DEUXIÈME PARTIE

Adresser au Secrétaire, M. DELCOURT, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14e, toute communication relative à la rédaction de la deuxième partie du *Bulletin*.

Il remercie les membres de l'Association qui ont bien voulu lui envoyer dès leur apparition des énoncés de problèmes d'examens ou de concours ou lui signaler des articles de pédagogie ou d'enseignement mathématique publiés par des Revues françaises ou étrangères.

Sur la théorie des pôles et polaires dans l'Enseignement secondaire

Ainsi que l'avait annoncé le *Bulletin* n° 32, des professeurs de mathématiques se sont réunis au Lycée Louis-le-Grand, le 23 novembre 1923, pour s'entretenir de la théorie des pôles et polaires dans l'Enseignement secondaire (1).

La présence et le maintien de cette théorie au programme de la classe de Mathématiques A-B ont paru parfaitement justifiés ; en par-

(1) *Etaient présents* : MM. ARNOULD *(Condorcet)*, BIOCHE *(Louis-le-Grand)*, CHENEVIER *(Henri IV)*, COMMISSAIRE *(Louis-le-Grand)*, DECERF *(Janson)*, DELCOURT *(Saint-Louis)*, Mlle DETCHEBARNE *(Molière)*, MM. DUMARQUÉ *(Condorcet)*, GUSSE *(Pasteur)*, ILIOVICI *(Carnot)*, LEMAIRE *(Janson)*, PERFETTI *(Janson)*, ROBY *(St-Germain)*, le Dr VETTER *(de Prague)*, WEBER *(Buffon)*, WEILL *(Saint-Louis)*.

ticulier, elle permet de donner aux élèves un exemple d'une méthode de transformation où la correspondance est établie, d'une manière réciproque, entre un point et une droite, et non plus entre un point et un point ou une droite et une droite.

Diverses définitions, dont chacune a ses avantages particuliers, sont employées pour introduire la polaire d'un point A par rapport à un cercle (C) :

droite perpendiculaire au diamètre OA *en un point* A' *tel que*

$$\overline{OA}.\overline{OA'} = R^2 ;$$

droite portant le lieu du conjugué harmonique du point A *par rapport aux points d'intersection d'une sécante variable...* ;

lieu du point A' *tel que le cercle de diamètre* AA' *soit orthogonal au cercle* (C). (Cf. avec la Note de M. Blutel, *Bulletin* n° 21, page 55).

Après discussion, les professeurs présents sont d'avis qu'on ne saurait préconiser l'une plutôt que l'autre, mais qu'il importe, une définition étant adoptée, de montrer son identité avec les autres, données alors comme propriétés caractéristiques.

Quelques observations de M. Vieillefond (St-Louis), empêché d'assister à la réunion, sont ensuite présentées au sujet de la théorie des pôles et polaires en Mathématiques Spéciales. Elles concernent la définition du mot « pôle ».

Voici tout d'abord, à ce sujet, le programme de cette classe :

« ....*Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une conique ; polaire d'un point. — Condition pour que deux droites soient conjuguées ; pôle d'une droite.* »

« ....*Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une surface du second ordre ; plan polaire d'un point. — Condition pour que deux plans soient conjugués ; pôle d'un plan. — Droites conjuguées...* »

Beaucoup d'auteurs appellent pôle d'une droite le point qui admet cette droite pour polaire, et pôle d'un plan le point qui admet ce plan pour plan polaire. Ces définitions, parfaitement légitimes, cadrent mal avec les indications du programme. Elles sont, de plus, assez incommodes lorsque la conique (ou la quadrique) dégénère au point de vue tangentiel, les mots « pôle » et « polaire » (ou « plan polaire ») ne se correspondant plus dualistiquement dans ce cas. Il est pourtant utile de savoir ce que c'est que le pôle d'une droite par rapport à deux points : sinon, comment comprendre pleinement le théorème relatif aux pôles d'une droite par rapport aux coniques d'un faisceau tangentiel.

Il peut sembler préférable d'adopter les définitions suivantes, employées d'ailleurs par M. Blutel, dans ses *Leçons de Mathématiques Spéciales* ; elles respectent les indications du programme et tiennent compte du principe de dualité, dont l'importance est si grande en géométrie projective (on sait que les axiomes fondamentaux de la géométrie projective sont dualistiques) :

Géométrie plane

Points conjugués par rapport à une ligne du second ordre (conique pouvant dégénérer en deux droites) : *Deux points sont conjugués par rapport à une ligne du second ordre, s'ils sont conjugués harmoniques par rapport aux points de rencontre de cette ligne avec la droite qui les joint.*

Polaire d'un point A : *C'est la droite lieu des points conjugués du point* A.

Droites conjuguées par rapport à une enveloppe de deuxième classe (conique pouvant dégénérer en deux points) : *Deux droites sont conjuguées par rapport à une enveloppe de deuxième classe, si elles sont conjuguées harmoniques par rapport aux deux tangentes menées à l'enveloppe par leur point de rencontre.*

Pôle d'une droite (D) : *C'est le point fixe par lequel passent toutes les droites conjuguées de* (D).

Théorème : *Dans une véritable conique, le pôle d'une droite* (D) *est le point qui admet cette droite* (D) *pour polaire, et la polaire d'un point* A *est la droite qui admet ce point* A *pour pôle.*

Géométrie de l'Espace

Points conjugués par rapport à une surface du second ordre (quadrique pouvant dégénérer en un cône ou deux plans) : *Deux points sont conjugués par rapport à une surface du second ordre, s'ils sont conjugués harmoniques par rapport aux points de rencontre de cette surface avec la droite qui les joint.*

Plan polaire d'un point A : *C'est le plan lieu des points conjugués du point* A.

Plans conjugués par rapport à une enveloppe de deuxième classe (quadrique pouvant dégénérer en une conique ou deux points) : *Deux plans sont conjugués par rapport à une enveloppe de deuxième classe s'ils sont conjugués harmoniques par rapport aux deux plans tangents menés par leur intersection.*

Pôle d'un plan (P) : *C'est le point par lequel passent tous les plans conjugués de* (P).

Théorème : *Dans une véritable quadrique, le pôle d'un plan* (P) *est le point qui admet ce plan* (P) *pour plan polaire, et le plan polaire d'un point* A *est le plan qui admet ce point* A *pour pôle.*

A la même réunion, deux communications, insérées pages 74 et 71 du présent *Bulletin*, ont été faites, l'une par M. Weber, sur les expressions « quotient exact » et « rapport (de deux nombres) », l'autre par M. Decerf, sur la façon dont il a ordonné, cette année, le premier enseignement de la géométrie en Quatrième A.