A la recherche d'une méthode

J'ai longuement hésité à publier une étude dont l'idée me poursuit depuis longtemps. En insistant publiquement sur la médiocrité de certains résultats, j'ai craint de donner une idée fausse de l'enseignement des mathématiques, dans nos établissements secondaires, et de lui nuire dans l'esprit de ceux qui ont la charge de ses destinées. Le danger était d'autant plus grand qu'il est fort difficile de démontrer les avantages de cette discipline à ceux qui croient n'en avoir tiré aucun profit ou qui en ont conservé un souvenir peu agréable ; ceux qui en ont bénéficié n'ont pas besoin de cette démonstration. Au point où nous sommes arrivés, il semble que ce danger ait fait place à un autre qui commande l'action.

La réforme en cours astreint tous les élèves aux mêmes études scientifiques, jusqu'à la fin de la classe de première. Au premier abord, on devrait se féliciter de l'hommage rendu à des enseignements dont la valeur éducative est proclamée, puisqu'on n'en veut priver personne.

Mais, en se reportant au passé et au présent, on ne peut s'empêcher de concevoir quelque inquiétude. Chacun sait que les élèves sortant de 3^e^ A s'orientent vers les divisions A-B ou les divisions C du second cycle, les uns d'après leurs préférences, les autres d'après leurs répugnances ; il ne serait pas impossible de faire la part de ces deux causes principales. Des renseignements autorisés permettent de croire que, dans certaines classes de 3^e^ A, la moitié des élèves étaient regardés par le professeur comme incapables de s'intéresser à l'étude des mathématiques. Quant à ceux que leur orientation primitive condamnait à entrer en 2^e^ D, leur présence, dans les divisions B du premier cycle, n'était nullement une garantie de leurs aptitudes naturelles pour les mathématiques. Quoi qu'il en soit, la bifurcation scientifique, à la fin du premier cycle, avait pour résultat de répartir les élèves de façon moins hétérogène et de faciliter la tâche des professeurs de mathématiques du second cycle.

La formation des queues de classes, commencée en 6^e^, s'aggravait seulement jusqu'en 3^e^, en ce qui concerne les élèves des sections A ; elle ne cessera maintenant qu'au sortir de la 1^re^, pour tous les élèves. Le devoir du professeur de mathématiques reste le même, en 2^e^ et en 1^re^ : il lui faut s'adresser à l'ensemble et tirer le meilleur parti de tous, sans nuire aux mieux doués. Mais le nouveau régime risquant d'augmenter la proportion des élèves faibles, compliquera sa tâche. On n'aperçoit qu'un remède : réduire, à chaque étape, le nombre de ceux qui cesseront de s'intéresser à un enseignement hors de portée. On ne peut guère songer à organiser des examens de passage, propres tout au plus à constater des connaissances, le jugement des aptitudes étant chose d'autant plus délicate que les élèves sont plus jeunes. Il faut donc adapter l'enseignement au plus grand nombre, dans les débuts plus que partout ailleurs. Ceci m'amène à l'examen des résultats que produit actuellement l'étude de l'arithmétique dans les classes de transition : 6e et 5e chez les garçons, 1re et 2e année chez les jeunes filles.

J'avais remarqué depuis longtemps l'inaptitude de la majorité des élèves du 1er cycle à reproduire exactement les textes des règles d'arithmétique qu'on leur donnait à appliquer ou à expliquer, le jour d'une composition ; lorsqu'il s'agissait d'une explication, la lecture des copies me permettait d'attribuer cette incapacité, non à l'étourderie naturelle à cet âge, mais le plus souvent à une incompréhension. Au bout d'un certain temps, la mémoire se refusait à rendre correctement ce que l'esprit ne concevait pas.

Combien de fois ai-je entendu des maîtres se plaindre de la différence des résultats obtenus dans les devoirs portant sur des questions d'arithmétique, suivant que les élèves avaient travaillé ou non sous leur surveillance !

Faut-il rappeler aussi l'ignorance d'un grand nombre d'élèves, au sujet du calcul des fractions et de l'usage du système métrique, après une étude de plusieurs années ?

Les difficultés éprouvées par les enfants pour comprendre l'arithmétique théorique étaient telles que des professeurs se contentaient de faire apprendre des règles par cœur et d'en faire saisir le mécanisme par des applications. La logique n'y trouvait guère son compte et je n'ai jamais pu obtenir des élèves de 6e ou de 5e ainsi formés, de raison acceptable, relativement aux propriétés abstraites des fractions. Que l'oubli fasse son œuvre, sur un terrain préparé de cette façon, il n'y a rien de surprenant.

En outre, l'application des règles abstraites à des problèmes qui trouvent leur origine dans la réalité ne dispensait pas d'une étude concrète et j'avais toujours remarqué la maladresse des élèves à adapter à des données particulières l'instrument qu'on leur avait mis entre les mains ; le moindre appel à un effort d'observation les décontenançait et certains de leurs professeurs accoutumés à ces résistances les trouvaient toutes naturelles.

J'avais observé la peine éprouvée par le maître pour faire distinguer une multiplication de fractions d'une division, les répugnances que suscite la notion de rapport et celle de grandeurs proportionnelles, les dégâts commis sous le couvert de la règle de trois qui ne respecte l'intégrité d'aucun objet soumis à sa loi, tout en visant la réduction à l'unité !

Mais ce qui me frappait surtout, c'était la possibilité d'une déformation du jugement par un enseignement qui repose à peu près uniquement sur l'application des règles.

Quelques expériences relativement récentes m'ont fourni l'occasion de préciser mes craintes ; je crois devoir les rapporter avec quelques détails qui les situent bien et qui permettent à chacun de se faire une opinion.

Dans une classe de 5ᵉ B, le maître vient de démontrer que $2 \times 3 = 3 \times 2$, que $3 \times 5 = 5 \times 3$ et conclut ; les élèves interpellés ont naturellement utilisé les valeurs des produits effectués et je sens nettement que les préoccupations de leur professeur ne les ont pas effleurés. Pour m'en assurer, je prends la direction de la classe, je mets un élève à part et, après avoir fait ranger les 32 autres sur les quatre bancs, je me place bien en face et :

— Je vois 8 élèves au premier banc, 8 au second, ..., 8 au quatrième ; cela fait ?

— 32 élèves, monsieur !

— Oui, je vois que vous savez votre table de Pythagore, sur ce point particulier tout au moins, mais ce n'est pas ce que je veux constater. Je reprends : je compte une première fois 8 élèves, ..., une quatrième fois 8 élèves ; cela fait ?

Les uns répondent 4 fois 8 élèves, les autres 8 fois 4 élèves.

L'accord s'étant établi sur la première réponse, je passe à une extrémité des bancs et je demande aux élèves de se tourner vers moi. Comme ils ne soupçonnent pas mon but, leur curiosité est fort excitée.

— Je vois cette fois 4 élèves au premier rang, ..., 4 élèves au huitième rang ; cela fait ?

— 8 fois 4 élèves, monsieur !

La leçon avait porté quelques fruits et tout le monde attendait une nouvelle question, non sans impatience.

— Est-ce que je trouverai le même nombre d'élèves dans les deux cas ?

Le ton que j'avais adopté manifestait une telle inquiétude que la classe tout entière fut interloquée. A force d'encouragements, un élève se décida à lever le doigt et demander à répondre :

— Oui, monsieur, le nombre des élèves est le même.

— Pourquoi, mon ami ?

— Parce qu'un produit ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs.

Cette réponse obtint l'adhésion générale des intéressés.

La même expérience recommencée nombre de fois, sous toutes les latitudes où j'eus accès depuis, a toujours donné les mêmes résultats, en 6ᵉ, en 5ᵉ, même en 4ᵉ, en 1ʳᵉ et 2ᵉ année. Chaque fois que les élèves se sont souvenus de la règle, ils m'ont fait la même réponse.

Dans une classe de 6ᵉ A, à propos des propriétés de l'addition, je propose de compter le nombre des élèves de diverses façons. Je me promène et je constate que je trouve 3 élèves d'un côté, 4 élèves d'un autre, 5 élèves dans un angle de la salle, etc. ; puis qu'en les regardant, dans un ordre différent, j'en aperçois 5 d'un côté, 3 d'un autre, etc. J'émis une telle impression de doute en posant cette question : « Trouverai-je le même nombre d'élèves dans les deux cas ? » que les enfants ne surent plus que croire ; je fus obligé de les rassurer : je me contentai de leur demander si des élèves étaient entrés ou sortis dans l'intervalle et tous les visages s'éclairèrent.

Je ne poursuivis pas l'expérience ce jour-là ; mais je l'ai reprise bien souvent et chaque fois que les élèves se sont rappelé qu'une somme ne change pas, quand on intervertit simplement l'ordre des termes, ils ont invoqué cette règle pour constater que le nombre d'élèves était resté le même.

De ces constatations choisies parmi beaucoup d'autres du même genre, on serait tenté de conclure que l'enfant a besoin d'une règle et que la vision directe de faits très simples lui est interdite. Si on adopte cette conclusion, ne va-t-on pas soumettre son activité à des lois dont l'origine lui échappe, retarder encore l'âge où cette vision devient nécessaire ? Est-ce que l'empreinte laissée par une telle discipline ne va pas diminuer en lui la faculté d'observer, sans laquelle il est impossible d'étudier avec fruit les sciences expérimentales ?

L'importance de ces faits n'apparaît pas également à tous ceux qui en sont les témoins : quelques-uns en sont vivement frappés. Au sortir d'une classe de 4[e] B, où ces deux expériences m'avaient donné les résultats habituels, je dis au Recteur qui m'accompagnait : « Je serais curieux de savoir à quel âge cet état d'esprit disparaît. » « Je suis plus curieux encore de savoir à quel âge il commence », me répondit-il. On ne pouvait poser plus nettement le problème de la responsabilité de l'enseignement.

Je ne crois pas que le mal soit aussi profond qu'il paraît. Il ne faut pas oublier que l'élève habitué surtout à faire preuve de connaissances, ne fait appel qu'à sa mémoire, quand on l'interroge ; il n'est guère capable de séparer les effets et les causes : la peine qu'il éprouve à distinguer les conclusions des hypothèses, en géométrie, jusque dans la classe de seconde, en est une preuve. On ne peut douter d'ailleurs que les élèves aient la notion de leur nombre, car ils sont les premiers à répondre, quand on leur demande si la classe est au complet : un coup d'œil circulaire, jeté sur les bancs dans un ordre quelconque, les renseigne immédiatement.

Quoi qu'il en soit, le problème posé vaut qu'on y réfléchisse.

Des observations d'un autre ordre montreront le danger qu'il peut y avoir à donner prématurément des connaissances, sous forme de règles. Dans une classe de 6[e], le maître énonce la règle relative à la divisibilité par 9 ; afin d'en bien faire saisir le mécanisme et de donner confiance aux élèves, il la fait appliquer et vérifier, sur divers exemples. Il semble qu'il n'y ait rien à reprendre à cette façon de faire, que le professeur emploie d'ailleurs constamment.

La découverte de la règle ne me paraissant pas au-dessus des forces de cette classe, je m'adressai à tous et demandai qu'on me fournît des multiples de 9, sans faire appel à la règle, bien entendu ; un élève me donna 36, un autre 9, un troisième 99.

Je croyais tenir le fil directeur ; avant de le suivre, je voulus m'assurer de sa solidité, mais à ma question : « Comment avez-vous vu que 99 est un multiple de 9 ? » l'élève répondit en invoquant la règle. Je lui avais proposé un effort au-dessus de ses moyens, en lui demandant d'oublier ce que le maître lui avait si bien appris. Il ne me restait plus qu'à attendre l'action salutaire du temps, qui rendrait possible le libre exercice du jugement, en supprimant l'apport de la mémoire. Je livre cet exemple à la méditation de ceux qui croient encore que la démonstration du maître est rendue plus facile lorsque l'élève en connaît le but.

Une maîtresse d'un établissement secondaire de jeunes filles demandant un jour à ses élèves pourquoi elles s'intéressaient si peu à une démonstration dont elle essayait en vain de leur faire saisir l'importance, obtint une confidence dont je garantis le sens, sinon les termes : « Nous connaissons cette règle depuis longtemps ; nous l'avons souvent appliquée et jamais elle ne nous a trompées, pourquoi voulez-vous que nous en doutions ? »

Des exemples de ce genre montrent le danger de tuer la curiosité en apportant des connaissances prématurées. Et pourtant, il faut donner des connaissances de bonne heure, si l'on veut en tirer des aliments indispensables au besoin d'activité des jeunes élèves !

Une autre expérience montrera combien est superficielle la notion de fraction acquise par les enfants.

Dans une classe de 1re année de 38 élèves, la maîtresse vient de faire corriger un problème au tableau : on donne le prix de vente de marchandises et on demande le prix d'achat, sachant qu'elles ont été revendues avec un bénéfice de 14 0/0. On s'est appuyé sur ce fait que le prix de vente est les 114 centièmes du prix d'achat et que, par suite, ce dernier est les 100 cent quatorzièmes du premier. Le problème a été fait par beaucoup, si on en juge par les copies remises. Je demande si tout le monde a compris les explications données au cours de la correction ; j'obtiens la réponse affirmative habituelle, dont on se contente trop souvent. Je voulus m'en assurer et je sortis deux crayons que je présentai à la classe en ces termes :

— La longueur du petit crayon est les 3 cinquièmes de celle du grand ; qui de vous peut me dire ce qu'est la longueur du grand par rapport à celle du petit ?

Au bout de quelques instants, après bien des encouragements, je constatai que 7 élèves se proposaient de répondre. Je les interrogeai successivement, sans rien laisser paraître de l'effet que me produisaient les réponses : la dernière seule me fournit le résultat exact, soit 5 tiers. Encore ne put-elle m'en donner une raison acceptable !

Je montrai alors, en remontant à la définition, comment les deux crayons m'apparaissaient divisés l'un en 5, l'autre en 3 parties respectivement égales ; comment la vision des nombres 5 et 3 était inséparable de celle des nombres 3 et 5, et que les deux fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{3}$ s'imposaient simultanément à l'esprit : je finis par obtenir l'adhésion de toutes. Je ne m'en tins pas là et recommençai avec des exemples qui différaient du premier, soit par les fractions mises en jeu, soit par la nature des grandeurs que je choisis toujours familières aux enfants.

Ce ne fut qu'au bout de cinq tentatives que j'obtins, sans restriction, l'assentiment général ; encore ne suis-je pas bien sûr que ce ne fût un moyen d'échapper à une ténacité que toutes avaient sentie irréductible !

Je pourrais citer beaucoup de faits analogues. Ceux que j'ai rapportés suffisent à montrer certaines des difficultés que présente l'enseignement de l'arithmétique ; elles ne sont pas inférieures à celles que l'on rencontre en géométrie. Il en est d'autres d'ailleurs que n'éprouvent pas, au même degré, ceux qui enseignent la géométrie : elles tiennent au passage des élèves par les mains d'un grand nombre de maîtres ou de maîtresses, en partant de la maman ou de la nourrice. Nous sommes désarmés en présence de ces collaboratrices de la première heure, dont les bonnes intentions dépassent souvent la compétence.

Nous verrons dans la suite ce que l'on peut tenter pour écarter des obstacles d'un autre genre.

E. Blutel.