Rapport au Conseil Académique de Paris
(session de juin 1922)
sur l'Enseignement des Mathématiques

Les Programmes de la classe de Mathématiques

Je n'ai trouvé dans les rapports de MM. les Chefs d'Etablissement que des regrets timides et peu nombreux au sujet de la réduction des horaires. La méthode qui a consisté à demander des sacrifices à tous les ordres d'enseignement a été bien accueillie. C'est un premier avantage. Je lui en verrais d'ailleurs beaucoup d'autres ; mais il ne m'appartient pas de les examiner ; sur ces questions d'ordre général, je me bornerai à redire que la situation des divisions B du second cycle appelle un examen sévère, m'appuyant sur cet avis, encore exprimé cette année, que la faiblesse irréductible en mathématiques des élèves de ces classes est une image fidèle de leur faiblesse générale.

La mesure prise par l'Ecole Centrale de diviser son concours d'admission en deux parties, qu'un intervalle d'une année sépare, n'a pas reçu un accueil favorable. Je trouve ainsi résumée la crainte des lycées qui ne peuvent offrir aux candidats une préparation suffisamment spécialisée : « Si la situation ne se modifie pas, c'est l'existence même de nos classes supérieures qui est en jeu. » Quant aux Proviseurs des lycées qui possèdent assez de classes pour s'être adaptés tout naturellement au nouveau régime, ils considèrent comme certain qu'un fléchissement important du nombre de candidats se produira. L'un d'eux écrit : « Les graves modifications apportées cette année au concours de l'Ecole Centrale ont eu pour premier résultat de réduire dans d'assez fortes proportions le nombre des candidats. Les trois divisions qui préparent à l'Ecole Centrale se réduiront à deux en octobre prochain. » Citons encore cet autre avis : « L'effectif de la classe préparatoire à la première partie du concours marque une diminution des candidats comme il fallait s'y attendre. La préparation à l'Ecole Centrale en deux années avec ses aléas va décourager beaucoup de jeunes gens et effrayer beaucoup de familles. »

J'ai lu dans divers rapports des remarques intéressantes sur l'enseignement du calcul dans les classes primaires. Je me contente, faute de temps, de vous les signaler et j'aborde mon sujet.

Je voudrais cette année retenir et développer tout ce qui concerne la classe de Mathématiques dont la place dans nos lycées est importante. Un chef d'Etablissement écrit « qu'elle contient manifestement l'élite de nos lycées ». Je pourrais vous citer d'autres rapports. L'impression générale est excellente. Les bons élèves, dont la proportion est notable, non seulement s'appliquent, mais montrent un réel enthousiasme. C'est que l'objet des programmes est enfin devenu plus élevé, plus vaste et s'étend jusqu'aux applications ; c'est aussi que l'effort soutenu en Seconde et en Première porte ses fruits. Cet effort, parfois ingrat, a développé, à l'âge voulu, l'attention, la précision, la faculté de raisonnement et il a fourni l'outil nécessaire.

Tout cela va permettre, au cours de la dernière année des études secondaires proprement dites, un autre enseignement, assez étendu pour être tour à tour spéculatif et précis, et pour passer de l'étude des lois de l'univers aux préoccupations positives de l'art de l'Ingénieur.

Rappelons brièvement ce que sont les programmes de la classe de Mathématiques. Ils comprennent l'arithmétique classique et ce qu'on appelait autrefois l'algèbre élémentaire ; quelques compléments de trigonométrie ; une révision de la géométrie avec l'étude des déplacements et d'autres transformations importantes, ainsi que la théorie des coniques. J'ai là résumé ce qui est relatif aux matières qui, par une tradition séculaire, font partie de la première culture mathématique. Si nous réunissons maintenant ce qui touche aux applications ou aux notions plus modernes dont l'introduction fut l'œuvre de 1902, nous trouvons la géométrie descriptive dont l'étude a déjà été commencée en Première. Puis des notions de perspective signalées à la fois dans le programme de géométrie et dans celui de dessin géométrique. Ces notions conduiraient facilement à des représentations rapides, expressives, artistiques des objets et cependant, elles ne sont pas usuelles parce que, dans cet ordre d'idées, toute la place est prise par les procédés de Monge, en vertu d'une vieille habitude soutenue par les errements des grandes Ecoles. Si nous reprenons notre énumération, nous trouverons des notions de géométrie analytique, l'étude des fonctions, la notion d'intégrale, la cinématique, la dynamique, la statique, la cosmographie.

Sans rechercher toutes les exigences auxquelles le programme de la classe de Mathématiques doit satisfaire, sans rechercher tout le profit qui peut être tiré de son étude, nous allons nous demander si cet enseignement réalise les buts suivants : Aller de l'avant, aussi loin qu'il est possible, dans les méthodes plus que dans les faits, en tenant compte du niveau élevé aujourd'hui inévitable dans les carrières scientifique ; asseoir les connaissances sur des bases solides fournies par l'examen des principes ; préparer des jeunes gens qui, pour la plupart, seront des techniciens, aux vues concrètes et rapides que leur profession exigera.

Tout d'abord, sur le premier point, beaucoup de nos collègues pensent que le seul changement à apporter à des programmes trop lourds serait de les diminuer et plus d'un m'a confié qu'il verrait disparaître la mécanique sans regret. Je ne puis voir les choses sous ce jour, à condition bien entendu que la part de l'enseignement des mathématiques reste la même. Cette condition comprend que l'on continuera à les étudier d'une manière intensive pendant trois années. Le temps est un facteur essentiel. La formation scientifique exige, elle aussi, une lente initiation. Deux années seraient insuffisantes. Sur ce point, mon opinion se trouve fortifiée quand je me reporte au temps des classes de Mathématiques Préparatoires et de Mathématiques Elémentaires, où mes camarades de lycée assimilaient mal un enseignement donné trop vite.

Oui, ces programmes sont chargés mais il ne faut pas oublier que nombre de chapitres d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie n'y figurent qu'à titre de révision, ni négliger ce fait que certaines parties ne sont pas exigées aux examens du Baccalauréat. N'y a-t-il pas là une idée tentante et digne d'être retenue, qui consisterait à faire deux parts dans la rédaction du programme de cette classe : L'une contenant les questions les plus simples, les plus essentielles, les plus précises, les seules obligatoires ; l'autre comprenant les questions que, décidément, notre respect du passé et notre goût de la perfection nous empêchent de laisser de côté. Et aussi quelques développements facultatifs variant avec les goûts du maître et la valeur des élèves ? Ne serait-ce pas un moyen de rendre l'enseignement moins uniforme, et d'empêcher sa cristallisation ? Il lui arriverait sans doute ainsi d'être, au moment de ces compléments, de forme moins parfaite ; mais la perfection ne lui a-t-elle pas, quelquefois, ôté de ses vertus ? Ceux de nos collègues qui pensent que la seule réforme possible se trouve dans les suppressions attachent-ils assez d'importance aux progrès accomplis, dont ils ont été les artisans : simplification des méthodes, développement du rôle de l'intuition, suppression de questions inutiles, et à ce qu'il sera possible de faire encore dans cette voie ? N'oublient-ils pas que la mission de l'enseignement secondaire n'est pas seulement de s'adapter aux élèves moyens ? Le moment n'est-il pas venu, dans la classe de Mathématiques, de préparer la jeunesse, sur une matière plus large, aux méthodes plus rapides de l'enseignement supérieur, théorique ou technique ?

Je défendrais donc volontiers ces programmes dans leur ensemble. Et même, j'exprimerai le regret qu'ils soient muets sur le problème de la composition des accélérations. Ce problème ne pourrait évidemment être abordé dans la classe de Mathématiques que sous la forme la plus modeste : mais cela suffirait pour éclairer, par quelques explications théoriques, des notions essentielles à tous points du vue, celles de force centrifuge, d'équilibre relatif et même de mouvement relatif qu'on se contente d'aborder expérimentalement et d'une façon qui ne satisfait pas entièrement l'esprit. Cela donnerait de l'intérêt à certains calculs numériques comme ceux de l'accélération dans le mouvement diurne ou dans le mouvement annuel de la terre. Et puis se trouverait ainsi amorcée ou tout au moins implicitement posée (je n'en demande pas davantage) la grosse question de la véritable signification des lois de la mécaniqre qui est abordée trop tard dans notre enseignement. Que de fois les élèves m'ont-ils exprimé leurs doutes au sujet de ces lois expérimentalement établies à la surface de la terre et qui deviennent, sans explications, des lois universelles dans un espace rapporté aux axes dits privilégiés ou absolus dont le mouvement, par rapport à la terre, est si compliqué ! Jusqu'à ces dernières années, les livres en usage dans l'enseignement secondaire n'abordaient pas la question. Fort heureusement, une intervention s'est produite, à peu près en ces termes : « On rapporte les positions de tous les corps à un système d'axes qu'on appelle par définition absolument fixes, dont l'origine est au centre de gravité du système solaire et dont les arêtes sont dirigées vers trois étoiles appelées étoiles fixes ». C'est par rapport à ces axes que s'appliquerait le principe de l'inertie, et aussi nos concepts de masse et de force. « Mais dans l'immense majorité des cas, il est permis de prendre un système d'axes liés à la terre. Il n'en résulte aucune inexactitude appréciable comme le montre l'observation d'accord avec la théorie des mouvements relatifs. » Encore une fois, il ne saurait être question de développer ce plan devant des élèves de Mathématiques. Le théorème de CORIOLIS les dépasse. Mais il faut leur montrer la difficulté et les rassurer.

Puisque j'ai parlé du théorème de CORIOLIS, qu'il me soit permis de dire que je vois sa place dans le programme de la classe de Mathématiques Spéciales et qu'en plus des raisons que je viens d'en donner il en est d'autres : Le mouvement relatif du point pesant et le pendule de FOUCAULT donneraient des exemples nouveaux d'équations différentielles à coefficients constants.

J'ai été amené, en parlant du niveau des programmes, à m'occuper également de la question des principes fondamentaux sur laquelle j'ai encore quelques remarques à présenter. N'introduisons-nous pas trop sèchement des concepts difficiles, élaborés seulement après plusieurs siècles d'efforts ? Ne sommes-nous pas trop pressés de les utiliser ? Philosophons-nous assez sur notre science ? N'oublions-nous pas que ses plus récents et remarquables travaux ont leur origine dans des retours sur les notions les mieux assises et dans des vues communes aux mathématiciens et aux philosophes ? Tenons-nous assez compte de la tendance à la généralisation, à l'abstraction, devenue aujourd'hui assez classique pour que nous éprouvions parfois de l'étonnement en ouvrant des ouvrages jugés parfaits il y a trente ans ? Donnons-nous sa part, je ne dirai pas à la rigueur, mais à l'esprit d'analyse qui envahit la science et ses applications, n'est pas sans rapport avec l'esprit d'observation et est capable au plus haut point d'affiner l'intelligence ? Il ne s'agit pas du tout d'imposer à notre jeunesse des vues pénibles à suivre, ou de longues démonstrations délicates, ou tout un enseignement dogmatique, mais, en opérant surtout par des exemples, de lui faire toucher du doigt certaines difficultés sans lui imposer les démonstrations qui les résolvent.

Il nous paraît impossible, en France, d'utiliser la géométrie pour ce dessein et d'imiter les efforts de ceux qui, aux Etats-Unis et en Italie principalement, ont voulu rendre son étude plus rationnelle.

Mais la mécanique et la théorie des fonctions se prêtent plus aisément à des remarques simples concernant les principes.

Les lois de la dynamique sont en général traitées dans une courte leçon. Cela tient à ce que l'usage est de séparer leur étude en deux parties, l'une, expérimentale, confiée au professeur de physique, l'autre, plus formelle, laissée au professeur de mathématiques. Tout en reconnaissant que l'intention est excellente de mieux graver dans l'esprit le caractère expérimental de ces lois, je ne crois pas que cette dualité ait eu d'heureux effets. Elle a détaché les uns et les autres d'un problème essentiel. Le professeur de mathématiques en est réduit à se borner à un sec énoncé des principes d'une science indépendante de la réalité. Les concepts de masse et de force gardent une trop grande part de mystère. La brièveté avec laquelle on les introduit cache toutes les difficultés qu'ils renferment ; pour la masse, les idées exprimées par ces mots : quantité de matière, masse d'inertie, masse pesante ; pour la force, les complexités d'une notion qui confond des efforts si variés, parfois effectifs, parfois imaginés : actions musculaires, actions au contact, actions à distance, force d'inertie, forces de frottement.

Il serait bon, revenant en arrière, d'établir des comparaisons entre nos conceptions et celles d'hier, de relire ces livres qui furent des modèles, comme la mécanique de DESPEYROUX et de suivre l'évolution qui s'est produite. Nous sommes devenus plus prudents, nous avons supprimé dans la plupart des cas le mot théorème et, plaçant les faits expérimentaux avant les principes que nous réduisons à un rang plus modeste, nous avons bouleversé l'ordre des matières.

Des lectures pourraient aussi être tirées de l'œuvre des grands Savants. Je pense à des passages de d'ALEMBERT et d'EULER où l'on trouverait de précieuses indications sur l'admirable illusion du XVIIIe siècle. On attribuait alors aux lois physiques un caractère mathématique rigoureux que nous ne leur accordons plus. On avait assez d'enthousiasme pour ne pas voir les limites de la science et s'imaginer que les lois de la mécanique, suivant le langage de l'époque, sont nécessaires et non contingentes parce qu'elles conduisirent à des conséquences si remarquablement exactes, en astronomie par exemple.

Résulte-t-il clairement des lignes qui précèdent que les efforts accomplis pour expliquer le développement des idées en mécanique vaudraient seulement par la précision, la simplicité et devraient se borner résolument au domaine non seulement de la dynamique classique mais aussi de la cinématique classique ? S'il a été question plus haut de relativité du mouvement (le mot figure au programme), toute allusion aux idées nouvelles doit être bannie. Louons ceux des maîtres qui, ayant réfléchi au principe de relativité, ont su résister au désir de leurs élèves d'en entendre parler et ont fait leur profit des lignes prophétiques écrites par HENRI POINCARÉ vers 1910. J'ai lu en effet dans *Science et Méthode* : Il pourra arriver « si ces théories subissent de nouvelles épreuves et si elles en triomphent », qu'on veuille « ouvrir aux enfants des aperçus et, avant de leur enseigner la mécanique ordinaire, les avertir qu'elle a fait son temps et qu'elle était tout au plus bonne pour cette vieille ganache de LAPLACE... » J'arrête là cette citation. Par avance, et sous la forme la plus spirituelle, POINCARÉ a écarté de nous un grave danger.

Comme la mécanique, mais plus aisément, l'étude des fonctions permet de nombreuses remarques relatives aux premières notions, qui portent nos élèves à la réflexion et ne les dépassent nullement. Ces remarques n'iraient pas à l'encontre de la note qui, au programme, recommande au professeur de laisser de côté les questions subtiles et de ne pas craindre de faire appel à l'intuition. J'ai eu à enseigner la théorie élémentaire des fonctions à des élèves appliqués, bien doués, d'esprit mûr, qui ignoraient à peu près tout du sujet. L'expérience était intéressante. Ce qui a paru subtil et peu intuitif à ces débutants, c'est le mode d'exposition classique basé sur le théorème des accroissements finis et les théorèmes généraux qui s'ensuivent. Ce qui les a intéressés, au contraire, c'est d'abord l'énumération des différents cas de figure rencontrés quand on trace, au voisinage d'un point, les deux arcs de courbe du graphique; c'est aussi la facilité, qu'on pourrait je crois utiliser davantage, avec laquelle on déduit de là des caractères qui s'excluent mutuellement et qui suffisent dans l'étude des fonctions. De nombreuses applications ont alors été faites et c'est seulement après qu'il nous a été possible de comprendre, sur des exemples appropriés, combien le sujet comporte de prudence, de saisir la complexité de notions apparemment simples comme celles de croissance et de plus grande valeur, et par suite d'éviter les erreurs si fréquentes chez les débutants comme par exemple la confusion entre la valeur d'une fonction définie en un point et la valeur limite ou conventionnelle qu'elle y admet Dans les dernières éditions de son *Traité d'Algèbre*, M. Niewenglowski est entré dans cette voie. Les exemples de fonctions qui donnent à réfléchir et qui montrent la nécessité d'une étude plus rigoureuse ont pu autrefois paraître artificiels. Beaucoup d'entre eux sont considérés aujourd'hui comme enfantins. Empruntant un mot de M. Borel, on peut dire que leur état « pathologique » est évident et fait apprécier la santé. C'est seulement après, dans un nouveau stade, que les élèves prendraient intérêt à un exposé plus logique des principes appliqués dans l'étude des fonctions et, en particulier, à la suite des propositions qu'il est d'usage de démontrer sur les fonctions continues et qui apparaissent, sans préparation, soit comme inutiles, soit comme incompréhensibles.

Abordons enfin ce qui, dans nos observations, est relatif aux applications. Nous allons être ainsi conduits à parler encore du programme de mécanique. Pour une bonne part, les élèves de la classe de Mathématiques seront des ingénieurs. La connaissance familière de la mécanique appliquée leur sera nécessaire, quelque spécialité qu'ils aient. Sans aller jusqu'à un enseignement technique, il y a lieu de les préparer à l'étude des réalités. Ils sont en possession des éléments de la mécanique rationnelle dont la base, si elle n'est pas simple, a du moins permis des déductions rigoureuses; il s'agit de leur montrer que l'étude des phénomènes naturels, toute complexe qu'elle soit, peut s'aborder par des moyens qui sont la conséquence et le prolongement de la mécanique rationnelle. C'est là un point essentiel. Souvent, parce qu'il est question d'applications, que les difficultés ont singulièrement augmenté, et qu'il est impossible de continuer à employer des modes de raisonnement aussi logiques et aussi simples, il arrive que tout contact avec les idées théoriques antérieures disparaisse et qu'on fasse appel à des façons de raisonner entièrement nouvelles et peu satisfaisantes.

Pour arriver, dans cet ordre d'idées, à plus de précision, il faudrait tirer un plus grand parti de la réduction d'un système de forces, l'utiliser pour les actions mutuelles de deux corps en contact, et montrer que le cas où elles se réduisent à une force unique forme précisément la première approximation sur laquelle nous avons à insister. Une remarque analogue serait à faire au sujet des forces intérieures que la notion de corps solide invariable nous fait oublier et qui sont au premier rang des préoccupations des praticiens. L'idée si féconde du partage d'un corps solide par des coupes fictives conduit à d'utiles et intéressantes applications de la réduction et de la décomposition d'un système de forces et fournit la définition immédiate de la compression et de la traction, du cisaillement, de la torsion, de la flexion. Malgré leur allure exclusivement technique, ces mots désignent surtout des notions théoriques préparatoires à l'étude de la résistance des matériaux.

Un grand progrès a été réalisé dans l'enseignement des applications usuelles de la mécanique par l'introduction du principe de solidification, c'est-à-dire des six conditions nécessaires d'équilibre d'un système matériel quelconque. Dans un ordre d'idées analogue, je crois qu'il serait bon d'insister davantage sur la notion de tension d'un fil. Si nos élèves ne la pénètrent pas bien, cela tient à ce que nous ne l'utilisons que dans les cas où elle garde une valeur constante et cette particularité prend vite l'allure d'une fausse évidence. Des considérations expérimentales sont utiles pour lutter contre une semblable erreur, à défaut des calculs précis qui seraient trop longs et trop élevés.

La réalisation des liaisons mérite aussi de retenir notre attention. J'ai vu souvent de bons esprits arrêtés sur de telles questions, soit qu'un détail d'ordre pratique leur échappât, soit qu'ils eussent le soupçon de difficultés réelles. Ne décidons-nous pas un peu sommairement qu'un corps solide aura un point géométrique fixe et que, par suite, l'action du point sur le corps se traduira par une seule force ? En fait, la réalité est plus complexe et, là encore, nous nous en tenons à une première approximation ; nous négligeons l'étendue du contact ; nous négligeons le frottement.

Cette question du frottement, qui s'introduit ici comme elle s'introduit à chaque pas dans ce chapitre des applications usuelles de la mécanique, est essentielle. Nous ne concevons plus un enseignement qui la laisserait de côté. Il nous paraît impossible de ne pas dire, de ne pas expliquer au moins partiellement, qu'il est conforme aux lois de la mécanique de voir couramment des forces en action produire des mouvements uniformes.

Messieurs, j'ai terminé car ma conclusion sera courte.

Je crois que la richesse, la variété des matières de l'enseignement des mathématiques dans la classe de Mathématiques, ainsi que la diversité des moyens pédagogiques qu'il comporte, sont propres à développer chez nos jeunes gens les qualités de souple intelligence qu'ils devront déployer lorsqu'à un titre quelconque ils détiendront un rôle de direction et je me suis efforcé de vous faire partager ma conviction ; en même temps, j'ai voulu aussi appeler votre attention sur la nécessité de préparer solidement, par un effort de deux années, en Seconde et en Première, l'étude d'un programme dont l'étendue ne pourrait être réduite qu'au détriment des études scientifiques supérieures et dont les remarquables résultats sont dus entre autres raisons à la large interprétation qu'ont su choisir nos maîtres pour l'enseigner.

TH. LECONTE,
Inspecteur de l'Académie de Paris.