Sur le premier livre de géométrie

Voici, pour l'enseignement initial de la géométrie, une méthode dont la caractéristique est de placer dès le début l'étude des parallèles. J'en exposerai les idées essentielles, priant nos collègues de rétablir eux-mêmes les intermédiaires manquants.

Chapitre I : Préliminaires. — La *ligne droite* est définie par les propriétés suivantes : 1° par deux points on peut en faire passer une et une seule ; 2° deux droites sont superposables d'une double infinité de manières ; 3° une troisième propriété, qu'on énoncera ultérieurement, complètera cette définition.

Définition habituelle du *plan* ; glissement et retournement.

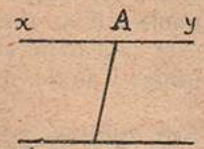
Chapitre II : Angles. — *Angle plat.* — La demi-droite Oz qui partage l'angle plat xOy en deux angles égaux s'appelle *perpendiculaire*. (Il paraît superflu de démontrer son existence et son unicité.)

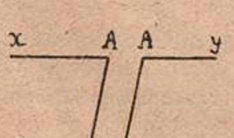
L'*angle droit* est la moitié d'un angle plat. (Vu cette définition, l'égalité de tous les angles droits est considérée comme chose évidente.)

Angles supplémentaires.

Mesure des angles : Angle droit, grade, rapporteur.

(N. B. — On ne parle pas, dans ce chapitre, de la perpendiculaire abaissée sur une droite d'un point extérieur.)





Chapitre III : Parallèles. — Leur existence : Traçons deux droites xy et $x'y'$ coupant la sécante AB sous des angles alternes internes égaux et étudions la figure. 1° La partie droite est superposable à la partie gauche : pour le prouver, on les dessinera séparément, et on fera glisser et pivoter l'une des deux : 2° donc, si Ax et Bx' se coupaient en I, Ay et By' se couperaient en J ; par I et J passeraient deux droites, ce qui est impossible. Les droites xy et $x'y'$ sont *parallèles*. (Cf *Précis de géométrie plane*, par F. Brachet et J. Dumarqué, page 37).

Postulat d'Euclide présenté comme la propriété qui complète la définition de la ligne droite. Ses corollaires habituels.

Problème. Du point O, extérieur à xy, abaisser une perpendiculaire sur xy : Par O menons $x'y'$ parallèle à xy, et nous sommes ramenés à élever de O une perpendiculaire sur $x'y'$: une et une seule solution.

Chapitre IV : Triangles. — Somme des angles. — L'angle extérieur $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$, donc est plus grand que $\hat{A}$ ou $\hat{B}$. Existence du triangle équiangle. Angles du triangle rectangle.

Premier cas d'égalité : Deux triangles ayant un côté égal et deux angles égaux semblablement placés sont égaux. Cas particulier : premier cas d'égalité des triangles rectangles.

Triangle isoscèle. — Réciproque : Si $\hat{B} = \hat{C}$, on aura $AB = AC$. En effet, menons la bissectrice AI comme dans le théorème direct, et appliquons le premier cas d'égalité avec l'extension que nous venons d'indiquer.....

(N. B. — Le théorème habituel sur l'angle extérieur est supprimé.)

Inégalité : Si deux triangles ont deux côtés égaux, avec l'angle compris inégal : $\hat{A} < \hat{A}'$, je dis que BC sera plus petit que B'C'. En effet, l'inégalité $\hat{A} < \hat{A}'$ sera compensée par exemple par $\hat{B} > \hat{B}'$. Superposons AB et A'B' : AC tombera à l'intérieur et BC à l'extérieur. Joignons CC', ce qui donne un triangle isoscèle ACC'... Etudions les angles du triangle BCC'...

Avantages de cette méthode

1° Certaines démonstrations sont facilitées ou rendues inutiles. D'autres, sans être modifiées, perdent leur caractère artificiel : par exemple, pour démontrer que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes, il est tout naturel dans notre méthode que, ayant à abaisser de A la perpendiculaire sur BC, nous menions d'abord la parallèle à BC.

2° Les Ier et Ve livres suivront une marche toute similaire : parallélisme d'abord, perpendicularité ensuite. Comparez : perpendiculaire abaissée d'un point extérieur sur une droite. — ou :.... sur un plan.

3° Nos chapitre II et III et le début du IVe n'étudient que des comparaisons d'angles, sans aucune intrusion des longueurs ; d'où une uniformité de raisonnement pédagogiquement utile, car elle évite la confusion, si fréquente chez les commerçants, des notions d'angle et de distance.

4° Dès le début, théorèmes pas trop évidents, pas trop difficiles non plus, donc attrayants pour les élèves ; nombreux exercices sur la somme des angles d'un triangle.

5° On peut nous objecter que nous faisons dépendre du postulat d'Euclide un problème qui en est indépendant en soi : à savoir la perpendiculaire abaissée sur une droite d'un point extérieur. A cela nous répondons :

a) Au point de vue pédagogique, l'objection est sans intérêt pour des élèves de Quatrième. On peut même soutenir que, le postulat d'Euclide étant le complément de la définition de la droite, il est logique de l'en rapprocher. De plus, notre construction de la perpendiculaire est, telle quelle, exécutable pratiquement par le rapporteur et la règle ; elle s'apparente avec la construction régulière par la règle et l'équerre ; tandis que la démonstration classique ne mène à aucune construction réalisable.

b) Au point de vue spéculatif, l'objection a sa valeur. Mais elle est compensée, peut-être avantageusement, par ce fait que si, pour ce problème, nous recourons au postulat d'Euclide, en revanche nous n'utilisons pas l'axiome de retournement possible du plan : nous faisons donc de la pure géométrie plane, ce qui n'a pas lieu avec la démonstration traditionnelle.

La méthode ci-dessus exposée est actuellement expérimentée dans une classe nombreuse. Jusqu'ici les résultats semblent satisfaisants. Je serai reconnaissant à nos collègues qui voudront bien me dire ce qu'ils en pensent.

A. Decerf,
Professeur au Lycée Janson-de-Sailly.