

# Bulletin de l'Association

des

# Professeurs de Mathématiques

## de l'Enseignement Secondaire Public

Paraisant tous les trimestres

### SOMMAIRE

#### PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants.....	39
II. Etat de l'Association.....	40
III. Conseil supérieur de l'Instruction publique : <i>Elections de 1923</i> ..	45
IV. Documents officiels : 6. <i>Programmes du 3 décembre 1923</i> .....	45
7. <i>Au sujet des livres de classe</i> .....	54
8. <i>La composition scientifique au Concours de l'E. N. S. (Lettres)</i> .....	55
9. <i>Rapport sur le Concours, en 1923, de l'Agrégation des Sciences Mathématiques des Jeunes Filles</i> .....	56

#### DEUXIÈME PARTIE

Sur la théorie des pôles et polaires.....	62
E. BLUTEL : <i>A la recherche d'une méthode</i> .....	65
F. BRACHET et J. DUMARQUÉ : <i>Sur un lieu géométrique élémentaire</i> ...	70
A. DECERF : <i>Sur le premier livre de géométrie</i> .....	71
E. DROULON : <i>Sur le volume du tronc de prisme triangulaire</i> .....	73
Unification des définitions de mots et notations mathématiques ( <i>suite</i> ).	
15. <i>Questions de langage</i> (E. Vessiot).....	74
16. « <i>Quotient exact</i> » et « <i>Rapport</i> ». (M. Weber).....	74
Enoncés de problèmes ( <i>communiqués par M. A. Decerf</i> ).....	76

#### ADMINISTRATION

44, boulevard St-Michel, PARIS (VI<sup>e</sup>)

Les membres de l'Association (cotisation : 5 fr. pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que toute publication de l'Association.

Abonnement d'un an au *Bulletin* : France, 5 fr. — Etranger, 7 fr. 50  
 Prix d'un numéro du *Bulletin* : — 1 fr. — — 1 fr. 50

Librairie DELAGRAVE, 15, rue Soufflot, Paris (V<sup>e</sup>)

Nouveauté :

# PRÉCIS DE GÉOMÉTRIE

F. BRACHET

PAR

J. DUMARQUÉ

Ancien élève de l'École Normale Supérieure,  
Professeur agrégé au Lycée d'Hanoi.

Ancien élève de l'École Normale Supérieure,  
Professeur agrégé au Lycée Condorcet.

## I. Géométrie Plane (Cl. de 2<sup>e</sup> C et D)

contenant 330 figures, 339 problèmes et une table de rapports trigonométriques

Un volume in-8°, br. . . . . 9 fr. ; cart. . . . . 11 fr.

## II. Géométrie dans l'espace

(Classes de 1<sup>re</sup> C et D)

Un volume in-8°, illust. de 167 figures, br. 7 fr. ; cart. . . . . 8 fr. 50

Vient de paraître :

## III. Compléments, Transformations, Coniques

(Classes de Mathématiques A et B)

Un volume in-8°, 211 figures, 530 problèmes, br. . . . 8 fr. ; cart. . . 10 fr.

Un livre préliminaire regroupe, en les complétant, les connaissances antérieurement acquises. Les déplacements, l'homothétie, l'inversion, etc., sont ensuite étudiés systématiquement au point de vue *Transformations* des figures. Les propriétés essentielles des *Coniques* sont exposées avec toute la rigueur et la simplicité désirables.

E. SCHLESSER

Trigonométrie rectiligne. In-8°, br. . . . . 9 fr. 50 ; cart. . . . 12 fr.

J.-B. NIEWENGLOWSKI, Inspecteur général de l'Instruction publique

Tables de Logarithmes, à 5 décimales

Arithmétique (Math. A et B)

In-8°, cart. . . . . 7 fr.

In-12, br. . . . . 9 fr. 50 ; cart. 12 fr.

Vient de paraître :

# COURS D'ALGÈBRE

à l'usage des Elèves de Mathématiques spéciales

Par A. DECERF, Professeur au Lycée Janson de Sailly

Préface de M. LUDOVIC ZORETTI, Professeur à la Faculté des Sciences de Caen

Un volume in-8°, illust. de 40 figures, br. . . . 16 fr. ; relié. . . . 18 fr.

*Plan nouveau pour l'étude des fonctions* : idées générales de dérivées et d'intégrales d'abord, monographies ensuite. Le logarithme défini par une intégrale, d'où allègement considérable. Notions historiques.

Majoration temporaire de 25 %

*Bulletin de l'Association*  
*des*  
**Professeurs de Mathématiques**  
*de l'Enseignement Secondaire public*

---

**PREMIÈRE PARTIE**

---

**I. Avis importants**

---

**1. Errata**

*Bulletin* n<sup>o</sup> 32, page 6 : lire « CARISSAN, Condé-s.-Noireau (C.). »

*Bulletin* n<sup>o</sup> 32, page 10 : lire « MONIER, Charleville. »

*Bulletin* n<sup>o</sup> 32, page 12 : lire « RIBAILLIER, Poitiers. »

**2. Paiement des Cotisations 1923-1924**

Le Bureau remercie vivement les correspondants et les membres de l'Association qui ont bien voulu se charger de recueillir et d'envoyer les cotisations de leurs collègues.

Ceux qui n'ont pas encore réglé leur cotisation (5 francs à verser en octobre, art. 4 des statuts) sont instamment priés de les adresser au Trésorier, individuellement ou — de préférence — par établissement, à l'aide d'un chèque postal (frais d'envoi : 0 fr. 25) en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 550.44 — E. WEILL  
6, rue Leclerc, XIV<sup>e</sup>

L'inscription au *Bulletin* des membres ayant versé leur cotisation tiendra lieu de reçu.

**Prière de bien vouloir signaler aussi les mutations et nominations** (nouveaux et anciens postes, mises à la retraite...) des professeurs de mathématiques, et, s'il y a lieu, les rectifications au Répertoire alphabétique du *Bulletin* n<sup>o</sup> 32.

### 3. Enquête sur l'enseignement des mathématiques

Le Bureau de l'Association a été avisé que l'enseignement des mathématiques n'était pas toujours donné par des professeurs qualifiés ; les membres de l'Association sont instamment priés de bien vouloir documenter le Bureau à ce sujet.

### 4. Prochaines élections au Comité

L'Assemblée générale de Pâques 1924 sera appelée à élire 8 membres au Comité, en remplacement de Mlles CARTAN et COTTON, décédées ; de M. COMMISSAIRE, devenu membre de droit ; de M. ESCANDE, nommé à l'Ecole Turgot ; de Mme MOSSÉ et de MM. JACQUIER, LEMAIRE et POUTHER, membres sortants non immédiatement rééligibles.

Afin d'éviter une trop grande dispersion des suffrages, il semble désirable de présenter au choix des électeurs — *qui conservent d'ailleurs leur entière liberté* — une liste de membres de l'Association acceptant de mettre leur activité et leur dévouement au service de l'Association.

Les membres de l'Association désireux soit de poser leur candidature, soit de provoquer la candidature d'autres collègues, sont priés d'en informer le Bureau.

## II. Etat de l'Association

714 membres au 30 novembre 1923

### 1. Inscriptions

(L'astérisque indique un membre honoraire)

MM.	MM.
BERNARD (A.), Lorient.	GUILLEMIN, Lons-le-Saunier.
BOURSINHAC (Mlle), Albi (C. F.).	*LEBEUF, Besançon, <i>Observatoire</i> .
BRAUN (J.), Mulhouse.	LEROUX, Lorient.
BRAUNS (M.), Rombas (C.).	MALACHANE, Ajaccio (C.).
BROS, Albi.	MARION, Brest.
BROSSARD, St-Omer.	MASSIANI, Marseille, <i>St-Charles</i> .
BURLLOT, Madrid, <i>Lycée français</i> .	MOMAL (Mlle), Roubaix (C. F.).
COLLOT (Mlle), Rennes (F.).	PIETRI, Alger.
DENOYELLE (Mme), Laval (L. G.).	RAFFIN (Mlle), Alger (F.).
DUÇOS, Bergerac (C.).	SANDIER (Mlle), Versailles (F.).
FINAS, Brest.	TRIAUD (Mlle), Colmar (F.).
GAUTHIER, Rochefort.	VAUTHERIN, Lyon, <i>St-Rambert</i> .
GROLLEAU, Marseille, <i>St-Charles</i> .	VERRIÈRE, Rochefort.

### 2. Radiations

Mlles COTTON, *Fénelon* (F.), *décédée*.  
DELBOUIS-CHASTANET, Cahors (F.), *démissionnaire*.

- MM. *Escande, Ecole Turgot, démissionnaire.*  
*GIOBBIA, Bayonne, démissionnaire.*  
*NARRÉ, St-Dié (C.), décédé.*  
*PONCHON, Amiens, décédé.*

### 3. Cotisations reçues du 1<sup>er</sup> octobre au 30 novembre

(3 cotisations rachetées (1) et 368 cotisations 1923-1924 : au total, 371)

Les noms en italiques sont ceux des membres ayant un nouveau poste

*Membres honoraires* : M. Fréchet, professeur à l'Université de Strasbourg.  
M. Gautronneau, professeur à l'E. P. S., Bressuire.  
M. Gosse, professeur à l'Université de Grenoble.  
M. Lacourt, étudiant à l'Université de Dijon.  
M. Lebeuf, directeur de l'Observatoire de Besançon.  
M. Poirier, professeur à l'E. P. I., Rive-de-Gier.  
M. Ribeyre, professeur à l'E. N. I., Moulins.  
M. Rouyer, professeur à l'Université d'Alger.  
M. Veyssièrre, inspecteur d'Académie à Cahors.

*En congé* : Mlle Moulin, 4, rue Emmanuel-Rey, Valenciennes.

*En retraite* : M. Goulin, professeur honoraire au Lycée Condorcet.  
M. Lesgourgues (P.), professeur honoraire au Lycée Henri-IV.  
M. Mounier, professeur honoraire au Lycée de Bayonne.  
M. Périet, professeur honoraire au Lycée Condorcet.

ABBEVILLE (C.). — MM. Desjardin, Lehnebach.

AGDE (C.). — M. Dupuy.

AIX. — MM. Amiel, Bernard (E.), Terrier.

AJACCIO (C.). — MM. Advier, Malachane, Vinciguerra.

ALAIS. — MM. Clapier, Hais, Reynaud (G.).

ALBI. — MM. Bros, Eyraud (V.), Grossetête.

ALBI (C. F.). — Mlle Boursinhac.

ALENÇON. — MM. Corbin, Frémin.

ALGER. — MM. Albou, Coti, Davidou, Gallot, Lemoine, Paoli (J.-M.),  
Paoli (L.), Pietri, Puzin, de Sarrau, Tutenuit.

ALGER, Ben Aknoun. — M. Carrère.

ALGER, Mustapha. — M. Jouvent.

ALGER (F.). — Mlles Frelin, Raffin, Tertois.

AMBERT (C.). — M. Gannat.

ANGERS. — MM. Allonneau, Droulon, Larget-Piet.

ANGOULÈME. — M. Méric (A.).

ANNECY. — M. Chanel.

ARGENTAN (C.). — M. Verdy.

ARRAS (C.). — MM. Dermie, Poëtte.

AUCH. — MM. Baillon, Baurens.

AUTUN (C.). — MM. Cousson, Veisseire.

AUXERRE (F.). — Mlle Vaille.

(1) Mlle Poncey et MM. Fréchet et Gosse.

- BAR-LE-DUC. — M. *Cholez*.  
BASTIA. — MM. Villebrun, Vincensini.  
BAYONNE. — MM. Clément (T.), Mazuel.  
BERGERAC (C.). — MM. Ducos, *Grèze*.  
BESANÇON. — MM. Durand (Ch.), Fauvernier, Gavaille, Israël,  
Meyer (...).  
BESANÇON (F.). — Mlles Martin, Poncey, Rousset.  
BÉTHUNE (C.). — M. Thiesset.  
BÉTHUNE (C. F.). — Mlle Creton.  
BÉZIERS (C.). — MM. *Imbert*, Maury, Vigné.  
BLIDA (C.). — M. Durand (...).  
BLOIS (C.). — M. Dirou.  
BORDEAUX. — MM. Barès, Broca, Courriades, Dilhan (S.), Maupin,  
Maurin, Pecquery, Rebeix, Roubau, Sanson,  
Vieussens.  
BREST. — MM. *Finas*, *Marion*, Mazé, Métral, Ségur.  
BREST, *Ecole Navale*. — M. Pugibet.  
CAHORS. — MM. Bertrand, Delbouis.  
CARCASSONNE. — MM. Brunet, Radix.  
CASABLANCA. — MM. Almeras, Béthoux.  
CASTELNAUDARY (C.). — MM. Eyraud (R.), Gâches.  
CETTE (C.). — MM. Marty (R.), Poux.  
CHARLEVILLE. — MM. Camart, *Louvet*, Monier.  
CHATEAURoux. — M. *Guillaume*.  
CHAUMONT. — MM. Hubschwerlin, Nicolas, Ramondot.  
CLERMONT-FERRAND (F.). — Mlle Pommier.  
CLERMONT-L'HÉRAULT (C.). — M. Bonnal.  
COBLENCE, *Ecole française*. — M. Commény.  
COLMAR (F.). — Mlles Dietz, *Triaud*.  
CONDOM (C.). — M. Izar.  
DIEPPE (C. F.). — Mlle Girardeau.  
DIJON. — MM. Coulon, Fleuchot, Lebel, Renaud.  
DOUAI (C. F.). — Mlle Brey, Mme Ranson-Merchier.  
DREUX (C. F.). — Mlle Lecornu.  
EMBRUN (C.). — M. Reynaud (A.).  
EPINAL. — MM. Clément (...), Cunin, Médy.  
EVREUX. — M. Mouchette.  
EVREUX (C. F.). — Mlle Baudry.  
FOIX. — MM. Chelle, Clause.  
GRAY (C.). — M. Lachaux.  
GRENOBLE. — MM. Grumel, Louchez, Rival, Rivoire.  
LA FLÈCHE. — MM. Bellon, Bessot, Convers, *Duthilleul*, Lagorsse,  
Léger, Morel (G.), Navel, Prévot, Rabatel, Tarat-  
te, Vallet.  
LA MURE (C.). — M. *Morillon*.  
LANGRES (C.). — M. Malfreyt.  
LANNION (C.). — M. Chrétien (M.).

- LAON. — M. Beisson.  
LAVAL. — Mme Denoyelle, M. Ménard.  
LE HAVRE. — MM. Delens, Deschamps, Pellissier.  
LE HAVRE (F.). — Mlle Bertrand.  
LE MANS. — M. Langlais.  
LONS-LE-SAUNIER. — MM. Courtet, *Guillemin*, Mortagne.  
LORIENT. — MM. Bernard (A.), *Gonneau*, Leroux.  
LORIENT (C. F.). — Mlle Hugot.  
LYON, *Le Parc*. — MM. Jouberton, Robert.  
LYON, *St-Rambert*. — M. Vautherin.  
MACON. — MM. Dupeyrat, Genre, Pau.  
MADRID, *Lycée français*. — M. Burlot.  
MARMANDE (C.). — M. Sourisse.  
MARSEILLE. — MM. Bertrand, *Bizos*, Caillet, Desouches, Font, Frizac, Janis, Maroger, Martin (...), Mourret, Picardat (R.), Roche, Turcan.  
MARSEILLE, *St-Charles*. — MM. André, Grolleau, Massiani.  
MAUBEUGE (C.). — MM. *Crinon*, Decoulx.  
MAYENCE, *Lycée français*. — MM. Balmain, Benoît, *Lombard*, Nicolini.  
MAYENCE, *Lycée français de jeunes filles*. — Mlle *Monsinjon*.  
MEAUX (C.). — M. Brotier.  
MONACO. — M. Saporte.  
MONTPELLIER. — MM. Bourateu, Desbats, Esquirol, Fages, Gary-Bobo, Marchaud, Motte, Pons, Viallis.  
MONTPELLIER (F.). — Mlle Woirion.  
MOULINS. — MM. Blanchot, Girard, Marcoz.  
MOULINS (F.). — Mlle Emin.  
MULHOUSE. — MM. *Braun (J.)*, Mercier, *Rémondin*.  
NARBONNE (C.). — MM. Escafit, Guiraud.  
OLORON (C.). — M. Garraux.  
ORAN. — MM. Bennezon, Bellivier, Boulinier.  
OUDJDA (C.). — M. Moncheaux.  
PARIS, *Condorcet*. — MM. Arnould, Boutillier, Dauzats, Dedron, De-fourneaux, Dumarqué, Garnon, Gros (C.), de Lapière, Mérieux, Picardmorot, Vuillard.  
PARIS, *Fénelon* (F.). — Mmes *Chabauty*, Gravier, Vacher.  
PARIS, *St-Louis*. — MM. Bocquet, Bourgonnier, Collin, Corot, Delcourt (P.), Durand (A.), Grévy, Labrousse, Lapointe, Lévy, Mathieu, Michel (Ch.), Pagès, Pradel, Rigollet, Sauvigny, Turmel, Vieillefond, Weill.  
PARIS, *Victor-Duruy* (F.). — Mlle Fliess, Mme *Gambier*, Mlle Picot.  
PARIS, *Voltaire*. — MM. *Gusse*, Loye, Masson, Péliissier.  
PAU. — M. Mirante-Péré.  
PERPIGNAN (C.). — MM. Mengel, Pascot.  
PÉZENAS (C.). — M. Estibotte.

- POITIERS. — MM. Bellot, Dreyfus, Nourry, Ribaillier.  
PONTOISE (C.). — M. *Petitteville*.  
QUIMPER. — MM. Beauverger, Dassonville.  
REMIREMONT (C.). — MM. Demange, Mangin.  
RENNES (F.). — Mlles Collot, Guitel.  
RODEZ. — M. Dumas.  
ROCHEFORT. — MM. *Gauthier*, Sauvignon, Texier, *Verrière*.  
ROMANS (C.). — M. *Gardeux*.  
ROMBAS (C.). — M. Brauns (M.).  
ROMORANTIN (C.). — M. Agasse.  
ROUBAIX (C. F.). — Mlle Momal.  
ROUEN (F.). — Mme Anzou-Holliez.  
SAÏGON. — MM. Gioan, Farcy, Pasqualini.  
ST-BRIEUC. — MM. Oger, Tainguy.  
ST-ETIENNE. — MM. Berthier, Carrière, Ninin, *Roux*, Sueur, Vallier.  
ST-GAUDENS (C.). — M. *Bellocq (H.)*.  
ST-OMER. — MM. Brossard, Ellies.  
SANCERRE (C.). — M. Réault.  
SAUMUR (C.). — MM. *Auzanneau*, Mantion.  
SAVERNE (C.). — M. *Meyssonnier*.  
SENS. — M. *Morel (H.)*.  
SÉZANNE (C.). — M. Delrieux.  
TARBES. — M. Dilhan (E.), Pédebucq.  
THANN (C.). — MM. Maufront, Michon.  
THONON-LES-BAINS (C.). — M. Aguilou.  
TOULON. — MM. Bouteiller, Claude, Costabel, Duchemin, Millot, Ozil.  
TOULOUSE. — MM. Caussé, Chabou, Douchez, Estève, Izarn, Lacroix,  
Marty (M.), Méric (...), Mitault, Rebière, Vignes.  
TOULOUSE (F.). — Mlle *Maurin*.  
TOURNON (F.). — Mlle Arnaud.  
TOURS. — MM. Bresse, Lecomte.  
TREIGNAC (C.). — M. Faugeron.  
TROYES. — MM. Chavade, Mirabel.  
TUNIS. — MM. Chaignon, Grundler, Lalande, Patou, Perrachon,  
Thovert.  
TUNIS (F.). — Mlle Astier.  
VALENCIENNES. — MM. Carette, Pichon, Schmidt (Ch.).  
VALENCIENNES (F.). — Mme Pichon-Bouysse.  
VENDÔME. — M. Gagneux.  
VERSAILLES. — MM. Aubry, Framboise, Garde, Guadet, *Lechenet*,  
Le Diouron, Perrin, Schlessler.  
VERSAILLES (F.). — Mme Alba-Mignon, Mlles *Barbier*, *Sandier*.  
VIC-BIGORRE (C.). — M. Cabarrou.
-

### III. Conseil Supérieur de l'Instruction publique

#### Résultats des élections du 9 novembre 1923

(Journal officiel du 16 novembre 1923)

##### AGRÉGÉS DE MATHÉMATIQUES DES LYCÉES

Electeurs inscrits : 320.

Votants : 285.

Bulletins blancs, illisibles, irréguliers : 10 à déduire du nombre des votants.

Majorité absolue des suffrages exprimés : 139.

MM. COMMISSAIRE.....	259 voix
GRÉVY.....	3 —
GROS.....	3 —
COISSARD.....	2 —
TRESSE.....	2 —

MM. COR, LABROUSSE, MICHEL, PAPELIER, WEBER, WEIL, chacun 1 voix.

##### LICENCIÉS ÈS SCIENCES DES COLLÈGES

Electeurs inscrits : 587.

Votants : 566.

Bulletins blancs, illisibles, irréguliers : 26 à déduire du nombre des votants.

Majorité absolue des suffrages exprimés : 271

MM. BONIN.....	532 voix
RABY.....	2 —

MM. CHATELAIN, COMMISSAIRE, DUPONT, DURAND, GALANT, SOUVAISE, chacun 1 voix.

### IV. Documents officiels

#### 6. Horaires et Programmes de l'Enseignement secondaire

Arrêté du 3 décembre 1923. — Extraits

(Journal officiel du 13 décembre 1923)

##### CLASSE DE SIXIÈME. — MATHÉMATIQUES : 2 heures

Revision des opérations sur les nombres entiers.

Exercices de calcul mental. Conditions de divisibilité par 2, 5, 9, 3.

Problèmes sur les grandeurs représentées par des nombres entiers.

Fractions de grandeurs, notion de fraction, fractions égales, réduction de plusieurs fractions au même dénominateur.

Problèmes sur les fractions de grandeurs, opérations sur les fractions, fractions décimales, nombres décimaux.

CLASSE DE CINQUIÈME. — MATHÉMATIQUES : 2 heures

Système métrique (1). — Longueurs, aires, volumes, poids, densités, monnaies. Temps, vitesse.

Exercices simples de changements d'unités. Règles de trois par la méthode de réduction à l'unité. Intérêt simple. — Exemples relatifs à l'escompte et aux rentes.

Emploi des lettres pour représenter des nombres.

Problèmes simples conduisant à une équation du premier degré.

CLASSE DE QUATRIÈME. — MATHÉMATIQUES : 2 heures

*Arithmétique*

Partie aliquote commune à deux grandeurs. Définition du P. G. C. D. et du P. P. C. M. de deux nombres.

Nombres premiers. — Règles pratiques pour la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers, pour la recherche du P. G. C. D. et du P. P. C. M.

Exercices sur le système métrique, les fractions ordinaires ou décimales, les grandeurs directement ou inversement proportionnelles.

Définition de la racine carrée. Règle pratique pour l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou décimal, à moins d'une unité décimale d'un ordre donné.

*Géométrie*

Ligne droite et plan. Segment de droite. Cercle. Angles. Usage de la règle, du compas, du rapporteur.

Triangles. Triangle isocèle. Cas d'égalité des triangles.

Perpendiculaire et obliques. — Cas d'égalité des triangles rectangles.

Droites parallèles. Usage de l'équerre.

Somme des angles d'un triangle, d'un polygone convexe.

Parallélogramme. Rectangle. Losange. Carré. Trapèze.

Intersection d'un cercle et d'une droite. Tangente.

Cordes et arcs.

Comparaison de l'angle inscrit et de l'angle au centre correspondant à un même arc.

Positions relatives de deux cercles.

Constructions élémentaires sur la droite et le cercle.

CLASSE DE TROISIÈME. — MATHÉMATIQUES : 3 heures

*Arithmétique et algèbre*

Propriétés des sommes, différences, produits et puissances des nombres entiers ou fractionnaires.

Rapport de deux grandeurs. Grandeurs proportionnelles.

Notions concrètes sur les nombres positifs et négatifs; opération (*sic*); applications.

(1) On se bornera à des applications aux aires et aux volumes les plus simples.

Monômes, polynômes, termes semblables; addition, soustraction, multiplication des monômes et des polynômes; division des monômes. Equations numériques du premier degré à une ou deux inconnues.

### Géométrie

Points qui partagent un segment de droite dans un rapport donné.  
Droites parallèles et lignes proportionnelles.  
Triangles semblables.  
Relations métriques dans un triangle rectangle.  
Propriétés des sécantes dans le cercle.  
Construction de la quatrième proportionnelle et de la moyenne proportionnelle.  
Polygones réguliers : carré, hexagone et triangle équilatéral.  
Mesure de la circonférence du cercle (énoncé).  
Mesure des aires du rectangle, du parallélogramme, du triangle, du trapèze, des polygones, du cercle.  
Rapport des aires de deux triangles semblables.

CLASSE DE SECONDE. — MATHÉMATIQUES : 3 ou 4 heures (1)

### Algèbre

Problèmes et interrogations sur le programme de la classe précédente.

Résolution et discussion d'une équation du premier degré à une inconnue. Inégalité du premier degré.

Coordonnées. — Etude et représentation graphique de la fonction  $y = ax + b$ .

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Utilisation des représentations graphiques pour la résolution du problème précédent et la résolution d'inégalités du premier degré à une ou deux inconnues.

Problèmes : mise en équations : discussion des résultats.

### Géométrie (figures planes)

*Ligne droite.* — Segment de droite, demi-droite.

Angles, angle droit, droites perpendiculaires. Mesure des angles.

Triangles. Triangle isocèle. Lieu géométrique des points équidistants de deux points. Cas d'égalité des triangles.

Perpendiculaire et obliques. Triangles rectangles. Cas d'égalité. Lieu géométrique des points équidistants de deux droites.

Droites parallèles.

Somme des angles d'un triangle, d'un polygone convexe.

(1) 4 heures pour les classes au-dessus de trente élèves (Voir l'Annexe I faisant suite à l'Arrêté).

Parallélogramme. Trapèze.

Figures symétriques par rapport à un point ou à une droite. Deux figures planes symétriques sont égales.

*Cercles.* — Intersection d'un cercle et d'une droite. Tangente.

Cordes et arcs.

Positions relatives de deux cercles.

Proportionnalité des angles au centre et des arcs interceptés. Radian.

Angles inscrits. Angles intérieurs. Angles extérieurs. Segment capable d'un angle donné.

Constructions sur la droite et le cercle.

*Longueurs proportionnelles.* — Points partageant un segment dans un rapport donné. Définition de la division harmonique.

Droites parallèles et lignes proportionnelles.

Triangles semblables. Polygones semblables.

Propriété de la bissectrice d'un triangle. Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à deux points fixes est constant.

Relations métriques dans un triangle rectangle et dans un triangle quelconque.

Sinus, cosinus, tangente et cotangente des angles compris entre 0 et 2 droits. Tables des valeurs naturelles.

Lignes proportionnelles dans le cercle. Quatrième proportionnelle. Moyenne proportionnelle.

Polygones réguliers convexes. Inscription dans le cercle du carré, de l'hexagone et du triangle équilatéral, du décagone et du pentagone. Deux polygones réguliers d'un même nombre de côtés sont semblables. Rapport de leurs périmètres.

Longueur d'un arc de cercle. Rapport de la circonférence au diamètre. Calcul de  $\pi$  (on se bornera à la méthode des périmètres).

*Aires.* — Mesure des aires du rectangle, du parallélogramme, du triangle, du trapèze, d'un polygone quelconque.

Rapport des aires de deux polygones semblables.

Aire d'un polygone régulier convexe. Aire d'un cercle, d'un secteur, d'un segment de cercle. Rapport des aires de deux cercles.

CLASSE DE PREMIÈRE. — MATHÉMATIQUES : 4 heures

*Algèbre*

Equation du second degré à une inconnue. Existence des racines (on ne parlera pas des imaginaires).

Relations entre les coefficients et les racines. Signe des racines.

Etude du trinôme du second degré. Inégalité du second degré.

Problèmes du second degré.

Variation du trinôme du second degré ; représentation graphique.

Variation de la fonction  $\frac{ax+b}{a'x+b'}$  ; représentation graphique.

Progressions arithmétiques et progressions géométriques.

Intérêts composés.

Usage des tables de logarithmes à quatre ou cinq décimales.

*Géométrie* (figures dans l'espace)

*Plan et ligne droite.* — Détermination d'un plan. Intersection d'un plan et d'une droite. Intersection de deux plans.

Parallélisme des droites et des plans.

Droite et plan perpendiculaires.

Propriétés de la perpendiculaire et des obliques menées d'un même point à un plan.

*Angles dièdres.* — Angle plan correspondant à un angle dièdre.

Plans perpendiculaires entre eux.

Projection d'une aire plane.

Symétrie par rapport à une droite, à un point, à un plan.

*Angles polyèdres.* — Chaque face d'un trièdre est moindre que la somme des deux autres. Limite de la somme des faces d'un trièdre ou d'un angle polyèdre convexe.

Trièdres supplémentaires.

Trièdres symétriques.

Cas d'égalité ou de symétrie des trièdres.

Sections d'angles polyèdres par des plans parallèles. Aires de ces sections.

*Polyèdres.* — Prisme, pyramide.

Volumes des parallélépipèdes et des prismes.

Volume de la pyramide.

Volume du tronc de pyramide à bases parallèles.

Volume du tronc de prisme triangulaire.

Définition de deux prismes ou de deux pyramides semblables. Rapport de leurs volumes.

*Corps ronds.* — Surface cylindrique ou conique à directrice circulaire. Plan tangent. Sections parallèles au plan de la directrice.

Sphère, sections planes. Pôles, plan tangent, cône et cylindre circonscrit.

Aire latérale du cylindre et du cône de révolution.

Volume du cylindre et du cône à base circulaire.

Aire de la zone. Aire de la sphère. Volume de la sphère.

CLASSE DE PHILOSOPHIE. — MATHÉMATIQUES : 2 heures (1)

Exercices sur les programmes de seconde et de première.

*Compléments d'algèbre.* — Dérivée. Signification géométrique. Le signe de la dérivée indique le sens de la variation. Application à l'étude de quelques fonctions très simples.

Fonction primitive. — Utilisation pour le calcul de certaines aires (on admettra la notion d'aire).

*Cosmographie*

Système de Copernic.

Le soleil : dimensions, distance à la terre. Notions sommaires sur sa constitution physique. La rotation, les taches du soleil.

(1) *Cosmographie* : 1/2 heure ; *Mathématiques facultatives* : 1 h. 1/2 (*Errata* insérés au *Journal officiel* du 31 décembre 1923).

Notions sommaires sur les planètes.  
La terre. Forme et dimensions. Rotation. Pôles. Equateur. Méridiens, parallèles. Longitude et latitude.  
La lune. Mouvement. Constitution physique.  
Comètes. Etoiles filantes. Bolides.  
Etoiles. Nébuleuses. Voie lactée.

CLASSE DE MATHÉMATIQUES  
MATHÉMATIQUES ET DESSIN GÉOMÉTRIQUE : 9 heures 1/2

*Arithmétique*

I. — Numération décimale. — Addition, soustraction, multiplication et division des nombres entiers. Théorèmes fondamentaux concernant ces opérations. Explication des règles pratiques pour effectuer ces opérations.

Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par un nombre. Application à la division par 2, 5, 4, 25, 8, 125, 9, 3, 11. Caractères de divisibilité par chacun de ces nombres.

P. G. C. D. de deux ou de plusieurs nombres. Nombres premiers entre eux. Propriétés du P. G. C. D. Conséquences relatives à la divisibilité.

P. P. C. M. de deux ou de plusieurs nombres.

Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers. Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers. Application aux diviseurs et aux multiples.

II. — Rapport de deux grandeurs de même espèce. — Mesure des grandeurs et notions de fraction.

Propriétés des fractions. Opérations. Cas des fractions décimales. Nombres décimaux.

Le rapport de deux grandeurs de même espèce est égal au quotient des nombres qui les mesurent.

Grandeurs directement et inversement proportionnelles.

Système métrique.

III. — Calcul d'un quotient à une approximation décimale donnée. — Réduction d'une fraction ordinaire en fraction décimale. Condition de possibilité. Fractions décimales périodiques.

Carré d'un nombre entier ou fractionnaire. Composition du carré de la somme de deux nombres. Le carré d'une fraction n'est jamais égal à un nombre entier. Définition et extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou fractionnaire à une approximation décimale donnée.

Définitions de l'erreur absolue et de l'erreur relative. Exercices.

*Algèbre*

Nombres positifs et nombres négatifs. Opérations sur ces nombres. — Monômes, polynômes. Addition, soustraction, multiplication, division des monômes et des polynômes.

Principes relatifs à la résolution des équations.

Équations du premier degré.

Equations du second degré à une inconnue (on ne parlera pas des imaginaires). Equations simples qui s'y ramènent.

Inégalités du premier et du second degré.

Progressions arithmétiques et progressions géométriques.

Logarithmes vulgaires. Usage des tables à quatre ou cinq décimales.

Intérêts composés et annuités.

Coordonnées d'un point. Représentation d'une droite par une équation du premier degré. Coefficient angulaire d'une droite. Construction d'une droite donnée par son équation.

Variations et représentations graphiques des fonctions

$$ax + b, \quad \frac{ax + b}{a'x + b'}, \quad ax^2 + bx + c, \quad ax^3 + bx^2 + c.$$

Dérivée. Signification géométrique. — Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de la racine carrée d'une fonction, de  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{cotg} x$ .

Application à l'étude de la variation, à la recherche des maxima et des minima de quelques fonctions simples, en particulier des fonctions de la forme

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}, \quad ax^3 + bx^2 + cx + d$$

où les coefficients ont des valeurs numériques.

Exemples numériques de fonctions simples tirées des fonctions précédemment étudiées où la variable est une fonction trigonométrique.

Fonction primitive. Utilisation pour le calcul de certaines aires (on admettra la notion d'aire).

### Trigonométrie

Orientation relative de deux vecteurs portés par des droites parallèles, de deux angles d'un même plan. — Rapport de ces grandeurs.

Extension de la notion d'arc et d'angle. — Fonctions circulaires (sinus, cosinus, tangente et cotangente). — Relations entre les fonctions circulaires d'un même arc. Calcul des fonctions circulaires de

quelques arcs  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ , etc...

Théorie des projections. Somme géométrique de vecteurs.

Formules d'addition pour le sinus, le cosinus et la tangente.

Expressions de  $\sin 2a$ ,  $\cos 2a$ ,  $\operatorname{tg} 2a$ .

Toutes les fonctions circulaires de l'arc  $a$  s'expriment rationnellement en fonction de  $\operatorname{tg} \frac{a}{2}$ .

Transformer en produit la somme ou la différence de deux fonctions circulaires, sinus, cosinus, tangente. — Problème inverse.

Usage des tables de logarithmes à quatre ou cinq décimales.

Exercices sur la résolution et la discussion de quelques équations trigonométriques simples.

Relations entre les côtés et les angles d'un triangle. Résolution des triangles.

*Géométrie*

I. — *Transformation des figures.* — Déplacements. — Translation.  
— Rotation.

Symétries.

Homothétie et similitude.

Puissance d'un point par rapport à un cercle ou à une sphère. Axes radicaux. Plans radicaux.

Polaire d'un point par rapport à deux droites.

Polaire d'un point par rapport à un cercle. Plan polaire d'un point par rapport à une sphère

Inversion. — Projection stéréographique.

II. — *Coniques.* — Ellipse. Cercles directeurs. Intersection d'une ellipse et d'une droite. Tangentes. Equation de l'ellipse rapportée à ses axes. Ellipse et cercle considérés comme projections l'un de l'autre. Applications.

Hyperbole. Cercles directeurs. Intersection d'une hyperbole et d'une droite. Tangentes. Asymptotes. Equation de l'hyperbole rapportée à ses axes.

Parabole. — Intersection d'une parabole et d'une droite. Tangentes. Equation de la parabole rapportée à l'axe et à la tangente au sommet.

Définition commune de ces courbes au moyen d'un foyer et d'une directrice.

Sections planes d'un cône ou d'un cylindre de révolution.

*Géométrie descriptive et géométrie cotée* (1)

Représentation du point, de la droite, du plan. Droites concourantes. Droites parallèles. Plans parallèles.

Intersection de droites et de plans. Application à la représentation des prismes et des pyramides.

Droites et plans perpendiculaires

Changement de plan, rotation, rabattement.

Application aux distances et aux angles. Distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan. Angle de deux droites, d'une droite et d'un plan, de deux plans.

*Mécanique* (1)

*Cinématique.* — Relativité du déplacement. Trajectoire.

*Mouvement rectiligne.* — Mouvement uniforme, vitesse numérique. Mouvement varié, vitesse numérique moyenne, vitesse numérique à un instant donné. Accélération numérique. Mouvement uniformément varié.

*Mouvement curviligne.* — Equation horaire, vitesse et accélération numériques.

*Vecteur vitesse.* — Vitesse moyenne, vitesse à un instant donné définies comme vecteurs.

(1) Ces titres ne figurent pas au *Journal Officiel*.

*Mouvement circulaire.* — Vitesse angulaire, relation avec la vitesse numérique. Vecteur-vitesse. Vecteur-accélération. Mouvement circulaire uniforme. Mouvement sinusoïdal.

*Composition des vitesses.*

*Statique.*

*Point matériel.* — Inertie. Force, sa représentation par un vecteur. Masse. Indépendance des effets des forces. Composition des forces.

Équilibre d'un point matériel libre. Équilibre d'un point matériel sur une droite ou sur un cercle, sur un plan ou sur une sphère. Cas du frottement.

Moment d'une force par rapport à un point ou par rapport à une droite. Théorème de Varignon.

*Forces appliquées à un corps solide.* — Forces parallèles. Centre des forces parallèles. Centre de gravité, exemples simples : triangle, trapèze, prisme, pyramide.

Réduction des forces appliquées à un corps solide à deux forces. Application à l'équilibre d'un corps solide soumis à trois forces, à des forces parallèles, à des forces situées dans le même plan.

Notion de couple.

Équilibre d'un corps solide assujéti à reposer sur un plan fixe. Équilibre d'un corps solide mobile autour d'un axe ou d'un point fixe (fixité réalisée par une articulation cylindrique ou sphérique).

*Machines simples à l'état de repos.* — Levier, treuil, poulie fixe et poulie mobile. Plan incliné.

### *Cosmographie*

*Sphère céleste.* — Distance angulaire. — Hauteur et distance zénithale. — Théodolite.

Lois du mouvement diurne. Méridien. — Pôle. Jour sidéral. — Ascension droite et déclinaison. Lunette méridienne.

*Terre.* — Coordonnées géographiques.

Dimensions et relief de la terre.

Mappemonde. — Cartes.

*Soleil.* — Mouvement propre apparent sur la sphère céleste. Écliptique. — Inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes. Saisons. Année tropique et année sidérale.

Heure sidérale, heure moyenne, heure légale.

Calendriers julien et grégorien.

*Lune.* — Mouvement propre apparent sur la sphère céleste. — Phases.

Rotation. — Variations du diamètre apparent.

Eclipses de lune et de soleil.

*Planètes.* — Système de Copernic. — Lois de Képler. — Loi de Newton et ses conséquences.

Notions sommaires sur les distances, les dimensions, la constitution physique du soleil, des planètes et de leurs satellites.

Comètes. — Étoiles filantes. — Bolides.

Étoiles. — Constellations. — Nébuleuses. — Voie lactée.

### 7. Au sujet des livres de classe

*Circulaire ministérielle du 27 octobre 1923 aux Recteurs  
(Bull. adm. n° 2524, 15 novembre 1923, page 485)*

De nouvelles réclamations me sont parvenues depuis l'envoi de ma circulaire du 1<sup>er</sup> septembre dernier, au sujet de l'emploi d'un trop grand nombre de livres de classe fait par nos élèves des lycées et collèges de garçons et de jeunes filles. On me signale également les modifications fréquentes apportées, d'une année à l'autre, dans la liste des ouvrages à utiliser dans chaque classe, en sorte que, souvent, les enfants d'une même famille, ne peuvent se servir, d'une année à l'autre, des mêmes livres dans une même classe. Les familles se plaignent très justement de la dépense exagérée qu'elles ont ainsi à supporter et aussi des achats en bloc qu'elles ont parfois à effectuer.

Tout en insistant à nouveau auprès de vous pour que les dispositions de la circulaire du 17 juillet 1903, qui a réglementé cette question avec toute la précision désirable, soient partout rigoureusement observées, je vous prie de charger MM. les proviseurs et principaux et Mmes les directrices d'adresser aux professeurs et aux maîtres de leur établissement les recommandations suivantes qui se trouvent déjà implicitement contenues dans les programmes joints à mon arrêté du 3 août 1923 :

1° Il convient de ne faire acheter aux élèves que les livres indispensables ;

2° Ils ne doivent acheter ces livres qu'au moment même de leur utilisation et non à l'avance, en bloc ;

3° Le professeur doit s'efforcer de faire utiliser les livres qui se trouveraient déjà entre les mains des élèves depuis l'année précédente (auteurs et textes) ;

4° Dans certaines matières d'enseignement pour lesquelles le professeur fait un cours (1), celui-ci peut rendre le livre facultatif ou plutôt en faire un ouvrage de référence qu'il peut indiquer à l'élève sans lui faire une obligation de le posséder.

D'autre part, si des parents d'élèves avaient l'initiative de proposer la constitution d'un groupement destiné à l'achat et à la revente des livres de classe ayant servi, les chefs d'établissements pourraient les encourager ou même accorder leur patronage, mais sans s'occuper aucunement des tractations à intervenir et en déclinant toute responsabilité à l'égard des réclamations. Ils devraient, en outre, avertir les familles du danger que présente un livre qui a passé entre trop de mains et, enfin, faire remarquer qu'il est bon que l'élève garde, toute la durée de sa scolarité et même après sa sortie du lycée, certains auteurs qu'il est indispensable de pratiquer pour posséder une vraie culture générale. Aussi bien les dictionnaires et les tables de logarithmes sont des ouvrages qui n'ont pas à être renouvelés.

(1) Voir dans le *Bulletin* N° 27, page 16, la Circulaire ministérielle du 26 septembre 1922 sur les Cours dictés.

## **8. La composition scientifique au Concours de l'E. N. S. (Lettres)**

*Circulaire ministérielle du 13 décembre 1923 aux Recteurs*

En 1922 et 1923, des réclamations ont été formulées à propos des sujets de la composition de mathématiques et de physique du groupe C de la Section des Lettres du concours de l'École Normale Supérieure et des Bourses de licence. On leur a reproché d'être trop difficiles. Après examen, ces réclamations n'ont pas paru acceptables.

Un principe domine toute la question : la composition de mathématiques et de physique du groupe C, à moins de fausser le concours, doit présenter le même genre de difficultés que la version grecque du groupe A et la composition en langue vivante du groupe B. Ces dernières compositions exigent toujours du candidat un effort personnel et servent à donner des indications sur sa valeur. Il n'en serait plus de même de la composition de mathématiques et de physique, si elle ne consistait qu'en une application du cours du professeur que pourraient faire également bien tous les candidats laborieux, et qui ne relèverait pas les différences des esprits. Il importe qu'il y ait dans les compositions scientifiques, comme il y en a dans la version grecque, des parties d'inégale difficulté ; et, comme dans la version où tout le monde ne comprend pas tout, il doit y avoir dans ces compositions des questions qui ne seront résolues que par les meilleurs.

Même s'il ne s'agissait pas d'égaliser selon la justice les chances des trois groupes A, B, C, il est évident que pour le bon recrutement de l'École, la composition du groupe C ne devrait pas demander seulement aux candidats de bien savoir leur cours et d'en faire des applications exactes, mais de montrer qu'ils ont, avec un minimum de connaissances apprises, des idées claires et justes sur ce qu'ils ont étudié, et quelle est la qualité de leur jugement ou de leur invention.

D'autre part, on avait pu se demander, lors des concours précédents, si le nombre des candidats du groupe C ne croissait pas, non pas parce que le nombre de jeunes gens curieux de se donner un commencement de culture scientifique, en vue d'études de philosophie, d'histoire ou de géographie, s'était accru de lui-même, mais parce que certains espéraient augmenter leurs chances par une épreuve où la mémoire prenait le rôle principal et où il suffisait de bien savoir ses cours pour atteindre aux notes élevées, sans courir le risque inséparable des épreuves de version grecque et de dissertation de langue vivante.

De tels calculs n'ont pas paru pouvoir être admis pour le concours de l'École Normale et des Bourses. L'intérêt de l'École Normale et celui des Universités départementales sont d'accord avec les exigences de la justice, qui veut qu'autant que possible l'égalité des conditions soit assurée là où l'option est permise.

Pour ces raisons, il est indispensable que les problèmes de mathématiques et de physique du groupe C continuent à être choisis dans l'esprit où ils l'ont été en 1922 et 1923.

### 9. Rapport sur le Concours, en 1923, de l'Aggrégation de l'Enseignement Secondaire de jeunes filles Section des Sciences Mathématiques (1).

Deux innovations marquent le Concours de cette année : D'une part, en exécution de l'arrêté ministériel du 10 janvier 1922, l'examen écrit comprenait trois compositions écrites de Mathématiques au lieu de deux. D'autre part, la mécanique a pris officiellement sa place dans le programme.

Sur 51 candidates inscrites, 47 se sont présentées aux épreuves écrites. C'est le nombre le plus élevé qui ait été constaté depuis dix ans.

Parmi ces 47 candidates, 21 appartiennent déjà aux cadres de l'Enseignement secondaire féminin, 8 sont déléguées dans divers établissements d'Enseignement secondaire, 1 est professeur d'Ecole normale, 1 professeur d'Ecole primaire supérieure, 2 sont répétitrices, 9 sont inscrites comme étudiantes aux Facultés de Paris, Bordeaux et Toulouse, et 5 viennent de l'Ecole de Sèvres.

#### Epreuves écrites (2)

1° *Composition d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie.* — L'épreuve nouvelle comprenait deux questions, l'une d'arithmétique, l'autre de géométrie plane. Les deux problèmes ont surpris la grande majorité des aspirantes. Il ne semble pas qu'on se soit suffisamment préoccupé, au cours de la préparation, de reprendre contact avec les méthodes de l'arithmétique et de la géométrie élémentaires. Et le jury s'attendait à beaucoup mieux de la part de candidates dont près de moitié ont eu à résoudre, pour obtenir la première partie du Certificat d'aptitude à l'Enseignement secondaire, des questions du même ordre de difficulté.

Dans la première partie du problème d'arithmétique peu de candidates ont nettement vu que les solutions intéressantes étaient les diviseurs de 90 ayant deux chiffres autres que zéro, 15, 18, 45. Pour celles qui ont obtenu le résultat, la démonstration est souvent pénible et peu rigoureuse. Quelques-unes oublient des solutions, d'autres ajoutent 12 ou 36, sans prendre la peine d'observer que 102 et 306 ne sont pas divisibles par ces nombres.

En traitant la deuxième partie, certaines considèrent étourdiment une fraction dont le numérateur est le chiffre de droite alors que l'énoncé spécifiait qu'il s'agissait du premier chiffre à gauche. Les rares candidates qui ont abordé la troisième partie l'ont à peu près résolue, mais sans comprendre le rôle joué par le nombre des chiffres irréguliers étudié précédemment; aussi n'ont-elles pas aperçu le cas

(1) Le jury était composé de MM. MARIJON, inspecteur général, président; BLUTEL, inspecteur général; Mme GRAVIER, professeur au lycée Fénelon; et de M. MALAPERT, professeur au lycée Louis-le-Grand, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

(2) Voir les énoncés pages 7, 8 et 9 des *Fascicules* consacrés aux *Examens et Concours de 1923* (le premier encarté dans le *Bulletin* N° 31, le second paru en brochure séparée).

d'exception que présentait 1908. La liaison des diverses questions de ce problème a échappé à presque toutes les aspirantes.

En géométrie, les compositions sont très incomplètes. Le lieu des points P et Q, pourtant si facile à obtenir, a échappé à plusieurs; d'autres établissent lourdement et longuement le résultat. Celles qui ont abordé la deuxième partie sont l'exception. La majorité d'entre elles envisage seulement le cas où les quatre cercles sont confondus — au lieu d'être simplement égaux — et obtiennent un lieu hyperbolique, sans remarquer que l'étude de l'hyperbole n'est pas du programme de 5<sup>e</sup> année. La fin n'a été bien traitée par personne.

Il y a eu cinq notes atteignant ou dépassant 10 : 13, 12,5, 11, 10,5, 10; cinq autres vont de 8 à 10; quinze de 5 à 8; dix de 3 à 5; et douze de 1 à 2. Parmi les candidates qui ont eu 3, ou au-dessous, six avaient, par ailleurs, des compositions passables ou assez bonnes, permettant d'espérer le succès.

Dans six ou sept copies, l'arithmétique et la géométrie s'équilibrent. Partout ailleurs, l'une des deux — le plus souvent la géométrie — a été sacrifiée à l'autre. Une quinzaine dépassent la moyenne 10 en arithmétique, sept seulement en géométrie. Les notes les plus élevées ont été 17 sur 20 en arithmétique, 13 sur 20 en géométrie.

La nécessité, pour nos futures candidates, de s'exercer aux problèmes de mathématiques élémentaires, ressort nettement du peu de succès de cette composition.

2<sup>e</sup> Composition d'algèbre, de trigonométrie et d'analyse. — Une seule copie vraiment bonne, cotée 17,5. Treize notes s'étagent de 13,5 à 10; vingt et un vont de 10 à 5; douze de 5 à 0. Malgré que le sujet proposé fût beaucoup plus facile que ceux des années précédentes, la moyenne de l'épreuve est à peine supérieure aux moyennes de 1920, 1921 et 1922.

On demandait, dans la première partie, l'étude des variations du quotient de  $(x+1)^2$  par la racine carrée arithmétique de  $1+4x^2+4x^3+x^4$ . En dehors de sept exceptions, dont deux sont dues à des étourderies, les solutions données sont à peu près acceptables. Mais que de longueurs! Dans presque toutes les copies, on applique le théorème de Rolle pour prouver que  $1+x^2(x+2)^2$  est toujours positif. Après trois ou quatre pages — parfois plus — de développements inutiles, on constate qu'il eût été plus facile d'étudier la courbe sous la forme réduite qu'on obtient pour l'équation en prenant l'origine sur l'axe de symétrie. Une seule aspirante a eu l'idée de se servir de cette simplification pour traiter en quelques lignes l'étude de la fonction et la construction de la courbe.

Enfin, un peu plus de la moitié des compositions présentent le raisonnement suivant : la courbe obtenue étant symétrique par rapport à la droite  $x = -1$ , le changement de variable  $X = 1+x$  fera disparaître les termes en X et X<sup>3</sup>. C'est, au contraire, la disparition de ces termes qui doit établir la symétrie, dont la forme apparente de la courbe donne seulement l'intuition.

Cinq copies ont considéré en même temps que la fonction  $y$  la fonction  $-y$  dont il n'était pas question.

La fonction  $z$  de la deuxième partie présente une singularité que quatre seulement des concurrentes ont mise en évidence : la dérivée de  $z$  cesse d'être définie pour  $x = \pm \sqrt{2}$ , et la courbe représentative a deux points anguleux.

Dans beaucoup de copies le calcul de  $z'$  n'est pas effectué. Dans quelques autres, on admet que la racine carrée arithmétique de  $(x^2 - 2)^2$  est  $x^2 - 2$ . La double forme de  $z'$  suivant que  $x^2$  est supérieur ou inférieur à 2 aurait dû être imposée par la contradiction qui a frappé les candidates entre le sens évident des variations de  $z$  et le signe de la dérivée prise sous forme rationnelle unique. En dehors des quatre exceptions signalées, on a cru à une faute de calcul et on a passé outre.

L'étude de la concavité par le signe de  $z''$  et le calcul du rayon de courbure aux points remarquables ont été, en général, laissés de côté. Trois candidates seulement obtiennent des résultats corrects. Un certain nombre ignorent l'expression du rayon de courbure, et partent de formules inexactes.

Neuf notes, pour cette seconde partie, atteignent ou dépassent la moyenne 10.

Les développements en série de la troisième partie n'ont été obtenus que par la meilleure des candidates, dont la solution, malgré quelques étourderies, est satisfaisante. Trois autres copies contiennent, à défaut de résultats précis, des indications de méthode. Neuf dissertent longuement, parfois à faux, sur la formule de MAC-LAURIN et ses conditions d'application. Au total une note 11, trois notes entre 9 et 5, neuf entre 4 et 0.

On laissait le choix, pour le calcul de la quatrième partie, entre l'usage des développements en série et celui des tables de logarithmes. La première méthode n'était accessible qu'à l'unique candidate ayant traité la précédente question. Le calcul trigonométrique a été tenté dans une dizaine de copies, dont une seule donne le résultat exact. Les autres obtiennent, pour la plupart, 63 grades ou 56 degrés, sans paraître se douter que le nombre cherché, comme elles l'ont démontré plus haut, est compris entre 0 et 1.

L'étude des développements en série et la pratique des calculs numériques paraissent, d'après la correction de cette épreuve, être beaucoup trop négligées dans la préparation du concours.

3° *Composition de géométrie, de géométrie analytique et de mécanique.*  
— Le sujet de cette composition comportait l'étude de quelques propriétés d'une famille de cercles  $\Sigma$  orthogonaux à un cercle donné  $C$  et coupant sous un angle constant une droite  $Oy$  tangente à  $C$  au point  $O$ . Un examen préalable des deux conditions précitées — la seconde n'a été dégagée par personne — aurait permis de traiter le problème en suivant une voie purement géométrique. Ce n'était pas, d'ailleurs, ce

que l'on attendait. Mais on espérait que la simplicité des résultats obtenus par la voie analytique attirerait l'attention de quelques candidates et les inciterait à des rapprochements qui eussent singulièrement éclairé les solutions dues au calcul. Or, c'est exclusivement du calcul que toutes se sont servies. La plupart même se sont faites les servantes d'un outil que beaucoup commencent à manier avec sûreté. Fort peu ont conservé assez de liberté pour observer avec fruit des équations dont il eût été facile de tirer la réponse à certaines questions que l'énoncé formulait, d'une façon un peu discrète parfois. Dans une épreuve de cette importance, il est naturel de laisser certaines recherches à l'initiative et à la curiosité des concurrentes : Bien peu ont justifié cette marque de confiance.

Un examen attentif des cinq parties du sujet permettra de préciser.

La première, relative au lieu, H, des centres des circonférences, a été abordée par les quarante-sept candidates. La moyenne des notes est 16. Toutes les copies, sauf trois, ont été cotées 12 et au-dessus. La facilité de ce problème particulier explique la qualité générale des résultats. Il y aurait cependant fort à dire au sujet de la recherche des éléments géométriques de H et de l'expression des coordonnées du point M en fonction d'un paramètre. Beaucoup se sont astreintes à un changement d'origine bien inutile, et un certain nombre ont commis une faute de signe classique dans l'évaluation de la distance focale de l'hyperbole, se condamnant ainsi à ne point reconnaître au passage certains résultats ultérieurs. Une seule candidate a vu que le cercle C est osculateur à H au point O. Quant aux trois copies signalées, elles ont obtenu des notes presque nulles, et l'on s'étonne que des candidates aussi mal préparées aient osé affronter le concours.

Quarante-cinq se sont attaquées à la seconde partie, consacrée à l'enveloppe des cercles  $\Sigma$ . Onze ont obtenu une note supérieure à 9, vingt-sept une note inférieure à 6. La moyenne des quarante-cinq notes est 6,5. La recherche de l'équation de l'enveloppe n'était pas sans présenter des difficultés pour les candidates assez nombreuses qui avaient mal choisi le paramètre dont dépend  $\Sigma$ . Mais ce n'est pas là ce qui les a arrêtées en général, et c'est à cette occasion que l'on doit surtout relever le défaut d'observation. Certaines n'ont rien tiré de l'équation finale, mise sous forme homogène en  $x^2 + y^2$  et  $ax$  ; d'autres l'ont résolue par rapport à  $y^2$  et n'ont pas su en conclure la décomposition de l'enveloppe ; enfin, quelques-unes ont transformé en coordonnées polaires et n'ont pas été capables d'interpréter l'équation  $\rho = b \cos \omega$ . Toute particularité qui n'est pas signalée dans l'énoncé échappe à la vue du plus grand nombre. Dans deux copies seulement, on a reconnu que les cercles  $C_1, C_2$  constituant l'enveloppe ont leurs centres aux foyers de H. On juge aisément d'après cela ce qu'a pu donner le tracé simultané de C,  $C_1, C_2, H$ .

Quarante candidates ont encore abordé la troisième partie. Soutenues par l'énoncé, qui indiquait partiellement la nature du résultat, onze ont obtenu des notes au moins égales à 13. Vingt-trois n'ont pas

dépassé 5. La moyenne générale des 40 notes est 6,6. La plupart de celles qui sont arrivées au but n'ont pas vu nettement les raisons de la décomposition du lieu. On a utilisé, sans la mettre en évidence, l'expression rationnelle du rayon de  $\Sigma$ , on s'est généralement astreint à trouver péniblement les équations cartésiennes de  $H_1$  et  $H_2$  alors qu'un calcul très simple en donnait immédiatement une représentation paramétrique, d'un emploi commode. Des développements intempêtes de carrés ont encore compliqué la marche suivie, retardé ou empêché la mise en évidence des directions asymptotiques des deux hyperboles, et compromis gravement le succès des recherches suivantes.

Aussi, vingt candidates seulement ont-elles tenté l'étude de la quatrième partie. Six notes sont supérieures à 12; douze sont égales ou inférieures à 5. La moyenne générale des vingt notes est 6,6. Cette fois, la nature des résultats était nettement précisée dans l'énoncé, il y avait lieu de démontrer diverses propositions. Les démonstrations sont généralement lourdes. On abuse des méthodes générales sans tenir compte des particularités de la question. La recherche de la relation entre les rayons de courbure de  $H_1$  et  $H_2$  a donné naissance à des calculs interminables, inutiles le plus souvent. Une simple suppression des termes  $x^2$  et  $xy$  dans l'équation de  $H_1$  donnait l'équation d'une parabole osculatrice à  $H_1$  en  $O$ , et par suite le centre de courbure de  $H_1$  sans calcul. Une seule candidate a vu la relation demandée et n'a pas su en donner une interprétation géométrique.

Enfin, huit concurrentes ont essayé de résoudre la cinquième partie, sans qu'aucune donne une réponse complète. Une seule a montré que l'une des asymptotes de  $H_1$  passe par un point fixe et n'a pas conclu pour le reste. Là encore le défaut d'observation est patent. A la suite d'un changement de variable inutile, une des meilleures candidates s'est trouvée en présence de deux droites constituant une enveloppe de droites. Elle n'a pas pu, naturellement, accepter ce résultat, mais elle n'a pas vu que sa méthode lui donnait les droites stationnaires du faisceau. A cette occasion, on constate que l'action et la réflexion ne sont pas coordonnées, et n'ont pas, dans le temps, la place qu'en bonne logique elles devraient occuper.

4° *Composition sur un sujet de morale et d'éducation* (1) — La composition a été, cette année, un peu supérieure, dans l'ensemble, à ce qu'elle était l'an dernier. Le nombre des copies très faibles a été moindre. Par contre, très peu se sont élevées nettement au-dessus de la moyenne. Les onze meilleures ont été cotées de 10 à 12,5. L'impression générale reste celle d'une médiocrité assez terne.

Les défauts d'ailleurs sont toujours les mêmes : Le sujet n'est ni posé avec assez de fermeté, et même de franchise, ni délimité avec assez de

(1) « La discipline imposée du dehors favorise-t-elle ou contrarie-t-elle l'acquisition de la discipline intérieure qu'on s'impose volontairement à soi-même ? »

rigueur. On semble se soucier fort peu de soutenir une thèse précise et d'aboutir, par une marche méthodique et sûre, à une conclusion nettement définie. Aussi le développement reste-t-il beaucoup trop souvent flottant, fuyant, hésitant ; l'enchaînement logique des idées se laisse malaisément deviner. Le style, tout naturellement, reproduit cette imprécision de la pensée et demeure volontiers vague, incertain, sans relief, sans couleur, parfois même d'une correction douteuse.

Nos candidates doivent se persuader qu'un professeur — fût-il professeur de sciences, ou plutôt précisément parce que professeur de sciences, — ne saurait se désintéresser de ces qualités de solidité dans la composition, de netteté dans la conception, de clarté sobre dans l'expression, sans lesquels tout enseignement perd la plus grande partie de sa valeur éducative.

A total, et malgré les légers progrès constatés dans les épreuves d'analyse, de géométrie, et de pédagogie, la faiblesse de la composition de mathématiques élémentaires a mis le niveau de l'admissibilité au-dessous de ce qu'il est d'ordinaire.

La moyenne des notes des seize admissibles va de 12,1 à 8,3. Les sept premières seulement dépassent 10. Dix-sept des candidates éliminées ont une moyenne inférieure à 6, et, pour seize d'entre elles, aucune des notes de mathématiques n'atteint 7.

### Epreuves orales

Les 32 leçons faites devant le jury ont été de valeur très inégale. Alors que, d'ordinaire, les notes sont, pour la plupart, comprises entre 10 et 14, il y a eu, cette fois, douze notes de 14 à 17 et douze de 3 à 10. Telle des admissibles qui a fait preuve, dans l'une de ses leçons, de connaissances solides, bien classées, bien présentées, s'est montrée dans l'autre, médiocre, hésitante, sans autorité, parce qu'elle possédait mal son sujet. Quatre seulement, sur seize, ont eu pour l'une et l'autre de leurs épreuves orales, une note supérieure à la moyenne.

L'insuffisance de la préparation de l'oral apparaît sur ces résultats. Certaines parties du programme sont délibérément laissées de côté ; on compte trop souvent sur les hasards favorables du tirage au sort. C'est ainsi que les leçons sur : *la forme générale de l'équation d'un cylindre, d'un cône, et d'une surface de révolution ; les changements de plan et les rotations ; les formules d'addition des arcs ; la symétrie dans l'espace ; l'inscription du décagone régulier*, ont été nettement mauvaises, en dépit des qualités pédagogiques dont les aspirantes qui les ont traitées ont fait preuve par ailleurs.

Le jury a entendu huit leçons d'arithmétique (dont les notes ont eu pour moyenne 11), cinq leçons d'algèbre élémentaire (moyenne 12,8), trois leçons de trigonométrie (moyenne 11,7), sept leçons de géométrie élémentaire (moyenne 10,7), quatre leçons de géométrie analytique (moyenne 9,2), deux leçons de géométrie descriptive (moyenne 9), deux leçons de mécanique (moyenne 11), et une leçon de cosmo-

graphie, notée 16. Ces indications soulignent la médiocrité des résultats obtenus en géométrie descriptive et en géométrie analytique.

Neuf candidates ont été proposées pour l'admission définitive. Les cinq premières se détachent nettement de leurs concurrentes par la valeur moyenne de leurs épreuves. Les quatre autres, malgré certaines parties faibles, ont fait preuve, dans l'ensemble, d'une science étendue et de réelles aptitudes à l'enseignement.

Parmi les admises, quatre avaient déjà été admissibles l'année précédente. Deux seulement — toutes deux élèves de l'Ecole de Sèvres — ne s'étaient pas encore présentées. L'une d'elles a été classée première.

Le régime nouveau du concours marque un essai d'acheminement vers l'agrégation masculine. Mais, à en juger par nos meilleures candidates, nous sommes loin encore du temps où les titres d'agrégée des lycées de jeunes filles et d'agrégé des lycées de garçons auront la même valeur.

*L'Inspecteur général, président du Jury :*

A. MARIJON.



## DEUXIÈME PARTIE

Adresser au Secrétaire, M. DELCOURT, 21, avenue de Châtillon, Paris, 14<sup>e</sup>, toute communication relative à la rédaction de la deuxième partie du *Bulletin*.

Il remercie les membres de l'Association qui ont bien voulu lui envoyer dès leur apparition des énoncés de problèmes d'examens ou de concours ou lui signaler des articles de pédagogie ou d'enseignement mathématique publiés par des Revues françaises ou étrangères.

### Sur la théorie des pôles et polaires dans l'Enseignement secondaire

Ainsi que l'avait annoncé le *Bulletin* n° 32, des professeurs de mathématiques se sont réunis au Lycée Louis-le-Grand, le 23 novembre 1923, pour s'entretenir de la théorie des pôles et polaires dans l'Enseignement secondaire (1).

La présence et le maintien de cette théorie au programme de la classe de Mathématiques A-B ont paru parfaitement justifiés; en par-

(1) *Étaient présents:* MM. ARNOULD (*Condorcet*), BÛCHE (*Louis-le-Grand*), CHENEVIER (*Henri IV*), COMMISSAIRE (*Louis-le-Grand*), DECERF (*Janson*), DELCOURT (*Saint-Louis*), Mlle DETCHEBARNE (*Molière*), MM. DUMARQUÉ (*Condorcet*), GUSSE (*Pasteur*), ILIOVICI (*Carnot*), LEMAIRE (*Janson*), PERFETTI (*Janson*), ROBY (*St-Germain*), le Dr VETTER (*de Prague*), WEBER (*Buffon*), WEILL (*Saint-Louis*).

ticulier, elle permet de donner aux élèves un exemple d'une méthode de transformation où la correspondance est établie, d'une manière réciproque, entre un point et une droite, et non plus entre un point et un point ou une droite et une droite.

Diverses définitions, dont chacune a ses avantages particuliers, sont employées pour introduire la polaire d'un point A par rapport à un cercle (C) :

*droite perpendiculaire au diamètre OA en un point A' tel que*  
 $\overline{OA} \cdot \overline{OA'} = R^2$  ;

*droite portant le lieu du conjugué harmonique du point A par rapport aux points d'intersection d'une sécante variable... ;*

*lieu du point A' tel que le cercle de diamètre AA' soit orthogonal au cercle (C). (Cf. avec la Note de M. BLUTEL, Bulletin n° 21, page 55).*

Après discussion, les professeurs présents sont d'avis qu'on ne saurait préconiser l'une plutôt que l'autre, mais qu'il importe, une définition étant adoptée, de montrer son identité avec les autres, données alors comme propriétés caractéristiques.

Quelques observations de M. VIELLEFOND (St-Louis), empêché d'assister à la réunion, sont ensuite présentées au sujet de la théorie des pôles et polaires en Mathématiques Spéciales. Elles concernent la définition du mot « pôle ».

Voici tout d'abord, à ce sujet, le programme de cette classe :

« ...Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une conique ; polaire d'un point. — Condition pour que deux droites soient conjuguées ; pôle d'une droite. »

« ...Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une surface du second ordre ; plan polaire d'un point. — Condition pour que deux plans soient conjugués ; pôle d'un plan. — Droites conjuguées... »

Beaucoup d'auteurs appellent pôle d'une droite le point qui admet cette droite pour polaire, et pôle d'un plan le point qui admet ce plan pour plan polaire. Ces définitions, parfaitement légitimes, cadrent mal avec les indications du programme. Elles sont, de plus, assez incommodes lorsque la conique (ou la quadrique) dégénère au point de vue tangentiel, les mots « pôle » et « polaire » (ou « plan polaire ») ne se correspondant plus dualistiquement dans ce cas. Il est pourtant utile de savoir ce que c'est que le pôle d'une droite par rapport à deux points ; sinon, comment comprendre pleinement le théorème relatif aux pôles d'une droite par rapport aux coniques d'un faisceau tangentiel.

Il peut sembler préférable d'adopter les définitions suivantes, employées d'ailleurs par M. BLUTEL, dans ses *Leçons de Mathématiques Spéciales* ; elles respectent les indications du programme et tiennent compte du principe de dualité, dont l'importance est si grande en géométrie projective (on sait que les axiomes fondamentaux de la géométrie projective sont dualistiques) :

### Géométrie plane

Points conjugués par rapport à une ligne du second ordre (conique pouvant dégénérer en deux droites) : *Deux points sont conjugués par rapport à une ligne du second ordre, s'ils sont conjugués harmoniques par rapport aux points de rencontre de cette ligne avec la droite qui les joint.*

Polaire d'un point A : *C'est la droite lieu des points conjugués du point A.*

*Théorème : Dans une véritable conique, le pôle d'une droite (D) est le point qui admet cette droite (D) pour polaire, et la polaire d'un point A est la droite qui admet ce point A pour pôle.*

Droites conjuguées par rapport à une enveloppe de deuxième classe (conique pouvant dégénérer en deux points) : *Deux droites sont conjuguées par rapport à une enveloppe de deuxième classe, si elles sont conjuguées harmoniques par rapport aux deux tangentes menées à l'enveloppe par leur point de rencontre.*

Pôle d'une droite (D) : *C'est le point fixe par lequel passent toutes les droites conjuguées de (D).*

### Géométrie de l'Espace

Points conjugués par rapport à une surface du second ordre (quadrique pouvant dégénérer en un cône ou deux plans) : *Deux points sont conjugués par rapport à une surface du second ordre, s'ils sont conjugués harmoniques par rapport aux points de rencontre de cette surface avec la droite qui les joint.*

Plan polaire d'un point A : *C'est le plan lieu des points conjugués du point A.*

*Théorème : Dans une véritable quadrique, le pôle d'un plan (P) est le point qui admet ce plan (P) pour plan polaire, et le plan polaire d'un point A est le plan qui admet ce point A pour pôle.*

Plans conjugués par rapport à une enveloppe de deuxième classe (quadrique pouvant dégénérer en une conique ou deux points) : *Deux plans sont conjugués par rapport à une enveloppe de deuxième classe s'ils sont conjugués harmoniques par rapport aux deux plans tangents menés par leur intersection.*

Pôle d'un plan (P) : *C'est le point par lequel passent tous les plans conjugués de (P).*

A la même réunion, deux communications, insérées pages 74 et 71 du présent *Bulletin*, ont été faites, l'une par M. WEBER, sur les expressions « quotient exact » et « rapport (de deux nombres) », l'autre par M. DECERF, sur la façon dont il a ordonné, cette année, le premier enseignement de la géométrie en Quatrième A.

## À la recherche d'une méthode

J'ai longuement hésité à publier une étude dont l'idée me poursuit depuis longtemps. En insistant publiquement sur la médiocrité de certains résultats, j'ai craint de donner une idée fautive de l'enseignement des mathématiques, dans nos établissements secondaires, et de lui nuire dans l'esprit de ceux qui ont la charge de ses destinées. Le danger était d'autant plus grand qu'il est fort difficile de démontrer les avantages de cette discipline à ceux qui croient n'en avoir tiré aucun profit ou qui en ont conservé un souvenir peu agréable ; ceux qui en ont bénéficié n'ont pas besoin de cette démonstration. Au point où nous sommes arrivés, il semble que ce danger ait fait place à un autre qui commande l'action.

La réforme en cours astreint tous les élèves aux mêmes études scientifiques, jusqu'à la fin de la classe de première. Au premier abord, on devrait se féliciter de l'hommage rendu à des enseignements dont la valeur éducative est proclamée, puisqu'on n'en veut priver personne.

Mais, en se reportant au passé et au présent, on ne peut s'empêcher de concevoir quelque inquiétude. Chacun sait que les élèves sortant de 3<sup>e</sup> A s'orientent vers les divisions A-B ou les divisions C du second cycle, les uns d'après leurs préférences, les autres d'après leurs répugnances ; il ne serait pas impossible de faire la part de ces deux causes principales. Des renseignements autorisés permettent de croire que, dans certaines classes de 3<sup>e</sup> A, la moitié des élèves étaient regardés par le professeur comme incapables de s'intéresser à l'étude des mathématiques. Quant à ceux que leur orientation primitive condamnait à entrer en 2<sup>e</sup> D, leur présence, dans les divisions B du premier cycle, n'était nullement une garantie de leurs aptitudes naturelles pour les mathématiques. Quoi qu'il en soit, la bifurcation scientifique, à la fin du premier cycle, avait pour résultat de répartir les élèves de façon moins hétérogène et de faciliter la tâche des professeurs de mathématiques du second cycle.

La formation des queues de classes, commencée en 6<sup>e</sup>, s'aggravait seulement jusqu'en 3<sup>e</sup>, en ce qui concerne les élèves des sections A ; elle ne cessera maintenant qu'au sortir de la 1<sup>re</sup>, pour tous les élèves. Le devoir du professeur de mathématiques reste le même, en 2<sup>e</sup> et en 1<sup>re</sup> : il lui faut s'adresser à l'ensemble et tirer le meilleur parti de tous, sans nuire aux mieux doués. Mais le nouveau régime risquant d'augmenter la proportion des élèves faibles, compliquera sa tâche. On n'aperçoit qu'un remède : réduire, à chaque étape, le nombre de ceux qui cesseront de s'intéresser à un enseignement hors de portée. On ne peut guère songer à organiser des examens de passage, propres tout au plus à constater des connaissances, le jugement des aptitudes étant chose d'autant plus délicate que les élèves sont plus jeunes. Il faut donc adapter l'enseignement au plus grand nombre, dans les débuts plus

que partout ailleurs. Ceci m'amène à l'examen des résultats que produit actuellement l'étude de l'arithmétique dans les classes de transition : 6<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup> chez les garçons, 1<sup>re</sup> et 2<sup>e</sup> année chez les jeunes filles.

J'avais remarqué depuis longtemps l'inaptitude de la majorité des élèves du 1<sup>er</sup> cycle, à reproduire exactement les textes des règles d'arithmétique qu'on leur donnait à appliquer ou à expliquer, le jour d'une composition ; lorsqu'il s'agissait d'une explication, la lecture des copies me permettait d'attribuer cette incapacité, non à l'étourderie naturelle à cet âge, mais le plus souvent à une incompréhension. Au bout d'un certain temps, la mémoire se refusait à rendre correctement ce que l'esprit ne concevait pas.

Combien de fois ai-je entendu des maîtres se plaindre de la différence des résultats obtenus dans les devoirs portant sur des questions d'arithmétique, suivant que les élèves avaient travaillé ou non sous leur surveillance !

Faut-il rappeler aussi l'ignorance d'un grand nombre d'élèves, au sujet du calcul des fractions et de l'usage du système métrique, après une étude de plusieurs années ?

Les difficultés éprouvées par les enfants pour comprendre l'arithmétique théorique étaient telles que des professeurs se contentaient de faire apprendre des règles par cœur et d'en faire saisir le mécanisme par des applications. La logique n'y trouvait guère son compte et je n'ai jamais pu obtenir des élèves de 6<sup>e</sup> ou de 5<sup>e</sup> ainsi formés, de raison acceptable, relativement aux propriétés abstraites des fractions. Que l'oubli fasse son œuvre, sur un terrain préparé de cette façon, il n'y a rien de surprenant.

En outre, l'application des règles abstraites à des problèmes qui trouvent leur origine dans la réalité ne dispensait pas d'une étude concrète et j'avais toujours remarqué la maladresse des élèves à adapter à des données particulières l'instrument qu'on leur avait mis entre les mains ; le moindre appel à un effort d'observation les décontenançait et certains de leurs professeurs accoutumés à ces résistances les trouvaient toutes naturelles.

J'avais observé la peine éprouvée par le maître pour faire distinguer une multiplication de fractions d'une division, les répugnances que suscite la notion de rapport et celle de grandeurs proportionnelles, les dégâts commis sous le couvert de la règle de trois qui ne respecte l'intégrité d'aucun objet soumis à sa loi, tout en visant la réduction à l'unité !

Mais ce qui me frappait surtout, c'était la possibilité d'une déformation du jugement par un enseignement qui repose à peu près uniquement sur l'application des règles.

Quelques expériences relativement récentes m'ont fourni l'occasion de préciser mes craintes ; je crois devoir les rapporter avec quelques détails qui les situent bien et qui permettent à chacun de se faire une opinion.

Dans une classe de 5<sup>e</sup> B, le maître vient de démontrer que  $2 \times 3 = 3 \times 2$ , que  $3 \times 5 = 5 \times 3$  et conclut; les élèves interpellés ont naturellement utilisé les valeurs des produits effectués et je sens nettement que les préoccupations de leur professeur ne les ont pas effleurés. Pour m'en assurer, je prends la direction de la classe, je mets un élève à part et, après avoir fait ranger les 32 autres sur les quatre banes, je me place bien en face et :

— Je vois 8 élèves au premier banc, 8 au second, ..., 8 au quatrième; cela fait ?

— 32 élèves, monsieur !

— Oui, je vois que vous savez votre table de Pythagore, sur ce point particulier tout au moins, mais ce n'est pas ce que je veux constater. Je reprends : je compte une première fois 8 élèves, ..., une quatrième fois 8 élèves; cela fait ?

Les uns répondent 4 fois 8 élèves, les autres 8 fois 4 élèves.

L'accord s'étant établi sur la première réponse, je passe à une extrémité des bancs et je demande aux élèves de se tourner vers moi. Comme ils ne soupçonnent pas mon but, leur curiosité est fort excitée.

— Je vois cette fois 4 élèves au premier rang, ..., 4 élèves au huitième rang; cela fait ?

— 8 fois 4 élèves, monsieur !

La leçon avait porté quelques fruits et tout le monde attendait une nouvelle question, non sans impatience.

— Est-ce que je trouverai le même nombre d'élèves dans les deux cas ?

Le ton que j'avais adopté manifestait une telle inquiétude que la classe tout entière fut interloquée. A force d'encouragements, un élève se décida à lever le doigt et demander à répondre :

— Oui, monsieur, le nombre des élèves est le même.

— Pourquoi, mon ami ?

— Parce qu'un produit ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs.

Cette réponse obtint l'adhésion générale des intéressés.

La même expérience recommencée nombre de fois, sous toutes les latitudes où j'eus accès depuis, a toujours donné les mêmes résultats, en 6<sup>e</sup>, en 5<sup>e</sup>, même en 4<sup>e</sup>, en 1<sup>re</sup> et 2<sup>e</sup> année. Chaque fois que les élèves se sont souvenus de la règle, ils m'ont fait la même réponse.

Dans une classe de 6<sup>e</sup> A, à propos des propriétés de l'addition, je propose de compter le nombre des élèves de diverses façons. Je me promène et je constate que je trouve 3 élèves d'un côté, 4 élèves d'un autre, 5 élèves dans un angle de la salle, etc. ; puis qu'en les regardant, dans un ordre différent, j'en aperçois 5 d'un côté, 3 d'un autre, etc. J'émis une telle impression de doute en posant cette question : « Trouverai-je le même nombre d'élèves dans les deux cas ? » que les enfants n'eurent plus que croire; je fus obligé de les rassurer : je me contentai de leur demander si des élèves étaient entrés ou sortis dans l'intervalle et tous les visages s'éclairèrent.

Je ne poursuivis pas l'expérience ce jour-là ; mais je l'ai reprise bien souvent et chaque fois que les élèves se sont rappelés qu'une somme ne change pas, quand on intervertit simplement l'ordre des termes, ils ont invoqué cette règle pour constater que le nombre d'élèves était resté le même.

De ces constatations choisies parmi beaucoup d'autres du même genre, on serait tenté de conclure que l'enfant a besoin d'une règle et que la vision directe de faits très simples lui est interdite. Si on adopte cette conclusion, ne va-t-on pas soumettre son activité à des lois dont l'origine lui échappe, retarder encore l'âge où cette vision devient nécessaire ? Est-ce que l'empreinte laissée par une telle discipline ne va pas diminuer en lui la faculté d'observer, sans laquelle il est impossible d'étudier avec fruit les sciences expérimentales ?

L'importance de ces faits n'apparaît pas également à tous ceux qui en sont les témoins : quelques-uns en sont vivement frappés. Au sortir d'une classe de 4<sup>e</sup> B, où ces deux expériences m'avaient donné les résultats habituels, je dis au Recteur qui m'accompagnait : « Je serais curieux de savoir à quel âge cet état d'esprit disparaît. » « Je suis plus curieux encore de savoir à quel âge il commence », me répondit-il. On ne pouvait poser plus nettement le problème de la responsabilité de l'enseignement.

Je ne crois pas que le mal soit aussi profond qu'il paraît. Il ne faut pas oublier que l'élève habitué surtout à faire preuve de connaissances, ne fait appel qu'à sa mémoire, quand on l'interroge ; il n'est guère capable de séparer les effets et les causes : la peine qu'il éprouve à distinguer les conclusions des hypothèses, en géométrie, jusque dans la classe de seconde, en est une preuve. On ne peut douter d'ailleurs que les élèves aient la notion de leur nombre, car ils sont les premiers à répondre, quand on leur demande si la classe est au complet : un coup d'œil circulaire, jeté sur les bancs dans un ordre quelconque, les renseigne immédiatement.

Quoi qu'il en soit, le problème posé vaut qu'on y réfléchisse.

Des observations d'un autre ordre montreront le danger qu'il peut y avoir à donner prématurément des connaissances, sous forme de règles. Dans une classe de 6<sup>e</sup>, le maître énonce la règle relative à la divisibilité par 9 ; afin d'en bien faire saisir le mécanisme et de donner confiance aux élèves, il la fait appliquer et vérifier, sur divers exemples. Il semble qu'il n'y ait rien à reprendre à cette façon de faire, que le professeur emploie d'ailleurs constamment.

La découverte de la règle ne me paraissant pas au-dessus des forces de cette classe, je m'adressai à tous et demandai qu'on me fournit des multiples de 9, sans faire appel à la règle, bien entendu ; un élève me donna 36, un autre 9, un troisième 99.

Je croyais tenir le fil directeur ; avant de le suivre, je voulus m'assurer de sa solidité, mais à ma question : « Comment avez-vous vu que 99 est un multiple de 9 ? » l'élève répondit en invoquant la règle. Je lui avais proposé un effort au-dessus de ses moyens, en lui deman-

dant d'oublier ce que le maître lui avait si bien appris. Il ne me restait plus qu'à attendre l'action salutaire du temps, qui rendrait possible le libre exercice du jugement, en supprimant l'apport de la mémoire. Je livre cet exemple à la méditation de ceux qui croient encore que la démonstration du maître est rendue plus facile lorsque l'élève en connaît le but.

Une maîtresse d'un établissement secondaire de jeunes filles demandant un jour à ses élèves pourquoi elles s'intéressaient si peu à une démonstration dont elle essayait en vain de leur faire saisir l'importance, obtint une confiance dont je garantis le sens, sinon les termes : « Nous connaissons cette règle depuis longtemps ; nous l'avons souvent appliquée et jamais elle ne nous a trompées, pourquoi voulez-vous que nous en doutions ? »

Dés exemples de ce genre montrent le danger de tuer la curiosité en apportant des connaissances prématurées. Et pourtant, il faut donner des connaissances de bonne heure, si l'on veut en tirer des aliments indispensables au besoin d'activité des jeunes élèves !

Une autre expérience montrera combien est superficielle la notion de fraction acquise par les enfants.

Dans une classe de 1<sup>re</sup> année de 38 élèves, la maîtresse vient de faire corriger un problème au tableau : on donne le prix de vente de marchandises et on demande le prix d'achat, sachant qu'elles ont été revendues avec un bénéfice de 14 0/0. On s'est appuyé sur ce fait que le prix de vente est les 114 centièmes du prix d'achat et que, par suite, ce dernier est les 100 cent quatorzièmes du premier. Le problème a été fait par beaucoup, si on en juge par les copies remises. Je demande si tout le monde a compris les explications données au cours de la correction ; j'obtiens la réponse affirmative habituelle, dont on se contente trop souvent. Je voulus m'en assurer et je sortis deux crayons que je présentai à la classe en ces termes :

— La longueur du petit crayon est les 3 cinquièmes de celle du grand ; qui de vous peut me dire ce qu'est la longueur du grand par rapport à celle du petit ?

Au bout de quelques instants, après bien des encouragements, je constatai que 7 élèves se proposaient de répondre. Je les interrogeai successivement, sans rien laisser paraître de l'effet que me produisaient les réponses : la dernière seule me fournit le résultat exact, soit 5 tiers. Encore ne put-elle m'en donner une raison acceptable !

Je montrai alors, en remontant à la définition, comment les deux crayons m'apparaissaient divisés l'un en 5, l'autre en 3 parties respectivement égales ; comment la vision des nombres 5 et 3 était inséparable de celle des nombres 3 et 5, et que les deux fractions  $\frac{3}{5}$  et  $\frac{5}{3}$  s'imposaient simultanément à l'esprit : je finis par obtenir l'adhésion de toutes. Je ne m'en tins pas là et recommençai avec des exemples qui différaient du premier, soit par les fractions mises en jeu, soit par la nature des grandeurs que je choisis toujours familières aux enfants.

Ce ne fut qu'au bout de cinq tentatives que j'obtins, sans restriction, l'assentiment général ; encore ne suis-je pas bien sûr que ce ne fût un moyen d'échapper à une ténacité que toutes avaient sentie irréductible !

Je pourrais citer beaucoup de faits analogues. Ceux que j'ai rapportés suffisent à montrer certaines des difficultés que présente l'enseignement de l'arithmétique ; elles ne sont pas inférieures à celles que l'on rencontre en géométrie. Il en est d'autres d'ailleurs que n'éprouvent pas, au même degré, ceux qui enseignent la géométrie : elles tiennent au passage des élèves par les mains d'un grand nombre de maîtres ou de maîtresses, en partant de la maman ou de la nourrice. Nous sommes désarmés en présence de ces collaboratrices de la première heure, dont les bonnes intentions dépassent souvent la compétence.

Nous verrons dans la suite ce que l'on peut tenter pour écarter des obstacles d'un autre genre.

E. BLUTEL.

## Sur un lieu géométrique élémentaire

A et B étant deux points fixes dans un plan orienté, soit à trouver le lieu des points M tels que  $(MA, MB) = \alpha$  (angle de droites, et non d'axes).

I. — Pour avoir un point du lieu, on trace par A une droite quelconque D, par B sa parallèle D', puis par B la droite  $\Delta$  telle que  $(D', \Delta) = \alpha$ . L'intersection de D et de  $\Delta$  est un point du lieu. On obtient sur toute droite issue de A un point M, en général distinct de A.

II. — M étant un point du lieu, traçons le cercle entier AMB.

1° Tout point du cercle possède la propriété prescrite. (Démonstration habituelle).

2° Si un point P possède la propriété prescrite, il est sur le cercle. En effet, la droite AP recoupe le cercle en un point (en général distinct de A), et d'après le paragraphe I, c'est nécessairement le point du lieu qui se trouve sur cette droite.

III. — La construction du paragraphe I effectuée à partir des droites D et D' perpendiculaires au segment AB, fournit le point M du lieu diamétralement opposé à B, et détermine sur l'axe du segment AB le centre du cercle.

IV. — Réalisation par le « Mécano » (1). On assujettit 2 tiges D et  $\Delta$  à tourner du même angle, respectivement autour de 2 points fixes A et B. (Une tige D' liée à  $\Delta$  permet de voir la constance de  $\alpha$ ). Il suffit

(1) Voir dans le Bulletin n° 24, avril 1923, page 70, la note de M. ROBY : *A propos des solutions pratiques des problèmes.*

de fixer ces tiges aux centres de 2 roues dentées égales; la liaison est assurée soit au moyen d'une chaîne, soit au moyen d'une 3<sup>e</sup> roue tangente aux 2 autres. On peut aussi réaliser le parallélisme de D et D' au moyen d'un parallélogramme articulé. Il faut quelques précautions pour obtenir une rotation complète de ces droites autour des points A et B.

F. BRACHET et J. DUMARQUÉ.

## Sur le premier livre de géométrie

Voici, pour l'enseignement initial de la géométrie, une méthode dont la caractéristique est de placer dès le début l'étude des parallèles. J'en exposerai les idées essentielles, priant nos collègues de rétablir eux-mêmes les intermédiaires manquants.

*Chapitre I : Préliminaires.* — La ligne droite est définie par les propriétés suivantes : 1° par deux points on peut en faire passer une et une seule; 2° deux droites sont superposables d'une double infinité de manières; 3° une troisième propriété, qu'on énoncera ultérieurement, complètera cette définition.

Définition habituelle du plan; glissement et retournement.

*Chapitre II : Angles.* — *Angle plat.* — La demi-droite  $Oz$  qui partage l'angle plat  $xOy$  en deux angles égaux s'appelle *perpendiculaire*. (Il paraît superflu de démontrer son existence et son unicité.)

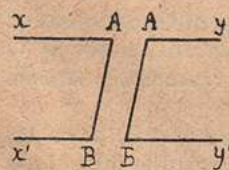
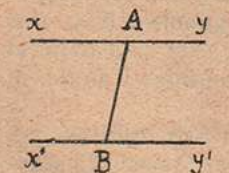
L'angle droit est la moitié d'un angle plat. (Vu cette définition, l'égalité de tous les angles droits est considérée comme chose évidente.)

*Angles supplémentaires.*

*Mesure des angles :* Angle droit, grade, rapporteur.

(N. B. — On ne parle pas, dans ce chapitre, de la perpendiculaire abaissée sur une droite d'un point extérieur.)

*Chapitre III : Parallèles.* — Leur existence : Traçons deux droites  $xy$  et  $x'y'$  coupant la sécante  $AB$  sous des angles alternes internes égaux et étudions la figure. 1° La partie droite est superposable à la partie gauche; pour le prouver, on les dessinera séparément, et on fera glisser et pivoter l'une des deux; 2° donc, si  $Ax$  et  $Bx'$  se coupaient en  $I$ ,  $Ay$  et  $By'$  se couperaient en  $J$ ; par  $I$  et  $J$  passeraient deux droites, ce qui est impossible. Les droites  $xy$  et  $x'y'$  sont *parallèles*. (Cf *Précis de géométrie plane*, par F. Brachet et J. Dumarqué, page 37).



*Postulat d'Euclide* présenté comme la propriété qui complète la définition de la ligne droite. Ses corollaires habituels.

*Problème.* Du point  $O$ , extérieur à  $xy$ , abaisser une perpendiculaire sur  $xy$ ; Par  $O$  menons  $x'y'$  parallèle à  $xy$ , et nous sommes ramenés à élever de  $O$  une perpendiculaire sur  $x'y'$ : une et une seule solution.

*Chapitre IV : Triangles. — Somme des angles.* — L'angle extérieur  $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$ , donc est plus grand que  $\hat{A}$  ou  $\hat{B}$ . Existence du triangle équiangle. Angles du triangle rectangle.

*Premier cas d'égalité :* Deux triangles ayant un côté égal et deux angles égaux semblablement placés sont égaux. Cas particulier : premier cas d'égalité des triangles rectangles.

*Triangle isocèle.* — Réciproque : Si  $\hat{B} = \hat{C}$ , on aura  $AB = AC$ . En effet, menons la bissectrice  $Al$  comme dans le théorème direct, et appliquons le premier cas d'égalité avec l'extension que nous venons d'indiquer.....

(N. B. — Le théorème habituel sur l'angle extérieur est supprimé.)

*Inégalité :* Si deux triangles ont deux côtés égaux, avec l'angle compris inégal :  $\hat{A} < \hat{A}'$ , je dis que  $BC$  sera plus petit que  $B'C'$ . En effet, l'inégalité  $\hat{A} < \hat{A}'$  sera compensée par exemple par  $\hat{B} > \hat{B}'$ . Superposons  $AB$  et  $A'B'$  :  $AC$  tombera à l'intérieur et  $BC$  à l'extérieur. Joignons  $CC'$ , ce qui donne un triangle isocèle  $ACC'$ ... Etudions les angles du triangle  $BCC'$ ...

#### AVANTAGES DE CETTE MÉTHODE

1° Certaines démonstrations sont facilitées ou rendues inutiles. D'autres, sans être modifiées, perdent leur caractère artificiel : par exemple, pour démontrer que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes, il est tout naturel dans notre méthode que, ayant à abaisser de  $A$  la perpendiculaire sur  $BC$ , nous menions d'abord la parallèle à  $BC$ .

2° Les I<sup>er</sup> et V<sup>e</sup> livres suivront une marche toute similaire : parallélisme d'abord, perpendicularité ensuite. Comparez : perpendiculaire abaissée d'un point extérieur sur une droite, — ou .... sur un plan.

3° Nos chapitre II et III et le début du IV<sup>e</sup> n'étudient que des comparaisons d'angles, sans aucune intrusion des longueurs ; d'où une uniformité de raisonnement pédagogiquement utile, car elle évite la confusion, si fréquente chez les commerçants, des notions d'angle et de distance.

4° Dès le début, théorèmes pas trop évidents, pas trop difficiles non plus, donc attrayants pour les élèves ; nombreux exercices sur la somme des angles d'un triangle.

5° On peut nous objecter que nous faisons dépendre du postulat d'EUCLIDE un problème qui en est indépendant en soi : à savoir la perpendiculaire abaissée sur une droite d'un point extérieur. A cela nous répondons :

a) *Au point de vue pédagogique*, l'objection est sans intérêt pour des élèves de Quatrième. On peut même soutenir que, le postulat d'EUCLIDE étant le complément de la définition de la droite, il est logique de l'en

rapprocher. De plus, notre construction de la perpendiculaire est, telle quelle, exécutable pratiquement par le rapporteur et la règle; elle s'apparente avec la construction régulière par la règle et l'équerre; tandis que la démonstration classique ne mène à aucune construction réalisable.

b) *Au point de vue spéculatif*, l'objection a sa valeur. Mais elle est compensée, peut-être avantageusement, par ce fait que si, pour ce problème, nous recourons au postulat d'EUCLIDE, en revanche nous n'utilisons pas l'axiome de retournement possible du plan: nous faisons donc de la pure géométrie plane, ce qui n'a pas lieu avec la démonstration traditionnelle.

La méthode ci-dessus exposée est actuellement expérimentée dans une classe nombreuse. Jusqu'ici les résultats semblent satisfaisants. Je serai reconnaissant à nos collègues qui voudront bien me dire ce qu'ils en pensent.

A. DECERF,

*Professeur au Lycée Janson-de-Sailly.*

---

## Sur le volume du tronc de prisme triangulaire

---

L'une des questions de cours proposées dans l'Académie de Rennes en juillet dernier à la 1<sup>re</sup> Partie C et D du Baccalauréat était: *Volume du tronc de pyramide triangulaire.*

Après avoir démontré que le volume du tronc de prisme triangulaire est équivalent à la somme des volumes de trois pyramides ayant pour base une des bases ABC du tronc de prisme et pour sommets A', B', C', extrémités des arêtes latérales, et pour établir la formule pratique du volume, beaucoup de candidats — dans les copies que j'ai lues — ont envisagé une section droite MNP entre les deux bases et ont ajouté les deux volumes partiels obtenus.

Or il est manifeste que cette construction n'est pas toujours possible quelle que soit la forme du tronc de prisme triangulaire.

Pourquoi ne pas employer la construction bien connue, valable dans tous les cas, qui consiste à tracer la section droite MNP à l'extérieur des bases? En la supposant par exemple du côté de ABC, la relation:

Volume tronc = Volume MNPA'B'C' — Volume MNPABC  
conduit visiblement à l'expression classique,

E. DROULON,

*Professeur au Lycée d'Angers.*

---

## Unification des définitions de mots et des notations mathématiques (suite)

### 15. Questions de langage

I. — Il s'agit de la question de géométrie analytique qui concerne les *coefficients de direction*, ou *paramètres directeurs*, ou *quantités directrices* (que je trouve en corrigeant une copie de mes candidats à l'agrégation) ; et puis les *paramètres directeurs principaux*, etc...

Le mot « *coordonnées* » ne suffirait-il pas ? Il aurait son sens général de système de nombres définissant un élément géométrique. On dirait : « *coordonnées de (la) direction d'une droite* », « *coordonnées d(e l')orientation d'un axe* ». Les coordonnées d'une droite, au sens habituel, seraient dites, quand il serait utile de préciser, « *coordonnées de position* » et couramment « *coordonnées de la droite* ». L'expression « *cosinus directeurs* » suffit quand la condition  $\Sigma a^2 = 1$  intervient ; dans les autres cas, on a des coordonnées homogènes.

II. — Ne pourrait-on proscrire la manière de parler qui paraît se répandre : « Soit un cercle de centre l'origine. » Est-il plus long de dire, en français, « un cercle dont le centre est à l'origine » ? Je sais bien qu'on dit un cercle de centre O, mais cela n'a pas le même aspect barbare...

III. — Il faudrait savoir ce que veut dire, dans un plan orienté, « l'angle de Ox avec Oy » et la notation : (Ox, Oy).

Il me paraît raisonnable d'écrire, et, par conséquent, de nommer la première, celle des deux directions qui est la position initiale de la rotation définie par l'angle, comme on fait pour un vecteur. J'ai cependant constaté souvent, dans mes examens, que les professeurs n'adoptent pas tous cette convention (autant qu'on peut juger ce que disent les professeurs par les réponses des élèves....)

E. VESSIOT,

Sous-Directeur de l'École Normale Supérieure.

### 16. Au sujet des expressions « quotient exact » et « rapport (de deux nombres) »

L'Assemblée générale de 1922 a décidé de réserver l'expression *rapport* pour les grandeurs de même espèce et, dans le cas de deux nombres, d'utiliser seulement l'expression *quotient exact*. J'ai voté pour cette proposition, mais, à la réflexion, je la crois inapplicable, parce qu'elle méconnaît le caractère essentiellement *formel* de la théorie des rapports numériques et des proportions.

Un rapport est l'indication d'une division exacte, indication qui donne explicitement les deux termes, dividende et diviseur ; le quotient, lui, n'est que le nombre, résultat de l'opération, et ne contient plus aucune trace des deux termes. Par suite, deux rapports peuvent être égaux sans

être identiques ; on peut parler des deux termes d'un rapport, des transformations qu'on peut leur faire subir sans changer la valeur du rapport. On ne peut adopter un pareil langage pour un quotient.

Prenons, par exemple, le rapport  $\left(\frac{6}{5}\right) : \left(\frac{2}{5}\right)$  ; sa valeur est 3 :

$\frac{6}{5}$  et  $\frac{2}{5}$  sont les deux termes de ce rapport ; pouvons-nous dire qu'ils sont les deux termes du quotient, c'est-à-dire du nombre 3 ? C'est cependant ce qu'on est obligé de faire, si on adopte la décision de 1922.

Et qu'est-ce qu'une proportion ? l'égalité de deux rapports. Pouvons nous prétendre que c'est l'égalité de deux quotients ? Le quotient de 6 par 2, comme le quotient de  $\frac{6}{5}$  par  $\frac{2}{5}$ , est 3 ; l'égalité  $\frac{6}{5} : \frac{2}{5} = 6 : 2$  est une proportion ; l'égalité  $3 = 3$ , qui est celle des deux quotients exacts est-elle une proportion ? Il y a encore là une autre difficulté, qui disparaît, il est vrai, en prenant comme définition, comme me l'a fait observer M. DUMARQUÉ : « 4 nombres sont en proportion lorsque... »

Il me paraît donc qu'il y a lieu, si regrettable que soit la nécessité de revenir sur des votes assez difficilement acquis, de modifier sur ce point les décisions de 1922 ; car il serait encore plus fâcheux de persister dans une décision critiquable. Voici ce que je propose :

Maintenir la définition du *quotient exact*.

Supprimer la réserve relative au *rapport* et introduire au contraire les définitions suivantes :

1° *Rapport de deux nombres* : expression du quotient exact (ou indication de la division exacte) de deux nombres, sous la forme  $\frac{a}{b}$ , ou  $a : b$ . Le quotient exact est la *valeur* du rapport,  $a$  et  $b$  sont les *termes* du rapport.

2° *Rapport de deux grandeurs de même espèce* : nombre indiquant les opérations (multiplication et division) à faire subir à la seconde pour obtenir la première.

3° *Mesure d'une grandeur* : rapport de cette grandeur à une grandeur fixe, de même espèce, choisie comme terme de comparaison.

Théorème : Le rapport de deux grandeurs de même espèce est égal au quotient de leurs mesures avec une même unité.

Corollaire : Notation  $\frac{(A)}{(B)}$  pour représenter le rapport de deux grandeurs (A) et (B) d'une espèce (G). On a  $\frac{(A)}{(B)} = \frac{\text{mes. (A)}}{\text{mes. (B)}}$ .

M. WEBER,

Professeur au Lycée Buffon.

## Enoncés de Problèmes de Mathématiques

I. (Classe de Seconde C-D) — On considère une ogive formée d'une base rectiligne  $AB = 8$  unités, et de deux arcs de cercle de centres A et B, de rayon 8.

1<sup>o</sup>) Dans cette ogive on inscrit une rosace circulaire. Calculer le rayon de cette rosace

2<sup>o</sup>) Calculer les aires de chacun des quatre fragments en lesquels l'ogive se trouve partagée.

II. (Classe de Première C-D). — Construire une droite L répondant à une ou à plusieurs des conditions suivantes :

- |   |            |
|---|------------|
| 1 <sup>o</sup> Passer par un point donné.....           | O.         |
| 2 <sup>o</sup> Couper une droite donnée.....            | D.         |
| 3 <sup>o</sup> Etre parallèle à une droite donnée.....  | $d$ .      |
| 4 <sup>o</sup> Etre orthogonale à une droite donnée.... | $\Delta$ . |
| 5 <sup>o</sup> Etre dans un plan donné.....             | P.         |
| 6 <sup>o</sup> Etre parallèle à un plan donné.....      | $p$ .      |
| 7 <sup>o</sup> Etre perpendiculaire à un plan donné.... | $\pi$ .    |

On s'assurera d'abord que la 3<sup>e</sup> et la 7<sup>e</sup> conditions sont équivalentes, en ce sens que si la droite L est parallèle à une droite donnée, elle est *ipso facto* perpendiculaire à un certain plan qu'on peut considérer comme donné : cette remarque permettra de supprimer de la liste la 7<sup>e</sup> condition. Une autre remarque toute similaire permet encore d'en supprimer une autre.

Cela posé, on prendra d'abord isolément chacune des 5 conditions restantes, que l'on désignera seulement par les lettres O, D,  $d$ .... ; puis on en combinera deux : OO', OD, Od, .... DD', Dd, ...., puis trois, ... On se contentera d'indiquer chaque fois le nombre de solutions ; c'est seulement quand ce nombre sera illimité qu'il y aura lieu d'augmenter le nombre des conditions imposées à la droite L.

On supposera toujours les données O, D,  $d$ , ... prises au hasard ; on ne s'arrêtera pas à examiner les exceptions résultant d'un choix particulier des données.

(Communiqués par A. DECERF, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly).

---

Le Gérant : A. COUESLANT.

**INSTITUT POLYTECHNIQUE DE L'OUEST**  
**rattaché à la Faculté des Sciences de Rennes**  
3, rue Saint-Clément, Nantes

Les titulaires du Baccalauréat-Mathématiques peuvent entrer sans examen :

1° à l'**École d'Elèves-Ingénieurs** de l'Institut. — Durée des études : 3 ans.  
— Diplôme d'Ingénieur reconnu par l'Etat. — Spécialités envisagées :  
Construction mécanique et moteurs thermiques, Construction électrique,  
Métallurgie-Fonderie, Travaux Publics et Chemins de fer. — Possibilité  
d'acquérir en même temps la Licence ès sciences : Mathématiques générales  
(13 admis sur 13 présentés en 3 ans), Mécanique rationnelle (18 admis sur  
25 présentés en 2 ans), Calcul intégral (4 présentés, 3 admis), Mécanique  
appliquée (4 présentés, 2 admis);

2° à l'**École d'Elèves-Ingénieurs des Postes et Télégraphes** (1 présenté  
et admis). — Préparation en deux ans :

3° à l'**École préparatoire à l'École normale technique** (en 1923, 11 pré-  
sentés, 8 admis). — Les élèves de l'École normale technique sont boursiers  
de l'Etat. — Préparation en un an :

4° à l'**École préparatoire aux emplois techniques administratifs**. —  
Ingénieur-adjoint des Travaux publics de l'Etat, Agent-voyer cantonal, etc.

*Les programmes sont envoyés sur demande contre 0 fr. 25*

**ÉCOLE D'ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE**  
**DE MARSEILLE**

RECONNUE PAR L'ÉTAT - (Décret du 3 Janvier 1922)

**8 & 10, Rue Camoin-Jeune & Saint-Barnabé**

Honorée de Nombreuses Subventions

Hors-concours-Membre du Jury (Exposition Internationale d'Electricité, Marseille 1908)

Diplôme d'Ingénieur -- Diplôme de Monteur

**Section d'Automobile et d'Aviation (Mécaniciens)**

**Section de T. S. F. et de Préparation aux P. T. T.**

(Surnuméraires-Mécanicien)

Externat - Demi-pension - Internat

**Envoi du Programme sur demande**

**LIBRAIRIE ARMAND COLIN, 103, Boulevard Saint-Michel, PARIS V<sup>e</sup>**  
(R. C. Seine 28.065)

## SCIENCES MATHÉMATIQUES

NOUVEAU COURS DE MATHÉMATIQUES, par BOREL-MONTEL

<b>Arithmétique</b> ( <i>Classes préparatoires. — 1<sup>re</sup> Année primaire des Lycées et Collèges de jeunes filles</i> ), par M. Henri GONON. 1 vol. in-18, ill., cart. ....	3 fr. »
<b>Arithmétique</b> ( <i>Classes de 8<sup>e</sup> et 7<sup>e</sup>. — 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> Années primaires des Lycées et Collèges de jeunes filles</i> ), par M. Henri GONON. 1 vol. in-18, ill., cart. ....	4 fr. 75
<b>Algèbre</b> ( <i>Classes de 3<sup>e</sup> A; 2<sup>de</sup> et 1<sup>re</sup> AB; 3<sup>e</sup> B; 2<sup>de</sup> C D et Enseignement secondaire de jeunes filles</i> ), par MM. Emile BOREL et Paul MONTEL. 1 vol. in-18, relié toile. ....	8 fr. 75
<b>Algèbre</b> (compléments) et <b>Trigonométrie</b> (1 <sup>re</sup> C D). 1 vol. in-18. ....	(En préparation)

### E. DESPORTES

<b>Géométrie descriptive</b> ( <i>Première C D et Mathématiques A B</i> ), par M. E. DESPORTES. Un vol. in-18 raisin, broché. ....	20 fr. »
--	----------

### COURS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES (COURS DARBOUX)

<b>Leçons d'Arithmétique théorique et pratique</b> , par M. Jules TANNERY ( <i>Edition entièrement refondue</i> ). Un vol. in-8°, broché. ....	30 fr.	<b>Leçons de Géométrie élémentaire</b> , par M. Jacques HADAMARD. ( <i>Nouvelle édition revue et corrigée</i> ).	
<b>Leçons d'Algèbre élémentaire</b> , par M. Carlo BOURLET. ( <i>Edition entièrement refondue</i> ). In-8°, broché. ....	30 fr.	I. <b>Géométrie plane</b> . In-8°, broché. ....	22 fr.
<b>Leçons de Trigonométrie rectiligne</b> , par M. Carlo BOURLET. In-8°, broché. ....	22 fr.	II. <b>Géométrie dans l'espace</b> , br. ....	32 fr.
		<b>Leçons de Cosmographie</b> , par MM. TISSERAND et ANDOYER. Un vol. in-8°, broché. ....	25 fr.

### MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

Récemment paru :

POL SIMON

*Chef des Travaux pratiques de Mathématiques à la Faculté des Sciences de Nancy*

### LA RECHERCHE DES LIEUX GÉOMÉTRIQUES EN GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

A l'usage des classes de Mathématiques spéciales  
et des Instituts techniques des Facultés des Sciences

Un vol. in-8°, avec 142 exercices gradués résolus, broché. ....	18 fr. »
---	----------

<b>Cours de Géométrie Analytique</b> , à l'usage des Candidats aux Ecoles Centrale et Navale, des Elèves de 1 <sup>re</sup> Année de Mathématiques Spéciales, par MM. TRESSE et THYBAUT. ( <i>Nouvelle édition conforme aux derniers programmes</i> ). Un vol. in-8°, 267 fig., broché. ....	30 fr.	<b>Cours d'Algèbre</b> (Préparation à l'Ecole Normale supérieure, à l'Ecole polytechnique et à l'Ecole centrale), par M. B. NIEWENGLOWSKI. ( <i>Edition conforme aux derniers programmes</i> ).	
		Tome I. — In-8° raisin, broché. ....	22 fr.
		Tome II. — In-8° raisin, broché. ....	30 fr.

## Membres d'Honneur :

MM. BLUTEL, Inspecteur général.  
LECONTE, Inspecteur d'Académie.  
MARIJON, Inspecteur général.

## Bureau :

Le Bureau et les Rapporteurs se réunissent les troisièmes jeudis.

*Président* : M. COMMISSAIRE, 2, quai des Célestins, Paris, 4<sup>e</sup>.  
*Vice-Présidents* : Mlle DETCHEBARNE, 13, rue Guy-de-la-Brosse, Paris, 5<sup>e</sup>.  
M. LEMAIRE, 18, rue Eugène-Manuel, Paris, 16<sup>e</sup>.  
*Secrétaires* : M. DELCOURT, 21, avenue de Chatillon, Paris, 14<sup>e</sup>.  
M. DUMARQUÉ, 18 bis, rue du Débarcadère, Paris, 17<sup>e</sup>.  
*Trésorier* : M. WEILL, 6, rue Leclerc, 14<sup>e</sup>.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 25), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 550-44. — E. WEILL, — 6, rue Leclerc, 14<sup>e</sup>.

## Comité :

### Membres de droit :

MM. COMMISSAIRE, Louis-le-Grand.  
BONIN, St-Germain-en-Laye.

### Membres élus :

MM. CHENEVIER, Henri-IV.	Mlle PICOT, Victor-Duruy.
DELCOURT, St-Louis.	MM. POUTHIER, Voltaire.
Mlle DETCHEBARNE, Molière.	ROBY, St-Germain-en-Laye.
MM. DUMARQUÉ, Condorcet.	VIEILLEFOND, St-Louis.
FLAVIEN, Henri-IV.	WEILL, St-Louis.
GROS, Condorcet.	WEBER, Buffon.
JACQUET, Henri-IV.	N...
LEMAIRE, Janson.	N...
LESGOURGUES, <i>en congé</i> .	N...
Mme Mossé, Lille.	N...

## Correspondants :

<i>Aix-Marseille</i> : M. FONT.	<i>Lyon</i> : .....
<i>Alger</i> : M. DE SARRAU.	<i>Montpellier</i> : M. DESBATS.
<i>Tunis</i> : M. PATOU.	<i>Nancy</i> : M. THIÉBAUT.
<i>Besançon</i> : M. DURAND (Ch.).	<i>Poitiers</i> : M. DREYFUS.
<i>Bordeaux</i> : M. MAUPIN.	<i>Rennes</i> : .....
<i>Caen</i> : M. HENNEQUIN.	<i>Nantes</i> : M. DESFORGE.
<i>Clermont</i> : M. SANSELME.	<i>Strasbourg</i> : .....
<i>Dijon</i> : .....	<i>Toulouse</i> : M. DOUCHEZ
<i>Grenoble</i> : .....	
<i>Lille</i> : M. CHATRY.	<i>Hanoï</i> : M. BRACHET.

**MASSON & C<sup>IE</sup>, ÉDITEURS**  
 120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS (VI<sup>e</sup>)

## Cours de Mathématiques

PAR

**H. COMMISSAIRE**

Ancien élève de l'École Normale Supérieure,  
 Professeur de Mathématiques spéciales au lycée Louis-le-Grand

### 1<sup>er</sup> CYCLE

Leçons d'Arithmétique (6 <sup>e</sup> et 5 <sup>e</sup> , Programme 1923), 3 <sup>e</sup> édit.	6 fr.
Leçons d'Arithmétique et de Géométrie (4 <sup>e</sup> A et 5 <sup>e</sup> B), 2 <sup>e</sup> éd.	6 fr.
Leçons d'Arithmétique et de Géométrie (4 <sup>e</sup> B) .....	6 fr.
Leçons d'Algèbre et de Géométrie (3 <sup>e</sup> A), 2 <sup>e</sup> édit. ....	6 fr.
Leçons d'Algèbre et de Géométrie (3 <sup>e</sup> B) .....	8 fr.

### II<sup>e</sup> CYCLE

Leçons d'Algèbre (Classes de 2 <sup>e</sup> C et D), 5 <sup>e</sup> édition .....	7 fr.
Leçons de Trigonométrie (et compléments d'Algèbre) (Classes de 1 <sup>re</sup> C et D), 5 <sup>e</sup> édition .....	7 fr.

### CLASSES DE MATHÉMATIQUES A ET B

Leçons d'Arithmétique, 2 <sup>e</sup> édition .....	8 fr.
Leçons de Mécanique .....	15 fr.
Leçons d'Algèbre et de Trigonométrie, 4 <sup>e</sup> édition .....	15 fr.

**Exercices d'Algèbre et de Trigonométrie** (Classes de Mathématiques A et B). Solutions des Exercices et Problèmes proposés dans les Leçons d'Algèbre et de Trigonométrie pour les classes de Mathématiques A et B, par H. Commissaire, Professeur au Lycée Louis-le-Grand, et E. Anzemberger, Professeur au Lycée Janson-de-Sailly. 1 vol. in-8<sup>o</sup>, avec figures, cart. .... 14 fr.

**Exercices d'Algèbre et de Trigonométrie** (Classes de 2<sup>e</sup> et de 1<sup>re</sup> C et D). Solutions des Exercices et Problèmes proposés dans les Leçons d'Algèbre (2<sup>e</sup> C et D) et les Leçons de Trigonométrie (1<sup>re</sup> C et D), par H. Commissaire et E. Anzemberger. 1 vol. in-8<sup>o</sup>, avec fig., cart. .. 12 fr.

Les prix ci-dessus indiqués subissent une majoration provisoire de 25 0/0