d'études secondaires, délivré après un examen public ouvert à toutes les jeunes filles sans distinction d'origine. Ce diplôme donnerait, comme le Baccalauréat, l'accès aux Facultés.

Le Conseil supérieur a aussi adopté un projet d'arrêté aux termes

(1) Voir, dans la *Revue Universitaire* n° 2, février 1924, page 124 et suivantes, le compte rendu de cette session, donné par M. Beauvalon, professeur de Philosophie au Lycée Louis-le-Grand, membre du Conseil supérieur.

Une note de ce compte rendu (p. 135) indique que « d'un rapport de M. l'Inspecteur général Blutel, il résulte que les nouveaux programmes scientifiques entraîneront, quand il seront complètement en vigueur, la suppression d'une centaine au moins de chaires de mathématiques ».

duquel le nouveau programme de philosophie sera appliqué à partir d'octobre 1924 dans les classes de Philosophie et de Mathématiques. En outre, pour les lettres et pour les langues vivantes on suivra à partir de la même date les listes prévus par les nouveaux programmes. Pas d'autre anticipation, en particulier, pas d'anticipation pour les mathématiques. Les mesures prises respectent le droit reconnu aux élèves qui ont commencé leurs études secondaires avant 1923 de les poursuivre et de les achever avec les programmes et les horaires qui étaient en vigueur au moment de leur entrée dans les établissements d'enseignement secondaire.

Un projet d'arrêté dont l'objet était d'étendre le Concours général notamment aux classes de Mathématiques Spéciales et de Première Supérieure a été repoussé par le Conseil supérieur. Le Conseil demande seulement que les élèves de Paris et des départements ne fassent plus l'objet de deux classements distincts.

H. Commissaire.

VI. Documents officiels

10. Admission des jeunes filles dans certaines classes des établissements secondaires de garçons

Circulaire ministérielle du 10 décembre 1923 aux Recteurs
(Bull. adm. n° 2527, 1er janvier 1924, page 8)

Comme suite à mes circulaires des 23 octobre 1922 et 21 juin 1923 (1), j'ai l'honneur de vous faire connaître que, pour répondre au désir qui m'a été exprimée par de nombreux pères de familles, et sur avis conforme de la Section permanente du Conseil supérieur de l'Instruction publique, j'ai décidé que les jeunes filles pourront, par décisions spéciales, être admises à suivre les cours de Première dans les lycées et collèges de garçons, *lorsque la préparation au baccalauréat ne sera pas organisée dans le lycée, collège ou cours secondaire de jeunes filles de leur résidence.*

Toutefois, et en raison même du jeune âge des élèves susceptibles de bénéficier de cette mesure, il me parait nécessaire d'entourer ces autorisations de certaines garanties. Toute admission de jeunes filles dans la classe de Première des lycées et collèges de garçons sera donc subordonnée à une autorisation préalable de votre part, qui ne pourra être accordée, pour chaque cas individuel, qu'après avis motivé du proviseur ou du principal intéressés, lesquels devront, chaque fois que les circonstances le permettront, appuyer cet avis sur une consultation du Conseil ou du Bureau d'administration.

(1) Voir les *Bulletins* n° 27, page 16, et n° 32, page 22.

11. Rapport sur la Composition de Mathématiques (Classe de Mathématiques) au Concours général des Lycées et Collèges en 1923

Le nombre des concurrents, inférieur à celui de l'an dernier, s'est élevé à 351, soit 114 à Paris, 231 en province, 6 aux colonies. Près d'un tiers (105 exactement) ont remis des copies blanches ou ne portant que l'énoncé. La difficulté de la question (1) ne suffit pas à expliquer un pareil nombre d'abstentions.

Après une première série de lectures, 29 copies seulement ont été retenues, en vue du jugement final, dont 14 à Paris et 15 en province. On sait que 14 ont été couronnées, savoir 6 à Paris et 8 en province.

Le classement définitif a donné l'ordre suivant : Paris et Départements, Départements, Paris et Départements, Paris, Paris, Départements, Paris, Paris et Départements, Départements, Départements et Départements.

Les notes correspondantes, attribuées d'après un maximum de 80, sont : 59, 59 ; 54 ; 50, 50 ; 45 ; 43 ; 41 ; 39 ; 35, 35 ; 34 ; 28, 28.

Les 15 copies écartées ont obtenu des notes inférieures à 24.

En dehors des 105 copies blanches et de ces 15 copies écartées après le jugement final, 217 l'ont été avec des notes globales inférieures à 20 ; la plupart ne contenaient qu'un essai, parfois heureux, de la première partie du problème.

Dans l'ensemble, les résultats ont été jugés meilleurs que ceux de l'an dernier ; il semble que les candidats aient été moins surpris par l'énoncé. D'ailleurs, quelques-uns ont montré une certaine habileté dans le maniement de l'inversion ; ils auraient donc profité de la leçon du passé. L'un d'eux a même utilisé, non sans quelque succès, la transformation par polaires réciproques.

On pourrait s'étonner que le nombre des récompenses attribuées soit inférieur à celui de 1922. Le désir d'encourager les élèves avait incliné les correcteurs vers l'indulgence, lors de la réouverture du concours ; en outre, une coupure nette s'est produite, cette année, après la copie classée quatorzième.

Un examen détaillé des notes obtenues, pour chaque partie du problème, par les 29 copies retenues, donnera une idée plus nette du niveau de l'épreuve.

Première partie. — Les copies sont cotées : 17 (2 copies), 16 (3), 15 (1), 14 (4), 13 (13), 12 (5), 11 (1). D'après cet examen, on voit que 6 notes seulement indiquent une solution satisfaisante. Les concurrents ont répondu ou cru répondre aux questions posées ; mais il est indéniable que la plupart se sont laissé suggestionner par l'énoncé. Si on leur avait demandé de trouver le lieu des centres des cercles tangents à une droite et à un cercle, il est à peu près sûr que tous

(1) Voir l'énoncé page 4 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1923* (le premier encarté dans le *Bulletin* n° 31, le second paru en brochure séparée).

auraient indiqué deux paraboles ; comme l'énoncé n'en demandait qu'une, ils n'en ont trouvé qu'une, avec des raisons qui auraient dû, le plus souvent, leur en donner deux. L'autorité d'un texte mal digéré est venue empêcher le libre exercice d'une pensée juste par ailleurs. Il y a là un exemple frappant, qui s'ajoute à d'autres fréquemment signalés en géométrie.

Les meilleures notes ont été obtenues par des candidats qui ont su tirer un excellent parti des équations des coniques, figurant au programme de la classe de Mathématiques. On pouvait cependant traiter le problème en s'aidant uniquement de la géométrie. Ce n'est pas dans le sens de la géométrie analytique qu'il convient d'orienter les élèves de cette classe.

La distinction des deux familles d'hyperboles a paru mystérieuse à l'ensemble des candidats et bien des choses inexactes ont été produites à ce sujet. Les difficultés rencontrées tiennent à un examen insuffisant des réciproques. On montre bien que les hyperboles qui ont un foyer, un point et une direction asymptotique donnés, se groupent en deux familles, les directrices de chaque famille, relatives au foyer donné, passant par un point fixe ; mais on ne songe pas à montrer que si l'on remplace l'une des conditions données (le foyer excepté), par la fixité d'un point convenable de la directrice, la famille correspondante d'hyperboles reste la même. Cet état d'esprit s'était fait remarquer, lors de l'épreuve précédente, et on le trouve à chaque instant dans les classes. Les élèves habitués à des transformations algébriques qui sont réversibles, quand on les effectue convenablement, s'imaginent volontiers qu'il en est de même avec tous les modes de raisonnement. Il y a là un sérieux danger pour la culture.

Deuxième partie. — Les notes s'échelonnent beaucoup plus. Ce sont : 17 (2 copies), 16 (1), 15 (1), 14 (3), 13 (1), 12 (2), 11 (3), 10 (1), 9 (2), etc., jusqu'à 0.

Les difficultés rencontrées sont, cette fois, d'un ordre différent. Elles tiennent à une étude incomplète des propriétés visées dans la première partie. Beaucoup de résultats sont exacts, mais la justification en est souvent insuffisante : comme l'énoncé ne fournissait aucune indication sur leur nature, l'intuition des candidats s'est exercée librement.

Troisième partie. — Les notes se dispersent plus encore et les meilleures copies se classent définitivement, pour la plupart. On trouve : 18 (1 copie), 17 (3), 16 (2), 15 (2), 14 (2), 12 (1), 9 (1), 5 (1) ; les autres notes ne dépassent pas 2. Toutes les copies dont les cotes viennent d'être signalées ont été récompensées.

Cette partie du problème a été mieux traitée que les deux premières, dans l'ensemble des bonnes copies tout au moins.

Quatrième partie. — La plupart des concurrents sont à bout de souffle. On trouve : 18 (1 copie), 11 (1), 10 (1), 6 (1), 4 (1), toutes les autres notes étant 1 ou 0. Un seul candidat a donc vu à peu près tout ce qu'il y a d'intéressant dans cette dernière question.

Le rapprochement de ces notes montre que le sujet était bien adapté, puisqu'on en trouverait une solution presque complète en groupant ce qu'il y a de bon dans les diverses copies.

Les observations faites par les correcteurs méritent d'être signalées : L'orthographe et la rédaction sont souvent mauvaises (un candidat qui a des idées justes et parfois originales, écrit « assymptote, longeur, parrallèle, séquente,... ») ; les figures sont mal faites et manquent parfois à l'étude de passages importants, le correcteur est obligé de les faire pour suivre la pensée du candidat ; on change les lettres indicatrices, fournies par l'énoncé, ce qui rend la correction extrêmement pénible.

Ce sont là des remarques que les maîtres ont faites bien souvent : on leur demande, dans l'intérêt de tous, de se montrer exigeants à ce sujet, auprès de leurs élèves.

Enfin, pour clore cette étude sur une remarque dont les initiés goûteront toute la saveur, et pour convaincre ceux qui douteraient encore des ravages que peuvent produire une étude mal digérée de la géométrie analytique et la foi aveugle dans l'autorité du maître ou celle du texte imprimé, citons cet extrait d'une copie :

« ces hyperboles ayant une corde commune et un foyer commun F, forment un faisceau ; on sait que les polaires d'un point fixe par rapport aux coniques d'un faisceau *ponctuel* (c'est le rapporteur qui souligne) passent par un point fixe..... Or la directrice d'une conique, correspondant à un foyer F, est la polaire de ce foyer par rapport à la conique considérée. Donc les directrices des hyperboles considérées, c'est-à-dire les polaires, par rapport à ces mêmes hyperboles, du foyer commun F, passent par un point fixe I. » Il eût été dommage d'abréger cette citation !

L'Inspecteur général, président de la Commission de correction,

E. BLUTEL.

12. Rapport sur la Composition de Mathématiques (Classe de Première C-D) au Concours général des Lycées et Collèges en 1923

Le problème proposé aux concurrents (1) comprenait deux parties : la première se rapportait surtout à l'algèbre et à la trigonométrie, la deuxième était purement géométrique. L'énoncé n'indiquait pas qu'elles étaient indépendantes l'une de l'autre ; et beaucoup d'élèves, arrêtés par les calculs ou par la discussion du début, n'ont pas abordé à temps la solution de la question de géométrie : cela a empêché certains d'entre eux de donner leur mesure.

Ces deux parties du problème étaient de difficulté inégale. Le calcul

(1) Voir l'énoncé, page 5, des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1923* (le premier encarté dans le *Bulletin* n° 31, le second paru en brochure séparée).

supposait une certaine habitude du maniement de l'algèbre, et la connaissance des éléments de trigonométrie du programme ; la discussion des résultats faisait appel aux qualités d'ordre, de méthode et de réflexion qu'on peut espérer rencontrer parmi les très bons élèves de Première C-D. La géométrie, moins ardue, était accessible à de bons candidats au baccalauréat, mais il fallait, pour bien traiter la question, de la logique et de la finesse.

Dans l'ensemble, le concours n'a donné que des résultats moyens. Sur plus de 550 compositions (Paris et province), une vingtaine seulement contenaient la valeur exacte de x^2. Dans la moitié d'entre elles la discussion est entamée ; une seule (1er prix de Paris) pose nettement les conditions à examiner.

Un tiers, à peu près, des concurrents ont, avec plus ou moins de succès, répondu à la première question sur les trièdres supplémentaires. Trois ont donné une démonstration correcte de la réciproque.

Si les bonnes copies de province ont eu, sur celles de Paris, une supériorité marquée, il faut reconnaître que les départements ont la plus forte proportion de concurrents médiocres. La faiblesse de certains d'entre eux nous a surpris ; s'ils sont parmi les meilleurs de leurs classes, à quoi pourrait-on s'attendre de la part de leurs camarades, après avoir lu les affirmations suivantes :

« La hauteur d'un triangle arrive au milieu du côté opposé. »

« L'orthocentre est au tiers de la hauteur. »

« Dans un triangle, $\sin A = \cos(B + C)$. »

« On a : $\sin A = \dfrac{\operatorname{tg} A}{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 A}}$. »

Ces fautes sont sans doute des fautes d'inattention ; la légèreté qu'elles annoncent est presque aussi regrettable que l'ignorance qu'elles pourraient laisser supposer.

Résumons les principales critiques que nous a suggérées la correction du problème.

Première partie : La mise en équation ne présentait aucune difficulté sérieuse et on est surpris qu'elle ait arrêté un si grand nombre d'élèves.

Cet échec paraît tenir surtout à la croyance trop généralement répandue que, pour traiter une question de calcul, il est tout à fait inutile d'observer et même de réfléchir. Dès qu'on a mis ou cru mettre en formules les données essentielles du problème, on fait, au petit bonheur, des transformations, avec l'espoir de trouver la solution au bout d'un certain nombre d'égalités, si on a la chance d'éviter les étourderies. Cette foi profonde en une vertu spéciale à l'algèbre se traduit par de longues pages remplies d'équations dont chacune est si semblable à celle qui la précède que l'auteur ne juge pas utile de donner entre l'une et l'autre un seul mot d'explication. L'idée directrice de cette chaîne de calculs échappe souvent, même dans quelques-unes des bonnes copies. Le souci de rechercher, quand une simplification est obtenue au hasard de ces transformations, si ce résultat simple n'eût pu être atteint par une voie plus directe ne préoccupe pas assez nos élèves.

Nous savons que les professeurs s'efforcent de convaincre leurs élèves de la nécessité de diriger méthodiquement et pas à pas cet instrument puissant qu'est le calcul et de ne faire une transformation que dans un but bien déterminé. Ils devront insister plus encore dans ce sens.

Aucun concurrent n'a observé que la valeur de x^2 était le quotient de deux polynômes homogènes en sin B, sin C, cos B et cos C. Cette remarque eût conduit immédiatement à l'expression en tg B et tg C.

Enfin, le fait que, B et C jouant le même rôle, le résultat devait être symétrique en tg B et tg C a échappé à un trop grand nombre, et la recherche de x^2 en fonction de u et v a donné lieu à beaucoup de tentatives maladroites : 4 o/o seulement des copies donnent l'expression demandée.

La discussion présentait de réelles difficultés, mais elle eût dû être abordée avec une méthode plus sûre, un soin plus attentif des conditions auxquelles sont soumis l'inconnue et les paramètres.

La plupart des élèves ne savent pas assez qu'après avoir mis un problème en équation ils ont remplacé la question posée par une question d'algèbre qui n'est pas nécessairement équivalente. Un seul des concurrents a vu nettement que la formule $x^2 = R^2.f(u, v)$ supposait l'existence du triangle, ce qui exigeait pour les paramètres u et v les conditions nécessaires $u^2 \geqslant 4v$, $uv > 0$. L'étude du signe de $f(u, v)$ a donné lieu à quelques indications exactes, mais la construction de courbe que demandait cette étude laisse à désirer, et fait parfois intervenir des considérations étrangères au programme.

Deuxième partie : La proposition directe était très aisée à établir. Une centaine de copies renferment des solutions satisfaisantes. Personne n'a vu que l'énoncé doit être modifié quand le triangle ABC a un angle droit ou obtus. Personne n'a vu non plus que l'égalité des triangles ABC et A'B'C' se produit dans des conditions différentes suivant que ces triangles ont ou non un angle obtus.

Dans l'examen de la proposition réciproque, nos meilleurs élèves laissent voir qu'ils distinguent mal l'hypothèse de la conclusion et qu'ils connaissent imparfaitement le sens des mots : condition nécessaire, ou condition suffisante. Un seul des concurrents a présenté avec toute la netteté désirable les grandes lignes de la solution du problème de géométrie. Malgré que beaucoup de points de détail lui aient échappé, qu'il n'ait rien dit, par exemple, des cas d'indétermination, dans la réciproque, sa copie dominait largement par sa rédaction rigoureuse et sa logique impeccable l'ensemble du concours. Il a été classé premier.

Notons enfin que certaines compositions accusent un mépris excessif de la forme. L'écriture, la bonne présentation des résultats, la propreté et l'orthographe laissent souvent à désirer. Les figures que le manque de soins rend inintelligibles ne sont pas l'exception. On oublie trop le respect dû à notre langue. L'attention des élèves n'a peut-être pas été assez attirée sur la valeur exceptionnelle, en tant qu'exercice de composition française, de la rédaction d'un problème de géométrie. On abuse d'abréviations inacceptables, dont la variété rend la lecture difficile. Les mots : parallèle, perpendiculaire, triangle, trièdre, sont particulièrement maltraités.

Deux élèves de province qui, par l'ensemble des résultats obtenus, eussent pu prétendre l'un au 2e prix, l'autre au 8e accessit, ont été rejetés au 3e et au 11e rang pour n'avoir pas pris la peine de présenter convenablement leur solution.

L'Inspecteur général, président de la Commission de correction,
A. MARIJON.

DEUXIÈME PARTIE

Adresser au Secrétaire, M. DELCOURT, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14e, toute communication relative à la rédaction de la deuxième partie du *Bulletin*.

Il remercie les membres de l'Association qui ont bien voulu lui envoyer dès leur apparition des énoncés de problèmes d'examens ou de concours ou lui signaler des articles de pédagogie ou d'enseignement mathématique publiés par des Revues françaises ou étrangères.

A la recherche d'une méthode

II. DE LA COLLECTION AU NOMBRE ENTIER

J'ai fait allusion, à la fin de mon premier article (voir *Bulletin* n° 33, p. 65), aux difficultés que peut susciter une famille bien intentionnée, lorsqu'elle apporte à l'enseignement une collaboration peu éclairée. Le danger me paraît d'autant plus sérieux que cette étude prétend viser une sorte de rénovation des méthodes. Or, beaucoup parmi nous, sont tentés de croire que la meilleure est celle qui les a formés ! C'est humain et il n'y a pas de raison pour que les parents échappent à cette loi naturelle. Désireux de réduire au minimum l'effort de leurs enfants, certains accepteraient volontiers de les voir conduire dans des sentiers où ils n'ont pas eux-mêmes trébuché trop souvent et où ils pourraient les soutenir à l'occasion. De ce point de vue, ils sont enclins à critiquer les exigences d'un maître qui, mieux informé, cherche à exercer le raisonnement du jeune élève et ne se contente pas de lui faire appliquer les règles traditionnelles. Il n'y a qu'à résister poliment, si l'on ne peut ramener les intéressés à une conception plus saine des droits de l'élève aussi bien que des devoirs du maître.

J'ai parlé aussi du passage des enfants par les mains d'un grand nombre de maîtres ou de maîtresses. Je ne voudrais pas qu'il y eût là l'occasion d'un malentendu. Je connais trop les difficultés rencontrées par ceux qui enseignent les éléments de l'arithmétique, dans les classes primaires ou élémentaires, pour leur adresser la moindre critique. Ils doivent se soumettre aux horaires et aux programmes ; on peut d'ailleurs se demander si l'étendue de ces derniers n'est pas exagérée par le souci de nécessités d'ordre soi-disant pratique et si l'on n'impose pas aux enfants des règles qu'ils seront fort empêchés d'appliquer dans la suite, faute d'en avoir bien vu l'origine. Enfin, là aussi, il faut compter avec les exigences des examens.

Tout au plus pourrais-je signaler à ces maîtres une tentation à laquelle ils échappent d'autant moins qu'ils se font une idée plus haute de cette partie de leur enseignement : les conséquences d'une anticipation peuvent être graves ; elles n'apparaissent guère que plus tard, à ceux dont la tâche s'en trouve compliquée.

C'est surtout aux professseurs de l'enseignement secondaire que je m'adresse. Les études qui les ont conduits à la licence ou à l'agrégation leur ont donné la science nécessaire et la plupart dominent la matière qu'ils sont chargés d'exposer. Des empreintes successives qu'ils ont reçues, les plus profondes sont presque toujours les dernières et on peut affirmer, sans leur faire tort, qu'ils sont beaucoup plus près des élèves des hautes classes que des enfants de Sixième ou de Cinquième.

L'effort qu'ils doivent faire, pour s'adapter à ces derniers, est considérable. Mais il n'est pas douteux que, s'ils consentent à le donner, leur valeur scientifique viendra faciliter l'exercice de qualités pédagogiques dont le complet développement est conditionné par un contact prolongé avec les élèves. Je pense que le meilleur moyen de leur faciliter la tâche est de remettre les débutants bien en face d'un problème que la plupart ont sans doute perdu de vue depuis longtemps, si tant est qu'ils aient eu l'occasion d'y réfléchir sérieusement. Ceci me ramène à la notion du nombre et d'abord à celle du nombre entier.

Je ne surprendrai personne en affirmant que cette notion repose sur l'existence d'objets auxquels l'homme attribue l'identité ou tout au moins un caractère commun qui les différencie de tous les autres.

Cette notion existe indépendamment de tout symbolisme et de toute connaissance acquise en arithmétique. Pour constater que deux collections d'objets, de même nature ou non, en contiennent le même nombre, il suffit de confronter les unités de chacune. Ce rapprochement donne l'idée d'égalité de deux nombres et aussi celle de nombre plus grand ou plus petit qu'un autre.

Le groupement de deux collections d'objets de *même nature*, ou l'addition de ces collections, conduit à l'addition des nombres attachés à chacune. Cette simple opération donne au nombre des propriétés que possèdent les collections correspondantes, propriétés indépendantes de la nature particulière, mais commune aux objets rassemblés.

L'arithmétique des nombres abstraits peut prendre naissance, à cette occasion, et c'est ce point de départ que l'on adopte souvent, avec des succès divers, pour un enseignement rationnel.

On revient encore, dans l'étude des opérations consécutives à l'addition, à des groupements convenables d'objets. Mais il est assez rare qu'on le fasse d'une façon systématique, tant est grande la hâte d'aboutir à des règles qu'on cherche à fixer dans la mémoire des élèves par les procédés habituels : savoir la répétition et l'application.

N'est-ce pas là l'origine du malentendu que je signalais et de la confusion qui s'établit, au jugement de l'élève, dans les positions respectives du concret et de l'abstrait ?

On aurait de grandes chances d'y échapper si le contact avec le concret durait assez longtemps pour que la règle apparût simplement comme la traduction d'un état d'esprit. On ne verrait plus alors, au même degré, les hésitations et les tâtonnements que l'on constate si souvent dans l'application de la règle abstraite au problème concret.

J'y vois un autre avantage. Les propriétés dégagées des groupements d'objets peuvent être rendues sensibles à l'enfant, soit par la vision directe, soit par le dessin, soit par l'appel à l'imagination convenablement aidée. Elles se graveront profondément dans son esprit. Ce n'est pas à dire qu'il sera toujours facile de lui faire abstraire l'idée générale ; mais la conclusion découverte de cette façon reposera sur des bases solides et non pas seulement sur la mémoire verbale : on aura fait de l'élève autre chose qu'une sorte de technicien en herbe.

Mais est-il possible d'associer aux diverses opérations de l'arithmétique, des groupements concrets qui puissent intéresser les enfants et retenir leur attention ? De nombreux exemples — la plupart n'ont aucune prétention à l'originalité — permetttont d'élucider cette question.

Tout d'abord, il est nécessaire de distinguer, parmi les propriétés des nombres, celles qui s'attachent aux nombres en général et celles qui sont inhérentes aux nombres figurés dans un système de numération.

Il suffit de se reporter à la signification des symboles utilisés et à la façon dont ils sont associés, pour se représenter la complication de tels systèmes. Toutes les opérations élémentaires, addition, multiplication, puissances, quotients et restes de divisions, y sont mises à contribution. Une telle notation, indispensable à l'emploi du nombre dans la pratique, est d'un maniement délicat, voire dangereux, quand il s'agit de découvrir des propriétés qui n'en dépendent pas. Si l'on revient alors à l'idée de collection, on peut, sans réelles difficultés, faire trouver aux enfants des propositions qu'on serait tenté de croire hors de leur portée.

En principe, les propriétés relatives aux nombres figurés sont plus cachées et on s'explique les déboires éprouvés par les maîtres qui veulent faire comprendre la théorie des opérations à de jeunes élèves ; je reviendrai sur ce point.

A voir la façon machinale dont les enfants utilisent la numération — ils ne sont pas seuls —, il est manifeste qu'ils ne songent guère à son origine et à sa signification. Il m'est arrivé assez souvent de leur demander un diviseur de quatre-vingt-seize, en attirant leur attention sur l'impression qu'ils éprouvent en entendant énoncer le nombre ; ce n'est qu'après bien des efforts qu'on m'a répondu « quatre » et plus difficilement encore « seize ». Il y a cependant là une mine d'exercices de calcul mental, propres à développer l'esprit d'observation, en marge de la mémoire et des règles. Un élève qui analyse l'écriture ou l'audition de 22, 33, 44, ..., 99, doit reconnaître que ce sont des multiples de 11 ; il peut donc donner de suite le quotient et le reste de la division par 11, d'un nombre inférieur à 100 : de là à trouver rapidement le quotient et le reste de la division d'un nombre figuré quelconque, par 11, il n'y a qu'un pas et il est bien inutile de résumer, sous forme de règle, les opérations auxquelles cela conduit. On pourrait faire des remarques analogues pour les nombres 222, 333, ..., 999, par rapport à 111.

Pour mieux faire saisir les services que l'on peut demander à l'idée originelle du nombre, j'examinerai successivement les opérations élémentaires.

Addition.

Le groupement de plusieurs collections d'objets de même nature en donne de suite la notion. Il semble qu'il suffise de mentionner l'invariabilité de la somme, lorsqu'on intervertit l'ordre des termes, qu'on les additionne ou qu'on les fractionne. La confusion signalée à ce propos (loc. cit.) montre qu'il faut insister.

L'appel à divers dénombrements des élèves de la classe est un moyen naturel de fixer l'attention sur ce point. J'en ai souvent utilisé un autre. J'imagine trois corbeilles de billes, placées devant moi, et, pour faciliter le langage, j'invite les élèves à leur donner des noms. Ils prennent le jeu au sérieux et j'obtiens parfois des réponses touchantes : « Jeanne..., Rose..., Andrée », me disent des petits garçons. Nous nous arrêtons à des désignations plus courtes et moins personnelles en prenant les lettres A, B, C. Je m'assure que personne n'ignore la lettre accolée à chaque corbeille. Puis je demande combien on voit de billes dans A : l'un me dit 14, un autre 9, un troisième 17. Je propose de satisfaire tout le monde en adoptant une lettre qui rappelle le nom de la corbeille ; on me donne vite a, puis b et c. Je vérifie d'ailleurs que tous attribuent les mêmes nombres symbolisés aux différentes corbeilles, selon leurs positions respectives. Je fais alors le geste de verser le contenu de B dans A et je demande combien il y a maintenant de billes dans cette dernière ; j'obtiens généralement $a+b$ et $b+a$. J'évite de donner mon opinion ; je recommence et l'accord se fait sur $a+b$ que j'écris au tableau. C'est le moment de simuler le transport du contenu de C dans A : la somme $a+b+c$ est indiquée par tous et je la note. Je suppose ensuite que les choses soient remises dans l'état primitif et j'imagine d'autres façons de rassembler toutes les billes dans l'une des corbeilles ; je me borne à trois, mais je demande si l'on pourrait procéder autrement : il est rare que je n'obtienne pas de réponse justifiée. Je m'assure ainsi que l'attention n'a pas faibli. La question habituelle : « Y a-t-il le même nombre de billes, après chaque opération ? » conduit toujours au même résultat ; l'affirmation est nette, nullement influencée par mon intonation. J'écris alors :

$(a+b+c)$ billes $=(b+c+a)$ billes $=(c+a+b)$ billes $=\ldots\ldots$

La substitution d'autres objets aux billes n'arrête personne et on conclut :

$$a+b+c=b+c+a=c+a+b=\ldots..$$

Il semble que tout soit terminé ; or, c'est à cet endroit précis que j'éprouve des résistances. Le plus souvent, j'ai beaucoup de peine à faire dire aux élèves que la valeur d'une somme ne change pas quand on intervertit l'ordre de ses termes. Pourtant la plupart ont déjà entendu prononcer cette phrase : la stupéfaction du maître m'en est presque toujours un sûr garant. Puisqu'ils sont incapables de la répéter, au moment où elle s'impose, c'est qu'ils n'en avaient pas compris le sens. De pareilles constatations ne devraient pas laisser d'illusion sur la pénétration des idées qui n'auront pas été imposées par une longue préparation.

Du point de vue que j'ai signalé plus haut, le problème de l'addition des nombres figurés — c'est celui dont on se préoccupe le plus — peut se formuler ainsi : étant donné les nombres figurés, attachés à plusieurs collections d'objets de même nature, trouver le nombre figuré qui correspond à la collection unique, résultant de leur réunion. On en peut donner la solution de bonne heure ; voici celle que j'ai développée dans plusieurs classes de Sixième.

Je demande aux élèves de se représenter trois groupes de soldats, placés sur un terrain de manœuvres et contenant respectivement 287, 96 et 358 hommes, par exemple. Comme ceux-ci sont astreints à l'ordre qu'impose la discipline, ils sont rangés, dans chaque groupe, par escouades de 10 hommes et par compagnies de 10 escouades. Je m'assure que ces conventions sont adoptées par tout le monde et, m'adressant au hasard dans la classe, je fais dire les nombres de compagnies, d'escouades et d'hommes qui figurent dans chaque groupe. Puis je propose de réunir les trois groupes, en observant toujours la discipline. On commence généralement par la réunion des compagnies, on continue par les escouades et les hommes ; le report d'une compagnie au lieu de 10 escouades et d'une escouade au lieu de 10 hommes s'effectue sans mon intervention. Le groupement terminé, je demande aux élèves s'ils ont déjà entendu parler de cela. Le plus souvent, la réponse est affirmative et, bien que l'ordre suivi ne soit pas celui qui est adopté dans la pratique, on reconnaît l'addition ; je marque la nuance en complimentant les enfants d'avoir commencé par les unités les plus importantes. Il m'est arrivé pourtant, dans une bonne classe d'un lycée parisien, de recueillir une dénégation dont l'accent ne me permettait pas de suspecter la sincérité. Les élèves s'étaient d'ailleurs vivement intéressés à l'épreuve et avaient montré une satisfaction indéniable en constatant que la réunion des trois groupes leur donnait un nombre exact de compagnies. Il me suffit d'écrire les trois nombres les uns au-dessous des autres pour que le rapprochement se fît dans leur esprit et j'assistai aux manifestations d'une joie véritable. L'enfant ne dissimule pas son plaisir et récompense à sa façon le maître qui a su lui donner l'impression de la découverte.

Il va de soi qu'avec l'aide des bataillons, régiments, etc., on peut pousser l'expérience aussi loin qu'il est utile de le faire.

Soustraction.

Du point de vue concret, cette opération se présente sous divers aspects. On peut enlever une partie d'une collection d'objets ; l'addition de la partie restante et de la partie enlevée reproduit la collection primitive. Chacune des collections mises en jeu peut être répartie en groupes moins importants ce qui conduit à la différence de deux sommes.

On peut aussi envisager deux collections d'objets de même nature et s'en représenter une troisième dont l'addition à l'une des proposées reproduit l'autre. Pour s'en rendre compte, il suffit de confronter les objets des deux collections, en les alignant sur deux files parallèles, à partir de la gauche par exemple : la différence est représentée par la portion de l'une, qui déborde l'autre sur la droite. On voit de suite que si l'on ajoute ou retranche le même nombre d'objets aux deux collections, vers la gauche naturellement, la différence n'est pas altérée. On découvre ainsi les égalités :

$$a - b = a + c - (b + c), \qquad a - b = a - c - (b - c).$$

On voit tout aussi bien ce qui se passe si l'on ajoute à la collection la plus importante, vers la droite, un certain nombre d'objets, ou si cette addition porte sur la moins importante, à condition que l'ordre de grandeurs des collections confrontées ne soit pas modifié. On aboutit aux égalités :

$$a + c - b = a - b + c, \qquad a - (b + c) = a - b - c,$$

qui permettent de transformer un polynome arithmétique, tel que $a - b - c + d + e - f$, sans en altérer la valeur. Mais on peut aussi recourir à une représentation concrète des opérations qui sont indiquées par la structure de ce polynome. Pour cela, on aligne a objets de gauche à droite, puis on enlève b objets et c sur la gauche ; on dispose d objets sur la droite de la collection restante, puis e ; enfin on enlève f objets à gauche : toutes les opérations voulues sont réalisées. En fait, on a disposé $(a + d + e)$ objets de gauche à droite et supprimé $(b + c + f)$ objets sur la gauche et il en reste $a + d + e - (b + c + f)$. Un polynome arithmétique de la forme indiquée équivaut donc à la différence de deux sommes dont la constitution est visible ; la réduction des termes semblables s'en déduit. Ce raisonnement, à peine modifié, conduirait aux principales propriétés des sommes algébriques.

L'appel à des mouvements d'élèves est encore un excellent moyen de fixer l'attention. On propose de faire sortir b élèves d'une classe qui en contient a ; il en restera $a - b$. Si on en faisait rentrer c, le nombre des présents serait $a - b + c$ et celui des absents $b - c$. L'accord s'établit vite sur l'égalité :

$$a - b + c = a - (b - c)$$

qu'on énonce habituellement dans l'ordre inverse ; mais il est extrêmement difficile de faire traduire la règle correspondante, sous forme générale et abstraite, en langage ordinaire.

La soustraction des nombres figurés est acceptée aussi aisément que l'addition, si l'on fait appel aux conventions utilisées pour l'addition. On retranchera 3468 de 5849 en extrayant d'un groupe constitué par 5 régiments, 8 compagnies, 4 escouades et 9 hommes, un autre groupe formé de 3 régiments, 4 compagnies, 6 escouades et 8 hommes ; les élèves seront naturellement tentés de remplacer une compagnie du groupe initial par 10 escouades, pour rendre possible l'extraction des 6 escouades. Cette façon de procéder est employée parfois dans l'exercice de la soustraction.

Multiplication.

Si l'on veut obtenir une représentation concrète du produit de deux nombres entiers, il convient de bien marquer l'égalité des collections d'objets de même nature, dont on réalise l'addition. On est ainsi conduit à aligner les a objets d'une collection et à placer en regard, sur des lignes parallèles, les objets des autres ; le nombre b des files indique le nombre des collections additionnées. Le nombre total des objets est représenté par $a \times b$.

Mais on voit de suite que l'ensemble constitué de cette manière est aussi formé par a files de b objets, d'où vient l'égalité $a \times b = b \times a$.

Supposons que l'on ait réparti les objets d'une collection en plusieurs groupes qui en contiennent respectivement a_1, a_2, a_3, a_4 et décomposé le nombre des collections — par suite celui des files — en d'autres b_1, b_2, b_3. Si l'on réalise ces hypothèses, dans la distribution primitive de l'ensemble des objets, on voit apparaître l'égalité :

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)(b_1 + b_2 + b_3) = \Sigma a_i b_j .$$

Lorsque a et b sont égaux, la configuration correspondante est un carré. La symétrie de ce carré par rapport à l'une de ses diagonales (celle qui descend de gauche à droite, par exemple), conduit à un groupement qui utilise à la fois des lignes et des colonnes de même rang, du tableau des objets. C'est ainsi qu'on passe du carré qui porte n objets au côté, à celui qui en a $n + 1$, en bordant le premier, à droite, par une colonne de n objets, en avant par une ligne de n objets, à condition de placer un objet, sur la diagonale principale, au point de croisement de la ligne et de la colonne ajoutées. L'égalité

$$(n + 1)^2 = n^2 + (2n + 1)$$

en résulte. On intrigue beaucoup les élèves en leur proposant de se former en carré sans s'être comptés au préalable ; on les y amène aisément et on leur fait découvrir la loi de formation des carrés des nombres entiers successifs, en amorçant l'extraction de la racine carrée.

L'application de la même idée, en constituant des groupements avec plusieurs lignes et plusieurs colonnes de même rang, arrêtées à leurs points de croisement sur la diagonale principale, conduit à l'égalité :

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + (2a+b)\,b + (2a+2b+c)\,c + (2a+2b+2c+d)\,d$$

qui contient en germe une méthode abrégée d'extraction de la racine carrée.

Une digression fera saisir toute l'importance des groupements dus à l'idée de symétrie. On a imaginé un tableau carré, constitué sur le modèle de la table de PYTHAGORE. A l'intersection de la ligne de rang a et de la colonne de rang b, on suppose placé, soit le nombre $a \times b$, soit le nombre $a^\alpha \times b^\alpha$ (α est un nombre entier quelconque fixe). En effectuant la somme des nombres contenus dans ce tableau, par lignes ou colonnes d'une part, par groupements symétriques d'autre part, on a été conduit à des relations intéressantes, concernant les sommes de puissances semblables des n premiers nombres entiers.

Si, dans un tableau d'objets constitué par a colonnes et c lignes, on enlève b colonnes, le tableau restant ne contient plus que $(a-b) \times c$ objets ; comme le tableau primitif en contenait $a \times c$ et qu'on en a écarté $b \times c$, on est conduit à l'égalité $(a-b)\,c = ac - bc$. Il en résulte

$$(a-b)(c+d) = a(c+d) - b(c+d) = ac + ad - bc - bd$$

et $$(a-b)(c-d) = a(c-d) - b(c-d) = ac - ad + bd - bc = ac + bd - ad - bc.$$

La règle des signes, pour la multiplication de deux polynomes arithmétiques, se trouve amorcée ; elle est même complètement établie si l'on a pris la précaution de ramener chacun des polynomes à une différence de deux sommes.

L'emploi de l'espace, au lieu du plan, permet de se représenter un produit de 3 facteurs a, b, c. Il est commode d'utiliser comme objets des cubes égaux que l'on dispose dans c assises superposées, chaque assise ayant a cubes sur l'un de ses côtés et b sur l'autre. A la décomposition du bloc en assises, on peut adjoindre une répartition des cubes élémentaires en murs parallèles de face ou de profil, un seul cube entrant dans l'épaisseur de chaque mur. Les égalités

$$a \times b \times c = a \times c \times b = b \times c \times a,$$

résultent de ces trois distributions. L'échange des deux premiers facteurs étant permis, on démontre ainsi l'égalité des 6 formes d'un produit de trois facteurs. Des groupements convenables, effectués simultanément sur les murs de face, les murs de profil et les assises, conduisent de même à l'égalité :

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)\,(b_1 + b_2 + b_3)\,(c_1 + c_2) = \Sigma\, a_i b_j c_k\,.$$

Le cas où a, b, c sont égaux mène, comme précédemment, à des associations de portions de murs et d'assises de même rang, à des sortes d'emboîtements partiels, remplaçant les encadrements analogues utilisés dans le plan. En particulier, on passe du solide qui porte n cubes sur chaque arête, à celui qui en a $n+1$ en ajoutant une assise, un mur de face et un mur de profil, formés chacun de n^2 cubes élémentaires, à condition de remplir les trois cavités prismatiques avec trois files de n cubes, qu'on réunit au moyen d'un cube d'angle. On réalise ainsi l'égalité :

$$(n+1)^3 = n^3 + (3n^2 + 3n + 1),$$

et plus généralement l'égalité :

$$(a+b+c)^3 = a^3 + [3a^2 + 3ab + b^2]\,b + [3\,(a+b)^2 + 3\,(a+b)\,c + c^2]\,c,$$

égalités qui sont à l'origine des méthodes d'extraction de la racine cubique.

On pourrait, à cette occasion, reprendre la digression faite plus haut, à propos des tableaux carrés.

Lorsque le nombre des facteurs d'un produit est supérieur à 3, la vision directe des faits n'est plus possible, avec le mode de figuration adopté jusqu'ici.

Mais on peut se tirer d'affaire et généraliser, dans une autre voie. Une collection du 1^{er} ordre, contenant a objets, sert de base ; en associant b de ces collections, on a une collection du second ordre ; l'assemblage de c collections du second ordre constitue une collection du 3^e et ainsi de suite. Bornons-nous d'abord à l'étude d'une collection du 3^e ordre. On peut imaginer différents modes de distribution des objets qui la constituent.

Les a objets d'une collection de base étant alignés, on peut placer tous ceux de la collection du second ordre sur une seule file, ce qui donne $a \times b$ objets alignés ; en disposant les autres collections du second ordre sur des files parallèles, on constitue un tableau rectangulaire qui porte $a \times b$ objets sur l'un de ses côtés et c sur l'autre.

On peut aussi disposer les collections du premier ordre sur des files parallèles et constituer une collection du second ordre, sous forme d'un tableau qui porte a objets sur l'un de ses côtés et b sur l'autre ; la juxtaposition de c de ces tableaux, des deux façons possibles, donne deux nouveaux tableaux qui ont respectivement $b \times c$ et a objets, ou bien $a \times c$ et b objets sur chaque côté. Ces trois dispositions donnent l'égalité des produits $a \times b \times c$, $b \times c \times a$, $a \times c \times b$ et de ceux qui s'en déduisent par l'interversion des deux premiers facteurs, c'est-à-dire l'égalité des divers produits formés avec les trois facteurs.

On pourrait généraliser de cette façon ; ce serait assez compliqué et il n'y a pas d'intérêt sérieux à le faire. L'interversion des deux derniers facteurs d'un produit qui en contient trois étant permise, celle de deux facteurs consécutifs d'un produit quelconque se trouve légitimée et par suite aussi une interversion arbitraire. L'association des facteurs en résulte, puisqu'elle s'applique naturellement aux p premiers.

On pourrait également étendre la multiplication des polynomes arithmétiques susvisés, au cas où le nombre des facteurs est plus grand que 2.

La représentation d'un produit de nombres figurés, au point de vue concret, est beaucoup plus difficile que celle d'une somme, même si l'on se borne au cas de deux facteurs. En voici un essai qui n'innove guère quant à la marche suivie.

La multiplication par 10 d'un groupe du premier ordre, formé par des compagnies, des escouades et des hommes, donne un groupe du second ordre, constitué par autant de bataillons, compagnies et escouades ; la multiplication par 100 fournit un groupe du 3ᵉ ordre, formé d'autant de régiments, bataillons et compagnies. La multiplication par 347 revient à l'addition de 7 groupes du premier ordre, 4 du second ordre et 3 du troisième ordre ; la disposition habituelle est ainsi préparée.

Signalons une difficulté à laquelle se heurtent tous ceux qui enseignent l'arithmétique et qui provient de l'insuffisance du contact avec le concret. Lorsqu'on applique la multiplication à des opérations de dénombrement, il faut avoir grand soin de mettre en évidence la nature des objets que l'on dénombre. Les données d'un problème font souvent intervenir des objets de différentes natures ; les nombres correspondants ne jouent pas le même rôle et il faut, *avant tout*, dégager les objets, dont le nombre doit conserver un caractère concret. Tant que l'enfant indique un produit où plusieurs facteurs ont ce caractère, on peut être certain qu'il ne se représente pas ce qu'il fait.

Division.

Du point de vue concret, cette opération se présente sous deux aspects principaux. Deux collections A et B, d'objets de même nature, étant données, la plus grande A en contenant a et l'autre b, on demande d'extraire de la première le plus grand nombre possible de collections égales à la seconde.

A cet effet, on constitue une file de b objets tirés de A, puis une seconde file identique, qu'on place en regard de la première, et ainsi de suite, tant que le nombre des objets inutilisés est supérieur à b ; on forme ainsi un tableau qui a b lignes et q colonnes et il reste r objets non rangés ; r est inférieur à b et peut être nul. L'égalité

$$a = b \times q + r, \quad (r < b),$$

en résulte. On peut fort bien dire qu'on a divisé la collection A par la collection B ; q est abstrait et r concret.

On peut essayer encore de répartir également les a objets de A dans b collections qui en contiennent le plus possible. Pour cela, on extrait b objets de A et on les aligne en amorçant les b collections par l'attribution d'un objet à chacune. On continue la distribution en disposant chaque fois les objets sur des lignes parallèles à la première, tant qu'il en reste assez pour que l'attribution d'un objet aux b collections en formation soit possible. Cette distribution est manifestement identique à la précédente. Elle conduit aux mêmes résultats et on obtient encore $a = q \times b + r$, q et r étant les nombres déjà signalés. Mais cette fois q est concret, r restant abstrait. On dit que la collection A a été divisée par le nombre b.

Toute modification apportée à l'un ou à l'autre des nombres donnés a, b, ou à tous deux, emporte des modifications correspondantes pour q et r. Une étude détaillée m'entraînerait trop loin et je me bornerai à rappeler celles dont l'intérêt pratique est le plus grand ; j'utiliserai de préférence la première définition concrète de la division.

Le problème le plus simple est celui qui se pose lorsque a et b ont un facteur commun. Soit donc $a = a_1 \times c$, $b = b_1 \times c$. La collection A peut être constituée avec a_1 files de c objets et la collection B avec b_1 files identiques. On voit de suite que si q et r sont le quotient et le reste de la division de a_1 par b_1, le groupe A est décomposable en q groupes B et en un groupe qui contient r files et par suite moins d'objets que B. L'égalité $a_1 \times c = b_1 \times c \times q + r \times c$, avec $r \times c < b_1 \times c$, en résulte de suite et on aperçoit les conclusions habituelles, relatives au quotient et au reste.

Supposons que la collection A soit constituée par des groupes partiels A_1, A_2, A_3, de sorte que $a = a_1 + a_2 + a_3$. Pour distribuer A en groupes B, contenant b objets, il est tout naturel d'opérer d'abord sur chacun des groupes qui la constituent. On obtient ainsi des quotients q_1, q_2, q_3 et des restes r_1, r_2, r_3. A se trouve décomposée en $(q_1 + q_2 + q_3)$ groupes B et en un groupe qui contient $(r_1 + r_2 + r_3)$ objets.

Le cas le plus simple est celui où $r_1 + r_2 + r_3$ est inférieur à b ; dans ce cas, on obtient le quotient et le reste de la division de A par B, sans autres opérations nouvelles que les deux additions indiquées ; cela arrive, en particulier, si r_1, r_2, r_3 sont nuls.

Sinon, la distribution des $(r_1 + r_2 + r_3)$ objets en groupes B donnera le complément du quotient et le reste de la division de a par b : ce reste est le même que celui de la division de $r_1 + r_2 + r_3$ par b, et si $r_1 + r_2 + r_3$ est un multiple de b, il en est de même de a.

Une étude analogue s'applique aisément au cas où le groupe A résulte de la différence de deux groupes A_1 et A_2 ; en particulier, si la division de a_1 et a_2 par b donne le même reste, a est un multiple de b.

Le cas où a est un produit $a_1 \times a_2$, n'est autre que celui où a est une somme de a_2 nombres égaux à a_1. En utilisant les résultats obtenus plus haut, on voit que si q_1 et r_1 sont le quotient et le reste de la division de a_1 par b, le groupe A est décomposable en $q_1 \times a_2$ groupes B et un groupe qui contient $r_1 \times a_2$ objets. r_1 est inférieur à b, mais il n'en est pas de même, en général, du produit $r_1 \times a_2$. La division de a par b n'est donc pas terminée ; le quotient complémentaire et le reste s'obtiendront en divisant $r_1 \times a_2$ par b. Dans tous les cas, les restes des divisions de $a_1 \times a_2$ et de $r_1 \times a_2$, par b, sont les mêmes. On peut donc, dans la recherche du premier, remplacer le facteur a_1 par le reste r_1 correspondant ; la généralisation est immédiate.

Supposons maintenant que b soit un produit $b_1 \times b_2$. Associons au nombre a un groupe A d'hommes que nous distribuons d'abord en escouades de b_1 hommes, puis en compagnies de b_2 escouades ou de $b_1 \times b_2$ hommes. La première distribution donne e escouades — e est le quotient de a par b_1 — et un nombre d'hommes r_1 insuffisant pour constituer une escouade. La répartition des escouades par compagnies en donne c — c étant le quotient de e par b_2 —, et il reste un nombre d'escouades r_2 inférieur à b_2. Avec ces escouades inutilisées et les r_1 hommes laissés de côté tout d'abord, on n'arrive pas à constituer b_2 escouades ou une compagnie. Il en résulte que c est bien le nombre des compagnies déduites du groupe A, c'est-à-dire le quotient de a par $b_1 \times b_2$. La conclusion s'impose.

J'ai répété cette expérience dans beaucoup de classes de Sixième et de Cinquième ; j'ai naturellement associé l'ensemble des élèves à ces groupements, en cherchant à leur faire imaginer les manœuvres correspondantes, et j'ai toujours été satisfait des résultats. Mais il faut avoir grand soin de ne jamais laisser deviner la conclusion avant le moment où elle apparaît à tous, sous peine de voir les élèves brûler les étapes.

L'emploi des bataillons permet de traiter le cas où b est un produit de trois facteurs, et ainsi de suite.

La division des nombres figurés pourrait être présentée à partir de là, à l'aide d'une représentation concrète du dividende et du diviseur ; il n'y a pas intérêt à le faire, à cause des difficultés du langage. D'ailleurs, la règle à laquelle on arrive est assez compliquée pour que les enfants n'aient pas l'illusion d'en comprendre l'origine, lorsqu'on n'a pas tenté de la leur faire saisir ; le besoin d'une démonstration ne sera pas sensiblement diminué chez eux par une application préalable et répétée. J'indiquerai simplement une façon de présenter la preuve, qui a toute la valeur d'une démonstration.

Le maître effectue la division en suivant la marche habituelle. Il écrit soigneusement au tableau les produits partiels, avec de la craie ordinaire ; les dividendes partiels sont transcrits avec de la craie de couleur et le reste final avec de la craie ordinaire ; un seul trait est tiré au-dessous du dividende donné. Les élèves sont invités à faire la preuve de l'opération en multipliant le diviseur par le quotient, suivant le procédé habituel, avec addition du reste ; le maître les aide en leur disant de faire abstraction des nombres écrits avec la craie de couleur et de poser la craie. Ils voient alors que toutes les multiplications partielles sont effectuées et que les produits partiels sont disposés de bas en haut. L'addition du reste et de ces produits, se substituant aux soustractions successives auxquelles a conduit l'application de la règle, vient justifier celle-ci.

Je pourrais donner beaucoup d'autres exemples à propos de la divisibilité des nombres figurés ou non. Ceux que j'ai produits ouvrent la voie au calcul algébrique et en amorcent les méthodes. Ils suffiront à montrer les services que peut rendre l'étude préalable du concret pour arriver aux propriétés abstraites du nombre entier. La façon de les présenter a une importance capitale. La pénétration de l'idée ne peut être contrôlée que par un emploi systématique des méthodes actives. Ce sont les réponses des élèves qui indiqueront au maître l'opportunité du choix des images ou des notations. J'ai représenté le plus souvent par des lettres les nombres utilisés ; c'est un moyen d'éviter les opérations intempestives que suggère fréquemment l'emploi des nombres figurés. On échappe quelquefois à ce danger en présentant aux élèves des nombres assez grands pour qu'ils reculent devant la tentation d'effectuer ; cette façon de faire est plus longue, je ne crois pas quelle assure davantage la compréhension. Il m'a semblé que la notation littérale, convenablement amenée, pouvait être acceptée de bonne heure ; mais c'est au maître à s'en assurer.

Le travail de découverte en commun ne donne pas complète satisfaction au besoin d'action des enfants ; il faudra en tenir compte et entrecouper l'exposition théorique d'exercices et d'applications qui s'y encadrent naturellement, ou bien lui consacrer un temps soigneusement limité. Des exercices de calcul mental ou écrits constituent un excellent adjuvant. Mais il sera bon d'exercer en même temps les élèves à l'observation des nombres employés, afin d'en utiliser les particularités ; il faudra naturellement les mettre souvent sur la voie. Ce sera un moyen de renouveler l'intérêt émoussé par une application répétée des règles générales. Là aussi, le retour au concret apportera souvent une aide appréciable. Sur ce terrain, je signale l'utilité d'étendre la table de PYTHAGORE aux produits de nombres compris entre 10 et 30, par les 9 premiers nombres ; on facilitera beaucoup la recherche des chiffres successifs du quotient, dans une division, lorsque les deux premiers chiffres du diviseur forment un nombre compris entre 10 et 30.

Ceux qui me liront avec soin seront sans doute étonnés de constater que je n'ai jamais utilisé le mot « fois », dont l'usage est si répandu, au début de l'arithmétique ; c'est avec l'intention de serrer la réalité de plus près que je l'ai écarté. L'emploi de ce mot est souvent commode, il n'est pas toujours sans danger ; j'aurai l'occasion de le montrer dans un article consacré à l'édification d'une théorie des fractions abstraites, à partir des grandeurs mesurables.

E. BLUTEL.

Sur une construction classique des coniques

Soit une conique définie par un foyer F, la directrice correspondante Δ et son excentricité e. Elle est le lieu des points M tels que $\frac{MF}{ME} = e$. Une construction classique fournit les points de ce lieu situés sur une droite PQ perpendiculaire à Δ au point P.

Supposant $e \neq 1$, soient A et A' les points du lieu appartenant à la perpendiculaire FD à Δ, AL et A'L' les parallèles à Δ menées par ces points. La droite FP coupe AL et A'L' respectivement aux points α et

Dans la session de janvier 1923, le Conseil supérieur avait, sur l'invitation de M. le Ministre, nommé une Sous-Commission, composée de MM. Bonin, Grévy, Koenigs et Le Roy ; elle était chargée, de concert avec M. l'Inspecteur général Blutel, représentant l'administration, de préparer les nouveaux programmes de mathématiques. Sur l'invitation de M. le Ministre, elle consulta des membres de l'Enseignement secondaire, afin que le projet fût, autant que possible, établi en plein accord avec ceux qui seraient chargés d'appliquer les programmes. Le projet, étudié avec le plus grand soin dans les moindres détails par la Commission, fut unanimement approuvé par les professeurs consultés, au nombre d'une vingtaine ; il fut transmis au Conseil supérieur qui l'adopta à l'unanimité.

C'est ce projet, dressé dans de telles conditions, qui nous revient modifié : sans confronter ligne à ligne les deux textes, je me bornerai à signaler les différences les plus importantes que j'ai relevées.

En Arithmétique et en Algèbre, laissant de côté quelques modifications de rédaction, qui ne touchent pas au fond même, je signalerai qu'au début des programmes de Quatrième, le texte de la Commission : *Partie aliquote commune à deux grandeurs. P. G. C. D. de deux nombres*, a été remplacé par le suivant : *Partie aliquote commune à deux grandeurs. Définition du P. G. C. D. et du P. P. C. M. de deux nombres.*

La Commission, d'accord avec tous ceux qu'elle a consultés, estimait qu'à des débutants, on ne doit parler que de choses concrètes, tangibles, et qu'il ne faut faire intervenir le nombre qu'après, comme substitut, commode à manier, de la grandeur. Mesurer une grandeur, chercher une partie aliquote commune, est une opération concrète, que saisit aisément un enfant ; il est facile de passer de là à l'algorithme du P. G. C. D.

Se borner à définir celui-ci pour ne le calculer que plus tard, sans utiliser le procédé qui dérive de la recherche de la partie aliquote commune, est d'un intérêt médiocre ; et, surtout on ne voit pas bien ce que vient faire la définition du P. P. C. M. comme conséquence de la recherche d'une partie aliquote commune.

C'est en géométrie que le désaccord apparaît plus nettement. En Quatrième, dans le projet, le *cercle* n'apparaissait qu'après l'étude des angles, triangles, polygones. Dans le programme officiel, le mot *cercle* précède le mot *angles* : il semble que l'on veuille apprendre à l'enfant que l'angle se mesure au moyen d'un arc, que le rapporteur rectangulaire doit être proscrit. N'est-il pas plus conforme à la vérité de considérer l'angle comme une grandeur, pareille à toutes les autres, dont la mesure résulte uniquement de sa comparaison à un angle unité.

En Première et en Seconde, le projet introduisait la notion d'*orientation* d'un angle, d'un dièdre, d'un trièdre ; elle a disparu dans le programme officiel, où il est néanmoins question des trièdres symétriques et même des *cas de symétrie* auxquels le projet n'avait pas fait allusion : leur étude ne sera guère facilitée par cette disparition.

En Seconde, aux mots *polygones réguliers* du projet, a été ajouté l'adjectif *convexes* ; à la liste, donnée à titre d'indication, des polygones les plus simples, a été ajouté le *pentagone*. Je ne saisis pas les raisons qui ont pu faire adopter ces additions. Le seul problème qui se pose à propos des polygones réguliers est celui de la division de la circonférence ; une fois celle-ci effectuée, le polygone étoilé s'obtient comme le polygone convexe, le pentagone comme le décagone, de même que l'octogone, le dodécagone,... se déduisent du carré, de l'hexagone... Quant au problème de la division de la circonférence, qu'on le veuille ou non, il se résout par une équation qui fournit en même temps les côtés de tous les polygones d'un même nombre de côtés ; se borner au décagone convexe, c'est choisir une des racines d'une équation du 2ᵉ degré et laisser l'élève se demander à quoi correspond l'autre, lui donner l'impression d'une solution incomplète ; allons-nous revenir à la moyenne et extrême raison ?

En Mathématiques, le projet portait :

VECTEURS. — *Somme géométrique. Valeur algébrique du rapport de deux vecteurs portés par une même droite ou par des droites parallèles. Division harmonique. Théorème de Thalès.*

Le programme reporte ces paragraphes au début de la Trigonométrie, en y ajoutant la notion d'*orientation relative de deux angles d'un même plan* et l'*extension de la notion d'arc et d'angle*.

J'avoue ne pas bien comprendre ce que signifie cette extension et cette orientation placée à cet endroit ; à moins que l'on ait voulu faire dépendre la grandeur du nombre, au lieu de procéder en sens inverse, comme le jugeait préférable la Commission. D'autre part, que vient faire ici la somme géométrique des vecteurs, qui figure après la théorie des projections ? L'élève n'y verra qu'une question de calcul et pourra se demander, à bon droit, pourquoi il faut tant de détours pour parvenir à l'expression de cos $(a+b)$. Il y a là une confusion fâcheuse, qui cache la généralité et l'importance de la composition et de la projection des vecteurs.

Je passe sous silence quelques modifications de rédaction et suppressions en Géométrie descriptive et je termine par ce qui est relatif à la Mécanique.

Relativité du mouvement devient *relativité du déplacement*. C'est peu de chose, en apparence, mais cette substitution d'un mot à un autre semble signifier que la relativité en question se rapporte à la position, à l'espace et non au temps ; on ne doit pas admettre l'espace absolu, mais on doit admettre le temps absolu. Je n'ai garde de m'égarer sur un terrain si brûlant ; je me bornerai à faire remarquer que, à tort ou à raison, le mot « déplacement », en mathématiques, a un sens bien précis, celui de transformation géométrique ; il figure au programme actuel avec cette signification ; qu'entend-on alors, à ce point de vue, par *relativité du déplacement ?*

Pourquoi avoir supprimé *changement du système de comparaison*, qui, dans le projet, précédait les mots *composition des vitesses ?* Que signifie cette dernière expression, prise isolément? Doit-on composer la vitesse d'un mouvement vibratoire et sa vitesse de propagation ?

Ce court aperçu suffira, je pense, à montrer que, si discrètes qu'aient été les retouches qu'a subies le projet primitif, elles lui ont imprimé un caractère différent de celui qu'avaient songé à lui donner les membres de la Commission. D'un côté, le nombre est appelé à jouer un rôle prépondérant, masquant la grandeur, dont il ne devrait être que le substitut ; de l'autre, la grandeur concrète, seule aisément accessible, est à la base de l'enseignement scientifique ; d'un côté, la subordination de la Géométrie au Calcul ; de l'autre, le souci de rendre à la Géométrie pure la place qu'elle a occupée jadis et la préoccupation de faire cesser l'abus du mécanisme algébrique, d'une valeur éducative médiocre pour des débutants.

Laissant de côté ces discussions techniques, je voudrais insister sur une question de méthode qui a une portée générale.

En 1902, les programmes avaient été élaborés par des savants d'une compétence incontestable ; ils furent néanmoins critiqués par ceux qui devaient les appliquer : on leur reprochait de ne pas tenir compte des contingences et on exprimait le regret que les professeurs de l'Enseignement secondaire n'eussent pas été appelés à donner leur avis.

Par une innovation heureuse, dont tout le monde s'est félicité, M. le Ministre a voulu que fussent consultés les professeurs intéressés. Pour la première fois, ont été appelés à collaborer à la rédaction des programmes les maîtres qui font la Science, les inspecteurs qui sont nos guides naturels, les professeurs qui, par leur contact journalier avec les enfants, ont appris à discerner ce qui leur est accessible. Le geste libéral de M. le Ministre ne pouvait trouver meilleure justification que dans l'accord absolu entre la Commission et les professeurs, et l'approbation unanime du Conseil Supérieur, où siègent des savants tels que MM. Appell et Picard.

N'est-il pas permis de s'étonner et de regretter que, devant une telle unanimité, le projet ait été soumis à une révision anonyme qui, elle aussi, est une innovation, mais qui sera, je crois, moins goûtée que la première.

A. Grévy.

La formation des Professeurs

---

1. Les Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire des jeunes filles

L'adoption pour l'Enseignement secondaire des jeunes filles du nouveau plan d'études des établissements secondaires de garçons, posera immédiatement l'importante question de la formation des professeurs de Mathématiques des lycées et collèges de jeunes filles.

Serons-nous préparées, par des études semblables à celles que nous faisons actuellement, à la nouvelle tâche qui nous incombera ? Non, en toute sincérité, c'est pourquoi il est de notre devoir de réclamer instamment que nos études mathématiques deviennent, le plus tôt possible, plus sérieuses et plus méthodiques qu'elles ne le sont actuellement.

Quelque classe, d'ailleurs, que nous ayons à faire, il faut que notre culture soit suffisante, pour que notre enseignement ait la valeur éducative qui importe avant tout. Faire comprendre les éléments n'est pas la tâche la plus facile du professeur de Mathématiques ; elle nécessite une science que nous n'avons guère le moyen d'acquérir actuellement, si ce n'est au prix de difficultés sans nombre. Notre culture mathématique est nettement inférieure à celle des jeunes gens : nous sommes les premières à le déplorer et à demander que l'on nous aide à remonter quelques échelons.

On ne peut nier que la préparation insuffisante des jeunes filles au concours d'agrégation, et cela dans toute la suite de leurs études, ne soit une cause de leur infériorité, cause que l'on peut faire disparaître si on le veut bien. Au lycée d'abord actuellement : les nouveaux programmes comblent cette lacune. Ensuite pendant les deux ou trois années de préparation au concours d'entrée à l'Ecole Normale Supérieure de Sèvres : la diversité des matières inscrites au programme, la nécessité d'acquérir des connaissances très détaillées, en histoire naturelle par exemple, la valeur relative des coefficients attribués aux diverses matières, dispersent les efforts des candidates et réduisent à un minimum fâcheux le temps qu'elles peuvent consacrer à l'étude des mathématiques. A Sèvres enfin : même dispersion des efforts pendant les deux premières années, aggravée encore par le temps pris par les dissections et préparations matérielles de toutes sortes. Ce n'est donc qu'en 3e année que les jeunes filles peuvent consacrer tous leurs efforts et tout leur temps à l'étude des mathématiques, alors que les jeunes gens, pendant les trois années d'Ecole Normale Supérieure et les années précédentes, ont tout loisir d'acquérir un bagage suffisant et de méditer sur les méthodes.

Il importe donc, quels que soient finalement les programmes, qu'on nous permette de faire de solides études mathématiques : pourquoi pas celles que font les agrégés des lycées de garçons ? On doit les trouver bonnes, sans doute, puisqu'on ne les modifie pas. Après une préparation identique, peut-être pourrons-nous alors nous mesurer, *en toute équité*, avec les futurs agrégés. L'expérience peut bien être tentée, sans grand dommage pour personne. Les résultats obtenus par quelques professeurs des lycées de jeunes filles, qui ont affronté l'agrégation des hommes — et dans quelles déplorables conditions de préparation —, nous donnent bon courage et bon espoir.

S. Detchebarne,
Professeur au Lycée Molière.

A travers les Revues. — Ouvrages reçus

Revue universitaire (103, Bd St-Michel, Paris, 5ᵉ). — *Enquête sur le retard d'un an proposé pour l'Enseignement secondaire féminin* : En vue de provoquer et de recueillir des opinions sur cette question, et en se plaçant au point de vue pédagogique, la *Revue universitaire* souhaite recevoir le plus tôt possible les réponses aux questions suivantes :

1° *Sur les classes élémentaires et primaires.* — L'âge légal du début des études étant le même pour les garçons et pour les filles, est-il nécessaire ou utile que les filles aient une année d'études primaires de plus que les garçons ?

2° *Sur la section du baccalauréat.* — Y a-t-il des avantages ou des inconvénients à ce que les jeunes filles préparant le baccalauréat commencent cette préparation une année plus tard que les garçons ?

3° *Sur la section du diplôme.* — Est-il désirable et conforme au vœu des familles que les candidates, non plus au baccalauréat, mais au diplôme, restent un an de plus au lycée ?

4° *Sur la situation de l'Enseignement public vis-à-vis de l'Enseignement libre.* — L'âge légal du baccalauréat restant fixé à seize ans pour les deux sexes, et personne n'ayant proposé de le fixer à dix-sept ans pour les jeunes filles, l'enseignement public, qui sera obligé de présenter ses candidates à dix-sept ans, sera-t-il dans une situation avantageuse ou désavantageuse par rapport à l'Enseignement libre, qui pourra les présenter dès seize ans ?

Revue pédagogique (15, rue Soufflot, Paris, 5ᵉ ; le numéro : 2 fr. 50). — Instructions relatives au nouveau plan d'études des Ecoles primaires élémentaires : *Calcul, arithmétique et géométrie* (juillet 1923, p. 39). — Notes pédagogiques : *Choisissons des solutions simples* (nov. 1923, p. 374). *Rendons l'arithmétique intelligible aux élèves* (déc. 1923, p. 424 et 425).

Ouvrages reçus. — P. Jolibois, professeur à l'Ecole des Mines : *Les Méthodes de la Chimie moderne* ; un volume in-16, 198 pages, 45 figures, broché : 5 fr. (Librairie Armand Colin, 103, Bd St-Michel, Paris, 5ᵉ).

J. Rouch, capitaine de corvette, ancien chef du Service Météorologique des Armées et de la Marine, professeur à l'Ecole Navale : *L'Atmosphère et la prévision du temps* ; un volume in-16, 204 pages, 35 figures, broché : 5 fr. (Librairie Armand Colin, 103, Bd St-Michel, Paris, 5ᵉ).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé)*. — 29.020

Assemblée générale du 26 Avril 1924

Votes par correspondance

(Voir les Bulletins de vote aux deux pages suivantes)

Tous les membres de l'Association qui ne pourront assister à l'Assemblée générale du 26 avril 1924 sont instamment priés de bien vouloir voter par correspondance afin que les élections et les opinions exprimées proviennent de la plus grande majorité possible.

Pour la régularité des opérations du scrutin, prière de se conformer aux indications suivantes :

1° Détacher la partie inférieure de la page suivante (Bulletin de vote) et l'introduire, après inscription du vote, dans une petite enveloppe cachetée ;

2° Détacher le feuillet suivant, répondre aux questions, et l'insérer, avec la petite enveloppe contenant le Bulletin de vote, dans une seconde enveloppe portant extérieurement, avec le nom et l'adresse de l'expéditeur, la mention « Association des Professeurs de Mathématiques, Bulletin de vote ». Adresser ce pli à M. Delcourt, 21, avenue de Chatillon, Paris, 14e.

Il paraît indispensable que les votes par correspondance parviennent au secrétaire, au plus tard, le jeudi 24 avril 1924. L'ouverture des grandes enveloppes, pour le collationnement des réponses et l'introduction des petites enveloppes dans l'urne, aura lieu publiquement au Lycée Louis-le-Grand, le vendredi 25 avril 1924, à 14 heures 30, par les soins du Bureau, assisté des membres de l'Association qui voudront bien lui prêter leur concours.

Le dépouillement du scrutin pour les élections au Comité se fera à la fin de l'Assemblée générale.

Assemblée générale

Pour les votes par correspondance, se conformer

6. Elections de 8 membres au Comité

Pour éviter une trop grande dispersion des suffrages, les listes suivantes ont été établies avec l'agrément des membres de l'Association dont les noms y figurent, conformément à l'appel paru dans le *Bulletin* n° 33 et après avoir sollicité les membres sortis du Comité en 1923 ou ceux qui avaient obtenu des suffrages dans la dernière élection.

Membres ayant fait partie du Comité et maintenant rééligibles :

MM. Bioche, professeur agrégé au Lycée Louis-le-Grand.
Combet, professeur agrégé au Lycée Louis-le-Grand.
Commanay, professeur au Collège de Compiègne.
Grévy, professeur agrégé au Lycée St-Louis.
Julien, professeur agrégé au Lycée Janson.
Meunier, professeur au Collège de St-Germain-en-Laye.
Sainte-Lague, professeur agrégé au Lycée Janson.

Membres ayant obtenu des suffrages en 1923 :

MM. Decerf, professeur agrégé au Lycée Janson.
Dedron, professeur agrégé au Lycée Condorcet.
Gusse, professeur agrégé au Lycée Voltaire.

Membres acceptant d'être candidats :

Mme Chabauty, professeur agrégée au Lycée Fénelon.
M. Lamoureux, professeur chargé de cours au Lycée d'Orléans.
Mlle Lauzanne, professeur agrégée au Lycée Victor-Hugo.
M. Sizaire, professeur agrégé au Lycée Charlemagne.

Mais ces indications ne limitent en aucune façon la liberté de vote des membres de l'Association. Toutefois, il n'y a pas lieu de voter pour les membres faisant actuellement partie du Comité (voir couverture, page 3), y compris les membres sortants non immédiatement rééligibles (art. 9 des statuts), à savoir : Mme Mossé et MM. Jacquet, Lemaire et Pouthier.

Elections au Comité 1924. — Bulletin de vote

Prière, pour faciliter le dépouillement du scrutin, d'inscrire les huit noms par ordre alphabétique.

1.	5.
2.	6.
3.	7.
4.	8.

du 26 Avril 1924

aux indications données à la page précédente

Réponses aux questions posées
à l'Assemblée générale de 1924

Prière d'inscrire lisiblement ci-après,
Nom et Prénoms :
Etablissement ;
Adresse :

2. Modifications aux Statuts : Elections au Comité

(Choisir entre les deux propositions en inscrivant en marge *oui* devant l'une et *non* devant l'autre)

1re *Proposition : adopter le texte suivant pour le 3e alinéa de l'art. 9 des statuts :*

« 2° De vingt membres élus pour quatre ans, à la pluralité des « suffrages, par l'Assemblée générale ordinaire. Les membres sortants « ne sont pas immédiatement rééligibles. Les membres honoraires ne « sont pas éligibles au Comité. »

2e *Proposition : décider que* les élections complémentaires auront lieu en même temps que les élections habituelles, les candidats étant nommés au Comité pour un nombre d'années d'autant plus grand qu'ils auront obtenu un plus grand nombre de suffrages, ou, à égalité de voix, qu'ils seront plus âgés.

3. Unification des définitions de mots
et des notations mathématiques

Tableau des termes proposés sur lesquels l'entente semble possible

(Répondre en marge par *oui* ou *non* à chacune des propositions)

1. Nombre algébrique *(nombre positif, nul ou négatif).*
2. Plan frontal *(pour désigner le plan vertical de projection).*

6. Rappel de vœux

(Répondre en marge par *oui* ou *non* aux vœux rappelés)

1° « *que l'admissibilité aux examens oraux du baccalauréat ne reste* « *acquise que de la session de juillet à la session d'octobre suivante (et* « *éventuellement aux sessions extraordinaires qui pourraient avoir lieu* « *en cours d'année).* »

2° « *que les jeunes filles puissent être admises dans les classes de* « *Mathématiques Spéciales des lycées de garçons, ainsi qu'elles ont été* « *autorisées à suivre, dans les établissements secondaires de garçons, les* « *classes de Première, de Mathématiques, de Philosophie, et les cours* « *préparatoires aux grandes écoles où les femmes sont admises.* »

Autres réponses, observations ou desiderata

(Les exprimer ci-après et au verso)

Membres d'Honneur :

MM. Blutel, Inspecteur général.
Leconte, Inspecteur d'Académie.
Marijon, Inspecteur général.

Bureau :

Le Bureau et les Rapporteurs se réunissent les troisièmes jeudis.

Président :	M. Commissaire, 2, quai des Célestins, Paris, 4e.
Vice-Présidents :	Mlle Detchebarne, 13, rue Guy-de-la-Brosse, Paris, 5e.
	M. Lemaire, 18, rue Eugène-Manuel, Paris, 16e.
Secrétaires :	M. Delcourt, 21, avenue de Chatillon, Paris, 14e.
	M. Dumarqué, 18 *bis*, rue du Débarcadère, Paris, 17e.
Trésorier :	M. Weill, 6, rue Leclerc, 14e.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 25), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :
Paris, C/c 550-44. — E. Weill, — 6, rue Leclerc, 14e.

Comité :

Membres de droit :

MM. Commissaire, Louis-le-Grand.
Bonin, St-Germain-en-Laye.

Membres élus :

MM. Chenevier, Charlemagne.
Delcourt, St-Louis.
Mlle Detchebarne, Molière.
MM. Dumarqué, Condorcet.
Flavien, Henri-IV.
Gros, Condorcet.
Jacquet, Henri-IV.
Lemaire, Janson.
Lesgourgues, *en congé*.
Mme Mossé, Lille.
Mlle Picot, Victor-Duruy.
MM. Pouthier, Voltaire.
Roby, St-Germain-en-Laye.
Vieillefond, St-Louis.
Weill, St-Louis.
Weber, Buffon.
N...
N...
N..
N...

Correspondants :

Aix-Marseille :	M. Font.
Alger :	M. de Sarrau.
Tunis :	M. Patou.
Besançon :	M. Durand (Ch.).
Bordeaux :	M. Maupin.
Caen :	M. Hennequin.
Clermont :	M. Sanselme.
Dijon :	.....
Grenoble :	.....
Lille :	M. Chatry.
Lyon :	.....
Montpellier :	M. Desbats.
Nancy :	M. Thiébaut.
Poitiers :	M. Dreyfus.
Rennes :	.....
Nantes :	M. Desforge.
Strasbourg :	.....
Toulouse :	M. Douchez
Hanoï :	M. Brachet.