8e Année. — N° 30. Avril 1923.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

Paraissant tous les trimestres

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

DEUXIÈME PARTIE

ADMINISTRATION
17, rue Louis-Braille, PARIS (XIIe)

Abonnement d'un an : France, **5** fr. — Etranger, **7** fr. **50**
Prix d'un numéro : — **1** fr. — — **1** fr. **50**

Membres d'Honneur :

MM. Blutel, Inspecteur général.
Leconte, Inspecteur d'Académie.
Marijon, Inspecteur général.

Bureau :

Le Bureau et les Rapporteurs se réunissent les troisièmes jeudis.

Président :	M. Commissaire, 2, quai des Célestins, Paris, 4e.
Vice-Présidents :	Mlle Detchebarne, 13, rue Guy-de-la-Brosse, Paris, 5e.
	M. Lemaire, 18, rue Eugène-Manuel, Paris, 16e.
Secrétaires :	M. Delcourt, 17, rue Louis-Braille, Paris, 12e
	M. Dumarqué, 18 *bis*, rue du Débarcadère, Paris, 17e.
Trésorier :	M. Weill, 6, rue Leclerc, 14e.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 15), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :
Paris, C/c 550-44, — E. Weill, — 6, rue Leclerc, 14e.

Comité :

Membres de droit :

MM. Grévy, St-Louis.
Bonin, St-Germain-en-Laye.

Membres élus :

MM. Chenevier, Henri-IV.
Commissaire, Charlemagne.
Mlle Cotton, Fénelon.
M. Delcourt, St-Louis.
Mlle Detchebarne, Molière.
MM. Dumarqué, Condorcet.
Escande, Beauvais.
Flavien, Henri-IV.
Gros, Condorcet.
Jacquet, Henri-IV.
MM. Lemaire, Janson.
Lesgourgues, *en congé.*
Mme Mossé, Lille.
Mlle Picot, Victor-Duruy.
MM. Pouthier, Voltaire.
Roby, St-Germain-en-Laye.
Vieillefond, St-Louis.
Weill, St-Louis.
Weber, Buffon.
N...

Correspondants :

Aix-Marseille :	M. Font.
Alger :	M. de Sarrau.
Tunis :	M. Patou.
Besançon :	M. Durand (Ch.).
Bordeaux :	M. Maupin.
Caen :	M. Hennequin.
Clermont :	M. Sanselme.
Dijon :	.....
Grenoble :	.....
Lille :	M. Chatry.
Lyon :	.....
Montpellier :	M. Desbats.
Nancy :	M. Thiébaut.
Poitiers :	M. Dreyfus.
Rennes :	.....
Nantes :	M. Desforge.
Strasbourg :	.....
Toulouse :	M. Douchez
Hanoï :	M. Brachet.

8e Année. — No 30. Avril 1923.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants

1. Questions à l'étude

Les membres de l'Association sont invités à se reporter au compte rendu de l'Assemblée générale du 7 avril 1923 (1) pour les enquêtes ouvertes sur *les horaires et programmes de mathématiques dans l'Enseignement secondaire* (rapporteur : M. Bioche, professeur au Lycée Louis-le-Grand), *l'unification des définitions de mots et des notations mathématiques* (rapporteur : M. Flavien, professeur au Lycée Henri-IV), *les Mathématiques au Baccalauréat* (rapporteur : M. Weill, professeur au Lycée St-Louis).

Ils pourront adresser leurs communications soit aux Rapporteurs, soit aux membres du Bureau.

Ils sont aussi priés de bien vouloir noter le renouvellement partiel du Bureau : *Président :* M. Commissaire ; *Trésorier :* M. Weill ; ainsi que la nouvelle adresse à utiliser pour règlement par chèque postal :

Paris, C/c 550.44 — E. WEILL
6, rue Leclerc, XIVe

2. Convocation à une réunion à Paris de Professeurs de Mathématiques

Des membres de l'Association se réuniront au Lycée Louis-le-Grand, le jeudi 7 juin 1923, à 15 heures, pour s'entretenir des questions intéressant l'enseignement des mathématiques. Tous les professeurs de mathématiques sont cordialement invités à participer à cette réunion.

(1) Voir pages 104 et suivantes du présent *Bulletin*.

II. Etat de l'Association

(696 membres au 7 avril 1923)

1. Inscriptions

MM.

BEISSON, Laon.
BERLANDE, Roanne.
BREY (Mlle), Douai (C. F.).
COLLIARD, Avranches (C.).
COUSSON, Autun (C.).
CRINON, Longwy (C.).
DELRIEUX, Sézanne (C.).
DONNET, Barcelonnette (C.).
DOUEIL, Parthenay (C.).
DUPUY, Castelsarrasin (C.).

MM.

JACQUES, Nancy.
LAFOURCADE (Mlle), Mont-de-Marsan (L.-G.)
LAUZANNE (Mlle), *Victor-Hugo* (F.)
LECOMTE, Tours.
LELIEUVRE, Rouen.
MONCHEAUX, Oudjda (C.).
RABY, Tonnerre (C.).
THOMAS (Mme), Gaillac (C. S. F.).
VEISSEIRE, Autun (C.).
VILLEBRUN, Bastia.

2. Radiations

MM. BAUD, Ajaccio (C.), *en retraite.*
MOREAUX, Nancy, *en instance de retraite.*

3. Cotisations reçues du 1er février au 7 avril

(*3e liste de cotisations 1922-1923 : 101 ; au total : 628*)

Les noms en *italiques* sont ceux des membres ayant un nouveau poste.

Membre honoraire : M. *Gambier, professeur à l'Université de Lille.*
En congé : M. Ferrieu, *boursier d'études à l'E. N. S.*
M. *Petiet, 74, rue de Vaugirard, Paris, 6e.*
En retraite : M. Barbarin, *professeur honoraire au Lycée St-Louis.*
M. *Bloch, professeur honoraire au Lycée Janson.*
M. BRICHET, *professeur honoraire au Lycée Condorcet.*
M. *Mellecœur, professeur honoraire au Lycée de Vendôme.*
AUTUN (C.). — MM. Cousson, Veisseire.
AUXERRE (F.). — Mlle *Vaille.*
AVRANCHES (C.). — M. Colliard.
BARCELONNETTE (C.). — M. Donnet.
BASTIA. — MM. *Villebrun*, Vincensini.
BORDEAUX. — MM. Barès, Broca, Courriades, Dilhan (...), Maupin, Maurin, Pecquery, Rebeix, Roubau, Sanson, Vieussens.
CAEN. — MM. Gaffre, Hennequin, Jardillier, Long, Violette.
CAHORS. — MM. Bertrandy, Delbouis.
CASTELSARRASIN (C.). — M. *Dupuy.*
DOUAI (C. F.). (2e liste). — Mlle Brey.

ETAMPES (C.). — M. Séguelas-Roujette.
FLERS (C.). — M. Lallement.
GAILLAC (C. S. F.). — Mme Thomas.
LAON, (2^e liste). — M. *Beisson.*
LILLE (F.). — Mme Mossé, Mlle Pannetier.
LONGWY (C.). — M. *Crinon.*
MAYENCE. — MM. Balmain, Benoit, Nicolini.
MAYENCE (F.). — Mlle Guignon.
MONT-DE-MARSAN. — M. Bru, Mlle *Lafourcede.*
NANCY. — MM. Amsler, Antoine (...), Bluzot, Bondieu, Chanzy, *Jacques,* Legras, Magron, Parmantier, Thiébaut.
NANTES (F.). — Mlles Barbier, Laurent.
ORAN (F.). — Mme Chabasseur-Dumay, Mlle Lacroix.
OUDJDA (C.). — M. Moncheaux.
PARIS, *Buffon.* — MM. *Angelloz-Pessey,* Ballue, Boudet, Charvet, Obriot, Tresse, Weber.
PARIS, *Carnot,* (2^e liste). — MM. Chalory, Chollet, Foulon, Iliovici, Isay, Vintéjoux.
PARIS, *Chaptal.* — MM. Lamaire, Milhaud.
PARIS, *Charlemagne.* — MM. Abelin, Commissaire, Delarue, Laley, Marotte, Mascaret, Philippe, Picardat (M.), *Sizaire.*
PARIS, *Victor-Hugo* (F.), (2^e liste). — Mme Gambier, Mlle Lauzanne.
PARTHENAY (C.). — M. Doueil.
PÉRIGUEUX, (2^e liste). — M. Graff.
PONTOISE (C.). — M. Petit.
REIMS (F.). — Mlle Chaumont.
ROANNE, (2^e liste). — MM. *Berlande, Pernet.*
ROUEN, (2^e liste). — M. Lelieuvre.
SÉZANNE (C.). — M. Delrieux.
STRASBOURG (F.), (2^e liste). — Mme Flamant.
THIONVILLE (C.). — M. *Schmidt (A.).*
TONNERRE (C.). — M. Raby.
TOURS, (2^e liste). — M. Lecomte.
TULLE. — M. *Levadoux.*

4. Mutations récentes

(Modifications aux 1re et 2^e listes de cotisations 1922-1923)

MM. DUTHILLEUL, *de* Chartres *à* Evreux.
FRAMBOISE, *de* Paris-*Lakanal* *à* Versailles.
FRANCESCHINI, *de* La Flèche *à* Paris.
RABATEL, *de* Marseille *à* La Flèche.

III. Assemblée générale du 7 avril 1923

La séance est ouverte à 8 h. 30, sous la présidence de M. Bioche, qui excuse MM. Lemaire, vice-président, Dumarqué, secrétaire, Julien, trésorier et Flavien, rapporteur, empêchés d'assister à l'Assemblée générale.

Il remercie les membres de l'Association qui sont venus à la réunion et ceux qui ont envoyé, par correspondance, leurs bulletins de votes et de réponses, ainsi que diverses communications : ces dernières seront examinées et signalées dans le *Bulletin* dès que le Bureau aura eu le temps de parfaire le dépouillement.

Etaient présents, 38 membres (1) :

Bureau : MM. Bioche, Delcourt P., Mlle Detchebarne.

Comité : MM. Commissaire, Escande (Versailles), Grévy, Lesgourgues (*en congé*), Mlle Picot, M. Roby.

Membres de province : MM. Berthier, Brotier, Chattelun (Clermont-Ferrand), Clapier, Commanay, Doré, Durupt, Mme Flamant, MM. Gillant, Hennequin, Mlle Jouzeau (Fécamp C. J. F.), MM. Maupin, Mellecœur (*en retraite*), Vazou.

Membres de Paris : MM. Anzemberger, Chenevier (*Henri-IV*), Coissard, Decerf (*Janson*), Mme Gambier, MM. Goulin, Gusse, Iliovici, Isay, Picardat M., Sainte-Lague, Sizaire (*Charlemagne*), Thybaut, Weber, Weill.

Ont voté par correspondance, 75 membres : MM. Aguillou (Thonon C.), Arnould, Mlle Baudry, MM. Baurens, Berlande (Roanne), Bonin, Bonnal, Bourateu, Boutillier, Caussé, Chanzy, Mlle Cotton, MM. Dedron, Defourneaux, Delcourt E. (Amiens), Delens, Desbats, Desjardin, Mlles Dietz (Colmar J. F.), Dionot, MM. Durou, Dumarqué, Dumas, Dumont G., Durand Ch., Duthilleul (Evreux), Ellies (St-Omer), Esquirol, Fages, Fauvernier, Flavien, Font, Fossier, Gaches (Castelnaudary C.), Gary-Bobo, Gavoille, Girard, Guilherme, Mlle Guitel (Rennes J.-F.), MM. Israel, Julien, Labrunie, Lacourt (*étudiant à l'Université de Grenoble*), Lecomte (Tours), Lemaire, Lhermitte, Marchaud, Martin L., Ménard, Meyer (Besançon), Meyssonnier (Issoudun C.), Millet E. (Ste-Marie-aux-Mines C.), Millot, Mirante-Péré (Pau), Monpeurt, Patou, Perfetti (*Janson*), Perrichet, Petitteville (Valognes C.), Picardat R. (Marseille-*St-Charles*), Picardmorot, Pons, Poumier, Poux, Renaud, Richard J., Robert, Sanselme, de Sarrau, Schlesser, Séguin (Périgueux), Simon (Nogent-le-Rotrou C.), Sourisse, Vandel (St-Claude C.), Vieillefond.

(1) Pour les résidences, se reporter au répertoire du *Bulletin* n° 27

1. Rapport du trésorier

En l'absence de M. JULIEN, trésorier, empêché d'assister à la séance, M. DELCOURT, secrétaire, signale la prospérité de l'Association qui a recueilli 92 adhésions nouvelles depuis le début de l'année scolaire, et qui compte actuellement presque *sept cents membres* : exactement 696, dont 628 ont versé leur cotisation 1922-1923.

Aussi a-t-il été possible de développer parallèlement le *Bulletin* : 4 numéros donnant un total de 54 pages avaient été publiés en 1920-1921 ; 5 numéros comptant 132 pages ont paru l'an dernier, et les ressources de cette année scolaire permettront, s'il y a lieu, de dépasser largement ce nombre de pages.

Mais l'administration de l'Association s'est aussi alourdie en proportion, et il faut espérer que de très nombreuses bonnes volontés voudront bien en prendre une petite part pour soulager ainsi ceux qui s'en occupent actuellement et qui bientôt ne pourront plus y suffire.

Puis M. DELCOURT lit le rapport suivant de M. JULIEN :

Le *Bulletin* n° 27 a publié en octobre dernier le compte rendu financier de l'exercice 1921-1922, se soldant par 358 fr. 70 d'excédent de recettes ; il reste à vous soumettre aussi le compte rendu provisoire de l'année scolaire courante, arrêté à ce jour.

Recettes :	Perçu 626 cotisations à 5 fr.	3.130 »
	Perçu un rachat de cotisation (Mlle Poncey)	100 »
	Perçu 4 abonnements à 5 fr.	20 »
	Vente d'anciens *Bulletins* (ports déduits)	3 90
	Publicité (timbres-quittance déduits)	199 50
	Intérêts de Bons de la Défense nationale	87 50
	TOTAL DES RECETTES	3.540 90
Dépenses :	Facture de l'Imprimerie Coueslant, du 30-11-22	687 30
	Facture de l'Imprimerie Coueslant, du 15-12-22	42 55
	Note de M. DELCOURT, secrétaire, du 31-12-22	93 15
	Facture de l'Imprimerie Coueslant, du 18-1-23	547 10
	Note de M. DELCOURT, secrétaire, du 6-4-23	77 80
	Note de M. DUMARQUÉ, secrétaire, du 6-4-23	27 20
	Note de M. JULIEN, trésorier, du 6-4-23	4 50
	TOTAL DES DÉPENSES	1.479 60
	Excédent des recettes sur les dépenses	2.061 30
	Actif au 30 septembre 1922	1.856 70
	Actif au 7 avril 1923	3.918 »

RÉPARTITION DE L'ACTIF

Réservé : 2 rachats de cotisation (convertis partiellement en 10 fr. de rente 5 °/° amort. achetés 176 fr. 05)	200 »
Bons de la Défense nationale	1.500 »
En caisse et au Compte de Chèques postaux	2.218 »
TOTAL	3.918 »

Il nous a paru préférable de ne pas laisser inactif le capital réservé provenant des rachats de cotisations et de l'utiliser en rentes 5 °/₀ amortissables qui feront bénéficier l'Association du remboursement à 150 fr. De même, une partie de notre actif au 30 septembre dernier est converti en Bons de la Défense nationale à échéances convenablement échelonnées nous permettant — éventuellement — de la mobiliser rapidement.

Mais nous continuerons encore à équilibrer facilement les dépenses de cette année scolaire avec ses seules ressources : le dernier *Bulletin* réglé, il restera plus de 1.100 fr., sans compter les 68 cotisations en retard, pour faire face aux deux numéros prévus d'ici la fin de l'année scolaire.

Je ne veux pas terminer ce dernier rapport, puisque je sors cette année du Comité, sans vous remercier de la confiance que vous avez eu en moi depuis dix ans.

M. Bioche constate que les réponses reçues par correspondance ne font aucune observation au sujet du compte rendu financier de la dernière année scolaire ; il met aux voix l'approbation de ce compte rendu (exercice clos 1921-1922) et du compte rendu provisoire de l'année scolaire courante.

L'Assemblée générale, à l'unanimité, approuve les comptes rendus du Trésorier et adresse à M. Julien tous ses remerciements pour avoir bien voulu se dévouer depuis 1913 à notre Association.

2. Unification des définitions de mots et des notations mathématiques

Lecture est donnée du troisième rapport de M. Flavien, dont M. Bioche excuse à nouveau l'absence :

L'Assemblée générale de 1922 a décidé de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. M. Huard, qui avait proposé l'étude de cette question en 1912, a mis très nettement en relief, dans son rapport extrêmement clair et probant à l'Assemblée générale de 1913 (1), l'intérêt qu'il y aurait pour les élèves, au double point de vue de la précision des idées et de la continuité de leurs études sous des maîtres différents à ce que les professeurs, en conservant leur entière liberté dans le choix des méthodes, se mettent d'accord sur un certain nombre de notations et de définitions de mots.

Il s'agit là d'une tâche de longue haleine, dont les résultats, lentement élaborés, pénétreront peu à peu dans nos habitudes et donneront à notre enseignement plus de perfection et d'unité. Notre ambition n'est pas de refondre dans son ensemble une terminologie consacrée par la tradition et profondément implantée dans les esprits. Ce projet, qui naguère avait séduit plusieurs d'entre nous, semble devoir être provisoirement ajourné pour laisser place à des efforts plus modestes, mais non moins désirables. Sans découragement et sans scepticisme, nous devons travailler à la disparition des termes ambigus, à la purification de notre langage, à l'adoption des termes nécessaires. Un de nos collègues fait observer avec finesse qu'à raison de cinq mots par an, nous serons d'accord sur cent mots dans vingt ans ; et

(1) Voir le *Bulletin* n° 10, avril 1913.

ce résultat lui paraît sans doute bien misérable. Quand on songe cependant à la difficulté de déraciner en nous ou dans les autres une seule mauvaise habitude, ou d'en créer une nouvelle, nous devons nous féliciter d'avoir abouti à un réel accord sur plusieurs vocables, et d'être sur le point d'aboutir pour quelques autres.

Vous venez en effet d'être appelés à vous prononcer sur l'emploi d'une douzaine de termes sur lesquels l'entente a paru possible. Les résultats de ce vote vous seront communiqués dans un instant.

Avant de vous énumérer les points qu'il y aurait lieu d'étudier pendant l'année à venir, je tiens à exprimer nos remerciements à ceux de nos collègues qui ont envoyé des communications pendant l'année écoulée : la section de Hanoï, MM. Angelloz-Pessey, Dreyfus et Simon, ainsi qu'à ceux qui ont noté des propositions sur leurs feuilles de réponses, propositions qui seront examinées et signalées dans le *Bulletin* dès que nous aurons eu le temps de terminer le dépouillement.

I. *Il serait bon de parvenir à des conclusions aussi rapides que possibles au sujet de la théorie des vecteurs.* Un premier effort a été fait dans ce sens. Il demande à être complété par l'étude des termes et notations concernant la longueur et la mesure algébrique d'un vecteur, la théorie des moments, etc.

II. *Il conviendrait aussi d'examiner les mots :* angle méplat; plan frontal (pour désigner le plan vertical de projection); rapports trigonométriques *ou* lignes trigonométriques *ou* fonctions trigonométriques; points en conjonction, en quadrature, opposés, etc. (sur le cercle trigonométrique); égaux *et* égalité, équivalents *et* équivalence, identiques *et* identité.

III. *Enfin la terminologie des chapitres* « Polyèdres » *et* « Angles polyèdres », *qui crée souvent une confusion dans l'esprit des élèves, semble devoir être remaniée.*

Les *Bulletins* n° 20, 25 et 26 vous donneront les renseignements et échanges de vues publiés à ces différents sujets.

L'Assemblée générale renouvelle, comme les années précédentes, la résolution suivante :

L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le Bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un Rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y a lieu, un Tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce Tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.

Puis elle prend connaissance des résultats de l'enquête au sujet des 14 termes figurant au Tableau proposé cette année. Après examen et discussion, elle décide de conseiller l'emploi des termes suivants :

4° **Date :** nombre positif, nul ou négatif, fixant un instant I lorsqu'un sens pour le temps et un instant origine ont été choisis. (*Adopté par 71 voix contre 15*).

5° **Segment :** portion de droite. (*Adopté par 96 voix contre 1*).

6° **Direction** : qualité commune à des droites parallèles. (*Adopté par 94 voix contre 2*).

7° **Orientation** : qualité commune à des droites parallèles et de même sens. (*Adopté par 92 voix contre 2*).

8° et 9° **Droite orientée** ou **Axe** : droite sur laquelle un sens positif est distingué, la discussion ayant fait ressortir que les deux termes inscrits au Tableau pouvaient être acceptés dans ce sens comme synonymes (*une seule opposition rejetait les deux mots, alors que 69 voix approuvaient séparément et* droite orientée *et* axe, *que 9 voix approuvaient l'emploi de l'un ou de l'autre de ces deux mots, en les considérant comme synonymes, que 3 voix approuvaient* droite orientée *et rejetaient* axe, *et que 8 voix approuvaient* axe *et rejetaient* droite orientée).

10° **Vecteur** : segment orienté. (*Adopté par 95 voix contre 1*).

11° **Origine, extrémité d'un vecteur** (*Adopté par 95 voix contre 1*).

12° **Support d'un vecteur** : droite indéfinie portant le vecteur. (*Adopté par 94 voix contre 1*).

14° Représenter par la notation $\overrightarrow{AB}$ le vecteur d'origine A et d'extrémité B. (*Adopté par 79 voix contre 8*).

L'adoption du 1^er^ terme : NOMBRE ALGÉBRIQUE, pour désigner un nombre positif, nul ou négatif (*approuvé par 91 voix contre 3*), rencontre une vive opposition de la part de M. GRÉVY : « Les nombres algébriques, dit-il, désignent déjà les racines d'une équation algébrique à coefficients entiers ; on ne peut appeler ainsi un nombre positif, nul ou négatif, et d'ailleurs l'introduction d'un terme spécial pour qualifier ces derniers n'est pas nécessaire. » Une discussion s'engage, après rappel de l'exposé donné dans son rapport de l'an dernier par M. FLAVIEN au sujet de l'ambiguïté de l'expression « nombres algébriques » (1). MM. BIOCHE, CHENEVIER,

(1) *Comment trancher l'ambiguïté qui règne sur l'expression* « nombres algébriques ».
Le qualificatif « *algébrique* » est en effet employé avec deux significations bien différentes et qui s'excluent nettement. Appliqué au substantif « *nombre* » il exprime d'une part que ce *nombre algébrique* (nombre réel ou imaginaire) est racine d'une équation algébrique à coefficients rationnels et sert à désigner une certaine classe de nombres (qu'on oppose aux nombres transcendants). D'autre part, il constitue une abréviation d'usage courant de la locution « *positifs et négatifs* » ou mieux « *positifs, nul et négatifs* », et se rapporte alors à une tout autre classe de nombres, les deux classes ayant des parties communes et des parties distinctes.

Il suffit d'ouvrir quelques livres de classe au hasard pour rencontrer constamment avec ce dernier sens l'adjectif *algébrique* adjoint aux substantifs *fraction, somme, mesure*; et si certains disent « *valeur algébrique* » ou « *quantité algébrique* » en parlant d'un *nombre positif, nul ou négatif*, quelques-uns déclarent que ces nombres sont appelés parfois *nombres algébriques*, tandis que d'autres n'hésitent pas à employer franchement cette appellation.

Il est en effet bien utile de posséder un qualificatif, qui devrait être unique, pour condenser sans ambiguïté la locution « *positif et négatif* ». Faut-il pour cela généraliser l'emploi du terme « *relatif* » déjà utilisé avec ce sens dans l'expression « *nombres relatifs* », ce qui conduirait logiquement à parler des *fractions relatives*, de la *mesure relative d'un vecteur*, locutions peu heureuses. Convient-il au contraire d'adopter le terme « *qualifié* » indiqué par MM. NIEWENGLOWSKY, TANNERY, par l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* (Tome I, vol. 1, page 36), et qui s'oppose parfaitement au qualificatif « *absolu* » (ce dernier désignant les nombres appelés parfois

COMMISSAIRE, HENNEQUIN, DELCOURT, LESGOURGUES et la plupart des membres présents ne voient pas d'inconvénient à consacrer l'emploi de cette expression couramment utilisée pour désigner les nombres positifs, nul et négatifs, aucune confusion ne pouvant se produire dans le cadre de l'Enseignement secondaire, ni même plus tard pour les élèves qui continueront leurs études mathématiques... M. DECERF propose d'appeler « polynômaux » les nombres qui sont les zéros des polynômes à coefficients entiers... M. ROBY suggère au contraire l'adjectif « signifié » pour un nombre affecté d'un signe... Finalement, l'Assemblée générale reporte à sa réunion de Pâques 1924 la décision à prendre relativement à l'expression « nombres algébriques ».

Les 2e et 3e termes : MÉDIATRICE : perpendiculaire au milieu d'un segment (*approuvé par 66 voix contre 18*) et MÉDIATRICE D'UN TRIANGLE : perpendiculaire au milieu d'un côté d'un triangle (*approuvé par 70 voix contre 9*) font l'objet de diverses observations : plusieurs membres préfèrent le mot « axe » ; d'autres craignent une confusion avec « médiane » ; M. DORÉ suggère le mot « médiaire » qui est plus court et qui rappelle mieux à la fois milieu et perpendiculaire... L'Assemblée décide d'en réserver l'inscription au Tableau des termes dont l'emploi est conseillé et d'en continuer l'étude.

Enfin, le 13e terme : LONGUEUR D'UN VECTEUR : nombre absolu mesurant le vecteur (*approuvé par 87 voix contre 3*) est aussi maintenu à l'étude après une discussion sur « la longueur d'un segment » et « la mesure de la longueur d'un segment », qui souligne l'existence de différents points de vue au sujet de ces notions.

3. Les Mathématiques au Baccalauréat

L'Assemblée générale, enregistrant les votes par correspondance — tous affirmatifs — adopte à l'unanimité le vœu proposé à l'ordre du jour :

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public, considérant que les textes des sujets proposés aux diverses épreuves du Baccalauréat ont été parfois très imparfaitement imprimés ou polycopiés, que certains d'entre eux ont présenté des fautes ou des négligences de forme susceptibles d'induire les candidats en erreur, émet le vœu que le plus grand soin soit apporté à l'exécution matérielle de ces textes.

Puis M. WEILL donne lecture du rapport suivant :

Le *Bulletin* n° 29 (février 1923) signalait diverses négligences matérielles dans les textes remis aux candidats au Baccalauréat. De nombreuses ques-

arithmétiques). Ou bien pour éviter de remanier les nombreuses locutions déjà formées avec « *algébrique* » comme abréviatif de « *positifs et négatifs* », ne serait-il pas plus simple de l'adjoindre désormais avec ce sens au substantif « *nombre* » et d'employer un autre qualificatif en parlant des racines des équations algébriques à coefficients rationnels, de dire par exemple *nombre du corps algébrique*, ou *nombres intranscendents ? (Bulletin* n° 25, pages 88 et 89).

tions ont été soulevées dans les communications que nous avons reçues. Nous examinerons principalement aujourd'hui les sujets de composition eux-mêmes, en nous bornant à quelques exemples empruntés à la session de juillet 1922.

En ce qui concerne les questions de cours, on s'est assez souvent préoccupé de délimiter nettement les sujets et de donner des questions qui ne soient point de purs exercices de mémoire ; mais dans certaines Facultés, on a continué les errements déjà signalés bien des fois. On trouve encore des sujets dont le texte est copié à la lettre dans le programme du Baccalauréat. C'est ainsi qu'à Dijon l'un des trois sujets proposés à la 1re Partie C et D était ainsi rédigé : *Variation de la fonction* $ax + b + \frac{c}{x}$ *où les coefficients sont numériques*. Ce dernier membre de phrase, indication pédagogique pour les maîtres chargés d'enseigner la matière du programme, devient pour les candidats une énigme d'autant plus difficile à résoudre que ces candidats sont plus réfléchis.

Notre collègue M. Nicolas signale qu'en diverses circonstances on a posé à l'écrit de la 1re Partie du Baccalauréat des questions qui ne figurent pas au programme : *Etablir la formule qui donne la dérivée du quotient de deux fonctions d'une même variable* (Grenoble) ; *Résolution d'un triangle connaissant deux côtés et l'angle compris entre eux* (Strasbourg).

La rédaction de certains sujets est tout à fait imprécise. A Caen, le premier sujet proposé à la 1re Partie est ainsi rédigé : *Théorie des projections*. Il faut lire les deux autres sujets qui sont donnés de façon très précise pour voir qu'il s'agit très probablement d'une question de trigonométrie. A Poitiers, on a posé à la 2e Partie les deux questions suivantes : *Inversion : propriétés de deux figures inverses*, et *Propriétés de la tangente à l'ellipse*. Fallait-il donner un très petit nombre de propriétés dont le choix doit sembler arbitraire à des jeunes gens qui ne dominent pas encore ces questions ? Fallait-il au contraire développer un long chapitre du cours de géométrie ? Aucune indication ne permet de le dire.

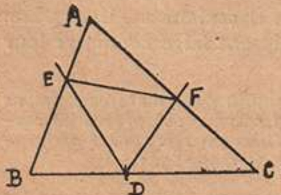
On peut faire quelques remarques utiles au sujet des problèmes. Un seul d'entre eux se rapporte nettement à des questions étrangères au programme. Il s'agit d'un problème de topographie donné à Clermont, à la 2e Partie du Baccalauréat. Après une première partie, qui demandait d'établir une formule mathématique qui est la suivante :

$$x^2 = \frac{a^2 \sin^2 A + b^2 \sin^2 B - 2ab \sin A \sin B \cos(A + B)}{\sin^2(A + B)},$$

viennent une seconde et une troisième partie, ainsi rédigées : 2° *On choisit A et B de manière que la somme* $A + B$ *soit très voisine d'un angle droit, et l'on pose* $A + B = \frac{\pi}{2} + y$, y *étant évalué en radians. Montrer que, si l'on pose* $\frac{b \sin B}{a \sin A} = \operatorname{tg} \varphi$, *on peut prendre la formule approchée* $x = \frac{a \sin A}{\cos \varphi} + ky$, k *désignant un certain coefficient que l'on calculera.* — 3° *Calculer* x *à un décimètre près avec les données numériques suivantes :* $a = 250\,m.$; $b = 386\,m.4$; $A = 61\,g.8$; $B = 37\,g.4$. Ce calcul suppose en somme que l'on a des notions sur les coefficients des premiers termes des développements en séries entières des fonctions trigonométriques et sur les valeurs des restes de ces séries. Il est facile d'obtenir ces notions par des procédés élémentaires et l'on trouve les indications nécessaires dans de nombreux ouvrages de trigonométrie (1). Mais il semble bien que ces questions ne doivent pas être traitées dans les classes de Mathématiques A-B, car non seulement nos programmes restent muets à leur sujet, mais encore ils recommandent expressément de ne pas traiter de la construction des tables. Or c'est à propos des formules de Simpson et de la construction des tables que, par une tradition justifiée, on étudiait les propositions dont il s'agit. En outre, pour la classe de Mathématiques A-B, les questions d'approximation figurent seulement au programme d'arithmétique et dans un certain nombre de cas spécifiés. Dans le problème posé à Clermont, il faut d'abord remplacer une formule exacte par une formule approchée, puis faire la somme d'une expression calculée par logarithmes et d'un produit calculé directement. Il est à craindre que des élèves scrupuleux n'aient trouvé là un certain nombre de problèmes d'approximation délicats et qu'ils n'aient vu des difficultés inexistantes, il est vrai, mais au sujet desquelles ils ne sont pas encore avertis et dont ceux d'entre eux qui deviendront des techniciens ne se préoccuperont plus. Le problème de Clermont, fort intéressant en lui-même, semble donc contraire à la fois à la lettre et à l'esprit du programme.

Plusieurs collègues nous ont signalé des énoncés dont la rédaction est défectueuse, les candidats qui savent lire un énoncé y cherchent des indications dans l'ordre même choisi pour énumérer les données, dans l'ordre où les questions sont posées. Si l'énoncé est désordonné, les candidats peuvent être engagés dans des fausses directions sans qu'il y ait de leur faute. C'est ainsi que dans le problème donné à Aix-Marseille à la 2e Partie du Baccalauréat, il était question d'abord d'un « axe dirigé », puis d'un angle qui sans doute devait être orienté, mais l'énoncé n'en disait rien. On parlait de deux points D et E qui, suivant les cas de figure, pouvaient exister ou ne pas exister, puis ensuite de deux points M et M' qui eux existaient dans tous les cas de figure, et lorsqu'on arrivait à poser la première question elle était relative à ces deux derniers points, de telle sorte que si l'on suivait les indications de l'énoncé on commençait par faire une discussion qui n'avait point d'utilité pour la suite du problème. Enfin cet énoncé contenait la faute d'impression signalée au *Bulletin* n° 29. Un tel problème ne pouvait donner aux examinateurs de sérieux éléments d'appréciation.

Parfois l'énoncé est donné de telle façon que de bons élèves y trouvent une difficulté qui les arrête dès le début alors que des candidats moins intelligents se contentent d'étudier des cas particuliers et obtiennent de meilleures notes. On nous signale un exemple de ce fait dans le problème donné à Strasbourg à la 2e Partie du Baccalauréat : *On donne un triangle* ABC *et un point* D *sur le côté* BC *(entre* B *et* C*). Par ce point* D, *on mène deux droites :* DE *et* DF, *également inclinées, mais en sens contraires, sur* BC. *La première coupe le côté* AB *(ou son prolongement) en* E, *la deuxième coupe le côté* AC *(ou son prolongement) en* F. *Etudier la variation de l'aire du triangle* DEF. *On considérera comme données les longueurs* $BD = b$ *et* $CD = c$, *et les angles* B *et* C *du triangle, tous deux aigus.* Les élèves médiocres ont traité le seul cas indiqué par la figure donnée avec le texte ; les bons élèves ont lu attentivement l'énoncé, ils ont vu à juste raison qu'il comportait plusieurs cas de figure et beaucoup d'entre eux se sont très mal tirés de la question. Une très légère modification dans



(1) Voir par exemple *Les Leçons de Trigonométrie rectiligne*, de C. Bourlet.

la rédaction aurait amené un classement plus équitable. Il aurait suffi de demander de traiter d'abord le cas particulier de la figure donnée, puis de traiter ensuite le cas général.

Peut-être serait-il possible de remédier à ces défauts en procédant régulièrement à une étude critique des sujets donnés au Baccalauréat et — s'il y a lieu — en transmettant aux autorités compétentes les observations que cette étude aura suggérées (1). C'est ce qu'envisageait déjà notre président, M. Bioche, lorsqu'il écrivait dans un rapport sur ce sujet présenté à l'Assemblée générale du 28 mars 1913 : « S'il m'est permis de donner ici un avis personnel je dirai que je ne crois pas possible d'assurer par des règlements un bon choix de questions d'examens. Mais je crois qu'il serait bon que dans chaque Académie quelques professeurs, soit directement, soit par l'intermédiaire de leurs représentants aux Conseils académiques, fassent connaître aux doyens des Facultés leurs observations motivées sur les questions proposées. On peut ainsi faire sans bruit de la très bonne besogne. D'ailleurs il importe que les professeurs des Lycées et Collèges montrent aux membres de l'Enseignement supérieur ou de l'Administration qu'ils peuvent être des collaborateurs utiles, même en dehors de leurs classes » (2).

Nos correspondants ont soulevé bien des questions à propos du Baccalauréat. Au sujet de certaines d'entre elles il semble difficile d'établir dès maintenant un texte qui traduise exactement l'opinion de notre Association et l'enquête doit continuer. Il en est ainsi notamment des questions suivantes :

Les applications numériques et la question de cours à l'écrit du Baccalauréat (MM. Decerf, J. Richard).

De la valeur relative de la question de cours et du problème à l'écrit du Baccalauréat (M. de Sarrau).

La tenue des élèves au tableau et la nécessité d'organiser aussi des interrogations dans les classes de Mathématiques A-B (M. Ozil).

D'autres questions n'intéressent pas seulement les mathématiciens et devraient faire l'objet des discussions de la Fédération sur la proposition des diverses Associations de spécialistes. Il en est ainsi des questions suivantes :

Police de l'examen écrit (3) et plus généralement *Etude des moyens propres à perfectionner la réglementation du baccalauréat* (MM. Ozil et de Sarrau).

Nécessité de créer des notes éliminatoires qui ne soient point zéro.

Il résulte des diverses communications reçues que le Baccalauréat n'a point la valeur qu'il devrait avoir. Si l'on constate rarement l'échec de bons candidats (le classement sommaire constitué par l'attribution des mentions n'étant point toujours confirmé par leurs études ultérieures), les succès immérités sont beaucoup trop nombreux.

Enfin n'oublions pas que le Conseil supérieur de l'Instruction publique doit étudier prochainement un projet de réforme du Baccalauréat. Il sera bon qu'à ce moment les Associations de spécialistes puissent faire connaître leur

(1) Il y aurait lieu de faire des remarques de même nature pour d'autres examens que le Baccalauréat. Voir à ce sujet l'article de M. J. Leclercq : *A propos du concours d'admission dans les Ecoles nationales d'Arts et Métiers de 1921*, (*L'Enseignement rationnel des sciences mathématiques et physiques*, n° 7, mars 1923).

(2) Voir le *Bulletin* n° 10, avril 1913, page 47.

(3) Voir la Circulaire Ministérielle du 16 mars 1923 sur les mesures à prendre pour assurer la surveillance des examens (*Bulletin administratif*, n° 2.510, 15 avril 1923, pages 426 et 427).

avis. On a pu juger récemment à l'occasion des projets concernant les programmes de l'Enseignement secondaire, combien leur collaboration peut être utile. Elles ont à montrer maintenant que l'un des moyens les plus propres à renforcer les études secondaires est de faire du Baccalauréat qui les termine, non pas un examen très difficile, mais un examen sérieux et équitable; elles ont à indiquer comme notre Assemblée générale essaie de le faire aujourd'hui, des moyens pratiques d'atteindre ce but. C'est une besogne qui ressemble beaucoup à notre modeste besogne de chaque jour, mais sans laquelle les plus vastes réformes risquent fort de rester inefficaces.

Adoptant les conclusions de ce Rapport, et après avoir approuvé unanimement les félicitations adressées par le Président à M. Weill,

L'Assemblée donne mandat au Bureau de faire procéder chaque année à une étude critique des sujets des compositions de mathématiques donnés au Baccalauréat et de transmettre aux autorités compétentes — s'il y a lieu — les remarques que cette étude aura suggérées.

4. Rappels de vœux

Avant de passer à la 4e question inscrite à l'ordre du jour, M. Bioche, président, signale les quelques observations reçues au sujet des rappels de vœux, en particulier une communication de nos collègues du Lycée de Besançon qui craignent que le libellé du vœu relatif à la liberté des professeurs, en matière pédagogique, « laisse croire que nous n'avons pas notre entière liberté, alors que nos Inspecteurs généraux nous reconnaissent parfaitement cette liberté » et qui proposent la rédaction « ...que l'initiative des circulaires relatives aux méthodes pédagogiques soit laissée aux Inspecteurs généraux ». M. Bioche expose les démarches du Comité et du Bureau relatives à l'objet de ce vœu, qui, sur la proposition de M. Weber, sont unanimement approuvées, et après une courte discussion, l'Assemblée générale renouvelle les vœux suivants :

L'Association des Professeurs de Mathématiques émet les vœux :

1° *Que l'admissibilité aux examens oraux du baccalauréat ne reste acquise que de la session de juillet à la session d'octobre suivante (et éventuellement aux sessions extraordinaires qui pourraient avoir lieu en cours d'année*). (Adopté par 90 voix contre 2).

2° *Que les jeunes filles puissent être admises dans les classes de Mathématiques spéciales des lycées de garçons, ainsi qu'elles viennent d'être autorisées à suivre les classes de Mathématiques et de Philosophie des établissements secondaires de garçons.* (Adopté par 75 voix contre 11).

3° *Que les professeurs aient leur entière liberté en matière pédagogique, sous le contrôle des Inspecteurs généraux.* (Adopté par 90 voix sans opposition).

5. Horaires et programmes de mathématiques dans l'Enseignement secondaire

M. Bioche, rapporteur de cette question, se borne à compléter l'exposé qu'il fit à la réunion du Comité du 25 janvier 1923 et les indications données par M. Grévy dans son compte rendu de la dernière session du Conseil supérieur, les membres de l'Association en ayant eu connaissance par le dernier *Bulletin*.

Une réunion des membres du Bureau et de quelques professeurs de mathématiques fut organisée le jeudi 1er mars 1923, à la demande de la Sous-Commission du Conseil supérieur, qui désirait recueillir leur avis sur sa mise au point des programmes de mathématiques *réalisée dans les limites imposées au Conseil supérieur* ; un accord complet fut constaté sur cette mise au point qui sauvegarde l'enseignement mathématique donné actuellement en Seconde C-D, en Première C-D et en Mathématiques A-B.

M. Grévy, en réponse à plusieurs questions, donne quelques explications sur cette mise au point des programmes de mathématiques, ainsi que sur les horaires qui figurent au projet du Conseil supérieur.

Puis une discussion générale souligne les inquiétudes inspirées par l'unification des études scientifiques jusqu'à la classe de Première inclue ; de très sérieuses réserves sont faites sur la possibilité de donner le même enseignement mathématique à tous les élèves ; il est à craindre que le nivellement se fasse par le bas, surtout avec les réductions d'horaires envisagées... Finalement, MM. Decerf et Weber présentent la motion suivante qui est adoptée à l'unanimité :

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public, rappelant ses vœux antérieurs, estime très dangereuse l'identification complète des programmes de mathématiques jusqu'en Première inclusivement, craint que cette identification aboutisse à une médiocrité générale, et déclare qu'une discrimination à cet égard s'impose, au moins pour les deux années terminales.

6. Election de cinq membres du Comité

Au moment de commencer le dépouillement du scrutin, comme M. Bioche rappelait qu'il figure parmi les membres sortants : Mme Vimeux et MM. Bioche, Combet, Julien et Meunier, non immédiatement rééligibles, M. Grévy, approuvé chaleureusement par l'Assemblée générale, prend la parole en ces termes :

« Avant de nous séparer, je crois devoir me faire l'interprète de tous en adressant à notre Président, que nos statuts ne nous permettent pas de garder à notre tête, tous nos remerciements pour la façon dont il a dirigé nos débats, pour le zèle infatigable qu'il a apporté à la défense de nos droits, pour l'activité qu'il a déployée dans toutes les questions qui touchent à l'enseignement et à la réforme des programmes.

« Qu'il me soit permis d'associer à son nom ceux des membres du Bureau, ses collaborateurs, et en particulier celui de notre aimable et dévoué secrétaire DELCOURT, grâce auquel notre Association connaît une prospérité que n'avaient osé rêver ses fondateurs. »

M. BIOCHE proclame les résultats du dépouillement du scrutin :

Nombre de votants : 111.

Suffrages exprimés : 544 (6 bulletins incomplets).

Sont élus membres du Comité pour 4 ans : Mlle COTTON (78 voix), MM. WEILL (73 voix), GROS (70 voix), CHENEVIER (66 voix) et WEBER (55 voix).

Viennent ensuite : MM. COMMANAY (50 voix), DECERF (45 voix), PERFETTI (28 voix), DEDRON (27 voix), PARMANTIER (23 voix), GUSSE (14 voix), GUADET (12 voix) et MM. DUMARQUÉ, PICARDAT et TURMEL, chacun 1 voix.

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 11 heures.

IV. Réunion du Comité

19 avril 1923

Présents : MM. CHENEVIER, DELCOURT, Mlle DETCHEBARNE, MM. DUMARQUÉ, FLAVIEN, GRÉVY, GROS, LEMAIRE, LESGOURGUES, Mlle PICOT, MM. POUTHIER, ROBY, VIEILLEFOND, WEBER, WEILL, ainsi que MM. BIOCHE et JULIEN, membres du Bureau sortant.

Excusés : M. COMMISSAIRE, Mlle COTTON, M. ESCANDE.

La séance est ouverte à 15 heures, sous la présidence de M. BIOCHE, qui est désolé d'avoir à annoncer le décès d'un membre du Comité : Mlle CARTAN, professeur au Lycée d'application de Sèvres.

M. BIOCHE souhaite la bienvenue aux nouveaux membres du Comité.

Il adresse un souvenir ému à la mémoire de M. FONTENÉ, Inspecteur général honoraire, décédé le 7 avril. Tous ceux qui ont approché M. FONTENÉ ont apprécié ses qualités d'intelligence et de cœur ; dans l'exercice de ses hautes fonctions, M. FONTENÉ était resté un collègue bienveillant et de bon conseil ; notre Association perd en lui un membre aussi éminent que dévoué et modeste... Tous les membres présents s'associent à ces paroles et prient M. BIOCHE d'envoyer à Mme FONTENÉ le témoignage de l'estime et de l'affection du Comité.

Le Comité procède ensuite à l'élection de son Bureau. Sont élus : *Président* : M. COMMISSAIRE ; *Vice-Présidents* : Mlle DETCHEBARNE et M. LEMAIRE ; *Secrétaires* : MM. DELCOURT et DUMARQUÉ ; *Trésorier* : M. WEILL.

M. Delcourt, secrétaire, donne lecture du procès-verbal de la dernière réunion du Comité (25 janvier 1923) et du compte rendu de l'Assemblée générale du 7 avril 1923 qui sont adoptés sans observation.

Puis il signale (*Le Temps*, du 14 avril 1923) une lettre d'Associations de parents d'élèves au Ministre de la Guerre, demandant le rétablissement des errements anciens en ce qui concerne les examens oraux du concours d'admission à l'Ecole Polytechnique : rétablissement des Centres régionaux, ou tout au moins convocation à Paris par groupes régionaux et non par ordre alphabétique. Le Comité décide de profiter de l'occasion pour reprendre les démarches déjà faites à ce sujet.

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 16 h. 30.

DEUXIÈME PARTIE

Adresser au Secrétaire, M. Delcourt, 17, rue Louis-Braille, Paris 12e, toute communication relative à la rédaction de la deuxième partie du *Bulletin*.

Sur un Problème du Concours général

Je me propose — sans prétendre épuiser la question — d'indiquer quelques exercices que suggère le problème du Concours général 1922 pour la classe de Mathématiques.

Etant donnés un cercle C et son axe (C'), si on les soumet à une inversion arbitraire, on obtient deux cercles (C_1) et (C'_1) formant ce que M. Guichard appelle dans ses *Compléments de géométrie* un anneau orthogonal.

I. — Appelons A, B, I, J, les points où la ligne des centres rencontre (C_1) et (C'_1), O le centre de (C'_1). On peut, en premier lieu, donner le problème suivant :

1° *Si* S *est un point de* (C'_1), *le cône de sommet* S *et de base* (C_1) *admet pour seconde direction de plan circulaire le plan passant par* SO *et perpendiculaire au plan de* (C'_1).

2° *Si* S *et* S' *sont deux points diamétralement opposés de* (C'_1), *les cônes de sommet* S *et* S' *et de base commune* (C_1) *ont en commun un second cercle. Le plan de ce second cercle passe par une droite fixe, si* S *et* S' *se déplacent sur* (C'_1) *en restant diamétralement opposés.*

3° *Si l'on a un faisceau plan de cercles auquel appartient* (C_1) *et admettant* I *et* J *pour points de* Poncelet, *le cercle* (C'_1) *est, soit le lieu* *des points* S *tels que les cônes de sommet* S *et de bases respectives les cercles du faisceau soient homologiques, soit le lieu des centres d'inversion transformant les cercles du faisceau en cercles d'une même sphère et dont les plans soient parallèles.*

II. — Le cercle (C) et son axe (C') font songer aux parallèles et à l'axe d'une surface de révolution, par exemple à un cône et à sa surface inverse (D). Sans insister sur les propriétés de la surface (D) déduites en transformant les parallèles, les génératrices, les plans tangents et les sphères inscrites au cône, je veux simplement mettre en évidence un mode de génération très simple de cette surface (D), qui est, comme on le sait, une cyclide de Dupin à points coniques.

Soit U un centre d'inversion, V l'inverse du sommet du cône. L'axe (C') du cône et un parallèle variable (C) se transforment en un anneau orthogonal (C'_1), (C_1). Les deux génératrices fixes du cône situées dans le méridien de U se transforment en deux cercles (E), (E'), situés dans le plan de (C'_1) et circonscrits aux triangles UVA, UVB. On voit facilement que le cercle (C'_1) est cercle d'inversion pour (E), (E'), le module d'inversion étant $\overline{OI}^2$. A et B sont des points antihomologues pour (E), (E'). Au fond, ceci tient au fait que (C') est axe de symétrie des deux génératrices situées dans le méridien de U. D'ailleurs, si A' et B' sont les deux autres points où (E), (E') rencontrent AB, le cercle de diamètre A'B' et formant un anneau orthogonal avec (C'_1) est le transformé du second parallèle du cône suivant lequel la sphère passant par U et (C) coupe le cône. A' et B' sont également des points antihomologues pour (E), (E'). On a par suite le mode de génération :

Etant donnés dans un plan horizontal deux cercles sécants (E), (E'), *on mène par un de leurs centres d'inversion* O *une droite variable qui rencontre les deux cercles en deux couples de points antihomologues* A, B *et* A', B' ; *l'ensemble des cercles de diamètres* AB, A'B', *et situés dans le plan vertical de trace* AB *forme, quand on prend tous les couples de points antihomologues, la surface* (D).

De ce mode de génération, s'appliquant à des cercles (E), (E'), sécants ou non, et pris pour définition de la cyclide de Dupin, M. Guichard a déduit élémentairement les principales propriétés de la dite surface dans une étude parue dans le *Journal de Mathématiques Elémentaires* (15 décembre 1910).

On montrerait aussi, en calquant le raisonnement précédent, que la surface inverse d'un tore admet le même mode de génération.

III. — Il était également question, dans le problème du Concours général, de quadrilatères gauches (Q) pour lesquels le produit de deux côtés opposés égale le produit des deux autres côtés. Un tel quadrilatère (Q) est encore caractérisé comme il suit : chaque diagonale rencontre la conjuguée de l'autre par rapport à la sphère circonscrite à (Q). Par une généralisation naturelle, on est conduit à se demander s'il existe des tétraèdres — que nous appellerons abréviativement dans la suite : tétraèdres (T) — tels que le produit de deux arêtes opposées soit constant. D'abord, si on a un tétraèdre (T), le tétraèdre dont les sommets sont respectivement les inverses des sommets de (T) est également un tétraèdre (T), ainsi que le montre le théorème qui sert à transformer les relations métriques. Or, tout tétraèdre régulier, toute pyramide triangulaire régulière sont des tétraèdres (T). Plus simplement, si on prend un triangle équilatéral ABC et un centre d'inversion arbitraire D, le tétraèdre DA'B'C' — A', B', C' étant respectivement les inverses de A, B, C, — est un tétraèdre (T).

Relativement à un tétraèdre (T), indiquons les résultats suivants :

1° *Dans un tétraèdre* (T), *chaque arête rencontre la conjuguée de l'arête opposée par rapport à la sphère circonscrite à* (T).

2° *Etant donné un triangle* ABC, *le lieu des points* D *tels que le tétraèdre* ABCD *soit un tétraèdre* (T), *est un cercle formant un anneau orthogonal avec le cercle circonscrit au triangle* ABC.

3° *Etant donné un tétraèdre* (T) *de sommets* A, B, C, D, *les bissectrices des angles en* C *et* D *des triangles* ABC *et* ABD *rencontrent* AB *aux deux mêmes points* I *et* J. *Les six sphères analogues à la sphère de diamètre* IJ *ont deux points communs. Si l'on prend l'un de ces points pour centre d'inversion, le tétraèdre* A'B'C'D' *dont les sommets sont les inverses des points* A, B, C, D, *est un tétraèdre régulier.*

4° *Toute section antiparallèle d'un tétraèdre* (T) *est un triangle équilatéral.*

5° *Les droites qui joignent les sommets d'un tétraèdre* (T) *aux centres des cercles inscrits dans les faces opposées sont concourantes. Les quatre droites obtenues en joignant dans chaque face les pieds des bissectrices extérieures sont dans un même plan.*

6° *Si* (T') *est le tétraèdre polaire réciproque de* (T) *par rapport à la sphère circonscrite à* (T), (T') *et* (T) *sont homologiques et* (T') *est également un tétraèdre* (T).

J. Coissard,
Professeur au Lycée Pasteur.

Au sujet de la relation de Stewart

Soient A, B et C trois points situés sur un axe $x'x$ et M un point quelconque de l'espace ; on sait que pour établir la relation de Stewart, le théorème de Pythagore et la relation de Chasles permettent de se borner au cas où le point M est sur l'axe $x'x$.

Ceci admis, partons de l'identité :

$$(b-c)(x-a)+(c-a)(x-b)+(a-c)(x-c)=0$$

où a, b, c et x sont respectivement les abscisses des points A, B, C et M.

En remontant à la *fonction primitive* du premier membre, on obtient :

$$(b-c)(x-a)^2 + (c-a)(x-b)^2 + (a-c)(x-c)^2 = K$$

et en faisant $x = a$, on trouve sans difficulté :

$$K = (b-c)(c-a)(a-b),$$

d'où la relation de STEWART.

On peut d'ailleurs, par intégrations sucessives, continuer dans le même ordre d'idée.

D'autre part, de l'identité évidente

$$(a-b)(2x-a-b) + (b-c)(2x-b-c) + (c-a)(2x-c-a) = 0,$$

vraie quel que soit le nombre des quantités fixes a, b, c..., on déduit :

$$(a-b)(x-a)(x-b) + (b-c)(x-b)(x-c) + (c-a)(x-c)(x-a) = \text{Cte},$$

identité qu'il est facile d'interpréter.

H. GIRARD,
Professeur au Lycée de Moulins.

Les Mathématiques au Baccalauréat

4. Le jugement de l'épreuve écrite au Baccalauréat

Chacun de nous sait la grande différence qui sépare au Baccalauréat le niveau moyen de la question de cours et celui du problème. Il est fréquent de rencontrer des copies présentant une question de cours presque parfaite et un problème à peine ébauché, renfermant des erreurs grossières ou même complètement nul. C'est même dans le but de remédier à cet état de choses dont la raison est bien connue que la suppression de la question de cours a été envisagée. Sans vouloir renouveler ce débat, je soulèverai une question accessoire mais qui a son importance, c'est la note relative qu'il convient d'attribuer aux deux parties de l'épreuve écrite de mathématiques.

Observons d'abord que le correcteur n'est tenu de donner qu'une note d'ensemble qui n'est pas nécessairement la somme de deux notes séparées attribuées l'une au cours, l'autre au problème. La note chiffrée traduit seulement une opinion sur la valeur du candidat. Or, aussi mauvais que soit le problème, si le cours est bien traité, il faut tout de même en tenir compte. Dans quelle mesure ? C'est sur ce point que je crois utile de présenter quelques remarques :

Un procédé simple et en sommé assez équitable consiste à partager d'avance la note entre les deux parties, et, en fait, c'est presque toujours ainsi que l'on procède, au moins en principe. Mais tandis que certains correcteurs partagent à égalité, et attribuent 10 points sur 20 à la question de cours, d'autres ne lui donnent que 8 points, 6 points, ou même

5 points. Toutes ces façons de faire peuvent se soutenir, mais ce qui est regrettable, c'est que dans le même centre, pour le même examen, il n'y ait pas toujours unité de correction. Il arrive que les élèves d'un même établissement, souvent d'un même professeur, répartis dans diverses séries au hasard de l'ordre alphabétique, sont l'objet de différences d'appréciation systématiques provenant de ce que les correcteurs n'ont pas la même échelle de notation. Ce qui est plus fâcheux encore, c'est que les candidats sont très au courant de ces divergences ; cela tend à les confirmer dans cette opinion — à laquelle la paresse trouve trop son compte — que la chance joue un rôle prépondérant dans l'examen. Or, nous n'avons pas intérêt à discréditer l'examen auquel nous préparons et le diplôme qui sanctionne les études secondaires. Il serait donc souhaitable que, dans un même centre, une entente préalable s'établisse sur une base à déterminer pour la correction des épreuves de la même série.

L'abaissement du nombre des points attribués au cours a pour but de diminuer la part de la mémoire au profit de l'intelligence, de restreindre le bachotage et la fraude. Mais, en allant trop loin dans cette voie, ne risque-t-on pas de commettre une sorte d'injustice à l'égard du bon élève qui, accidentellement, manque le problème ou simplement à l'égard de l'élève laborieux mais peu doué ?

Il faut observer, en effet, que les élèves de la section D y sont engagés depuis la Sixième. A cette époque, on a pu se méprendre sur leurs aptitudes pour les études scientifiques. De même, au sortir de Troisième A, certains élèves passés en Seconde C ont pu se faire illusion sur leurs capacités. La preuve certaine en est dans ce fait que la moitié au moins des élèves des sections C et D vont en Philosophie. Or, ces élèves mal engagés dans une voie qui n'est pas faite pour eux peuvent être travailleurs et laborieux, mais manquer d'intuition et de sens mathématique. A ceux-là, la question de cours fournit le moyen de se tirer d'affaire honorablement, en obtenant, sinon la moyenne, du moins une note qui ne soit pas, en fait, éliminatoire. Et il n'est pas à craindre que les candidats reçus dans ces conditions viennent encombrer la classe de Mathématiques ; ils savent très bien que leur place n'est pas là.

Pour la 2e Partie, au contraire, les candidats ont pu choisir en connaissance de cause la voie qui leur convenait le mieux. Ceux qui se sont déterminés pour les études scientifiques l'ont fait à bon escient et il est logique de se montrer pour eux plus exigeant en n'attribuant que le tiers ou le quart de la note à la question de cours.

Je ne préciserai pas davantage ; j'ai voulu simplement poser la question. Il serait souhaitable que, à défaut d'une réglementation précise, un usage général puisse s'établir qui, sans lier formellement la liberté du correcteur, fixerait en principe les coefficients à attribuer aux deux parties de l'épreuve écrite.

J. DE SARRAU,
Professeur au lycée d'Alger.

Enoncés de Problèmes de Mathématiques

1. Ecole Normale Supérieure de St-Cloud et Professorat des Ecoles Normales (aspirants) 1re Partie Concours de 1922

Algèbre. — D'un même point O partent quatre segments de droites OA, OB, OC, OD, situés dans un même plan, formant trois angles adjacents AOB, BOC, COD, tous égaux à 60°, de sorte que OA et OD sont dans le prolongement l'un de l'autre. Les aires des triangles AOB, BOC, COD se succèdent en progression géométrique.

On demande de calculer la raison q de cette progression géométrique et les longueurs $x = OA$, $y = OB$, $z = OC$, $t = OD$, connaissant : 1° la somme a de ces quatre longueurs ; 2° la somme $\frac{1}{b}$ de leurs inverses ; 3° la somme k^2 des aires des trois triangles.

Combien le problème peut-il admettre de solutions formant des figures géométriques distinctes ?

Les grandeurs a et b étant données, entre quelles limites doit varier l'aire totale k^2 pour qu'il y ait des solutions ? Le problème est-il toujours possible ?

a et b restant données, pour quelles valeurs de k^2 deux des quatre longueurs OA, OB, OC, OD sont-elles égales ? Trois de ces quatre longueurs peuvent-elles être égales ?

Géométrie. — Sur une droite indéfinie XX' on prend un point fixe O, et on considère en même temps un point A en dehors de cette droite.

1° On demande de trouver sur XX' deux points B et C, de part et d'autre du point O et à égale distance de ce point, tels que le rapport $\frac{AB}{AC}$ ait une valeur donnée k.

2° Pour les valeurs convenables de k le problème admet deux solutions. Soient (B, C) et (B', C') les deux couples de points qui répondent à la question, les points B et B' étant situés du même côté du point O. Démontrer que le produit $OB \times OB'$ est indépendant de k et égal à $\overline{OA}^2$.

3° Trouver le lieu géométrique des centres des cercles inscrit et exinscrits aux deux triangles ABB' et ACC' lorsque le rapport k varie. On indiquera la portion du lieu qui convient seule.

4° Traiter le même problème pour le lieu géométrique des centres des cercles circonscrits Γ et Γ' aux deux triangles ABB' et ACC'.

5° Soient H et K les points de contact d'une tangente commune extérieure aux deux circonférences Γ et Γ', I le milieu du segment HK.

Démontrer que la perpendiculaire élevée par le point I à cette tangente commune passe par un point fixe.

6° Construire les points B, C, B', C' sachant que la longueur HK a une valeur donnée l. Discuter.

2. Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses et Professorat des Ecoles normales (aspirantes) 1re Partie Concours de 1922 (1)

Algèbre. — On considère la fonction y de x définie par la relation

$$y = \frac{ax - 11}{x + a - 12}$$

dans laquelle a désigne un nombre.

1° On choisit $a = 5$. Représenter graphiquement les variations de la fonction ainsi précisée.

Montrer qu'il existe deux droites parallèles à la droite représentant graphiquement la fonction $y = -x$ qui rencontrent chacune la courbe représentative en deux points confondus. Calculer à 1/100 près les coordonnées des deux points de contact (Indiquer le détail des calculs).

2° Soit C_a la courbe représentant les variations de la fonction y de x, qui correspond au nombre a.

Chercher pour quelles valeurs de a cette fonction est croissante, décroissante, ou constante.

Déterminer a de façon que la courbe C_a passe par le point donné P de coordonnées p, q. Discuter suivant la position du point P.

Rechercher, suivant la position du point P, si la courbe C_a qui y passe, correspond à une fonction y de x croissante, décroissante ou constante. On indiquera les résultats en les traduisant graphiquement.

Géométrie. — On donne dans un plan deux triangles égaux ABC et $A_1B_1C_1$, de même disposition d'angles. On prend les milieux A_2, B_2, C_2, des segments AA_1, BB_1, CC_1 qui joignent les sommets homologues de ces triangles.

1° Prouver que les perpendiculaires élevées à ces segments en leurs milieux concourent en un point I, d'où l'on voit ces segments sous un même angle.

2° Prouver que le triangle $A_2B_2C_2$ est semblable au triangle ABC et que le rapport de similitude est égal au rapport des distances du point I à deux sommets homologues de ces triangles.

3° D'un point arbitraire O on mène les vecteurs $\overline{OA_3}$, $\overline{OB_3}$, $\overline{OC_3}$ respectivement équipollents aux vecteurs $\overline{AA_2}$, $\overline{BB_2}$, $\overline{CC_2}$; prouver que le triangle $A_3B_3C_3$ est semblable au triangle ABC ; peut-on, ici encore, donner une expression simple du rapport de similitude ?

4° Montrer que la somme des aires des triangles $A_2B_2C_2$ et $A_3B_3C_3$ est égale à l'aire du triangle ABC. Prouver que la condition nécessaire

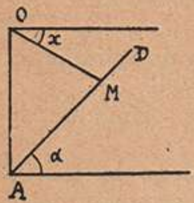
(1) Voir dans *La Revue pédagogique* de février 1923 le Rapport sur ce concours.

et suffisante de l'égalité des deux triangles $A_2B_2C_2$ et $A_3B_3C_3$ est que les triangles donnés ABC et $A_1B_1C_1$ aient leurs côtés homologues rectangulaires.

5° Le triangle $A_1B_1C_1$ restant fixe, on substitue au triangle ABC successivement tous les triangles obtenus en le faisant tourner autour d'un point fixe H du plan. Trouver le lieu du point I.

3. Baccalauréat 2e Partie-Mathématiques, octobre 1922

Aix-Marseille : On donne sur une verticale deux points O et A tels que $OA = h$; et par A on mène une droite (D) faisant l'angle α avec l'horizon.



1° Déterminer sur cette droite un point M tel qu'un point matériel pesant abandonné en O sans vitesse initiale et mobile sans frottement sur la droite OM parvienne en M dans un temps donné t.

Discuter.

On pourra prendre pour inconnue l'angle x de OM avec l'horizon.

2° Application numérique : $\alpha = 60°$, $h = 9^m,80$, $t = 2$ secondes. On prendra $g = 980$ dans le système centimètre-seconde.

Alger : On donne un cercle O' de rayon R, une tangente Ox au point O et le diamètre Oy. Un point P parcourt le cercle. Sa position est définie par l'angle $POx = \varphi$. On construit le triangle isocèle OPQ $(OP = PQ)$.

1° Trouver par rapport aux axes Ox Oy l'équation du cercle. Calculer les coordonnées du point de rencontre des hauteurs du triangle OPQ et vérifier que le lieu de ce point est le cercle donné. Solution géométrique.

2° Etudier les variations de l'aire du triangle OPQ. Maximum de cette aire.

3° Démontrer que le rayon du cercle circonscrit au triangle OPQ est constant.

4° Lieu du point de rencontre des médianes du triangle OPQ.

(La figure montre le point Q sur Ox).

Besançon : On considère le tronc de cône régulier circonscrit à une sphère ; on donne la longueur a de l'arête latérale et l'angle α de celle-ci avec le plan de base inférieure du tronc de cône. Cela posé, on demande, en fonction de ces données : 1° d'exprimer le rapport de la surface totale du tronc de cône, à la surface de la sphère inscrite ; 2° d'exprimer le rapport du volume du tronc de cône au volume de la même sphère ; 3° de comparer ces deux rapports ; 4° d'étudier les variations de chacun d'eux ; 5° de vérifier les résultats obtenus.

Bordeaux : Les angles d'un triangle vérifient la relation

$$2\,\mathrm{tg}\,A = \mathrm{tg}\,B + \mathrm{tg}\,C$$

1° Etablir l'équivalence de cette relation et des suivantes :

$$\mathrm{tg}\,B \,.\, \mathrm{tg}\,C = 3 \qquad \cos(B - C) = 2\cos A$$

2° Etant donné A, calculer B et C. Discuter.

3° Connaissant a et la somme $b + c$, résoudre le triangle. Discuter.

4° Etudier les variations de $\cos B + \cos C$ quand A prend toutes les valeurs compatibles avec l'existence du triangle.

Caen : Soient : O le centre d'un cercle ; r son rayon ; A, B deux sommets consécutifs d'un rectangle inscrit dans le cercle ; I le milieu du côté AB ; x l'angle IOA.

Faisant tourner la figure autour de la droite OI (prolongée) comme charnière, on considère la sphère de rayon r, et le cylindre inscrit dans cette sphère, qu'engendrent respectivement le cercle et le rectangle primitivement considérés.

Exprimer en fonction de r et de x la surface totale du cylindre, et étudier la variation de cette surface lorsque l'angle x varie.

Construire, sans faire intervenir aucun calcul d'approximation, la valeur de x qui rend la surface totale maxima.

Considérant, par rapport à deux axes rectangulaires, la courbe représentative de la variation étudiée, évaluer l'aire comprise entre cette courbe, l'axe des abscisses et l'ordonnée finale.

(On nomme *surface totale* d'un cylindre la somme obtenue en ajoutant à la surface latérale les surfaces des deux bases).

Clermont : Soit l'équation

$$(1 - t)x^2 + (3t - 5)x + 4(2 - t) = 0$$

1° Discuter la réalité et le signe de ses racines.

2° Lorsque les deux racines sont positives, on les considère comme les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle. Calculer l'hypoténuse de ce triangle en fonction de t. Vérifier que l'expression obtenue est rationnelle et étudier ses variations, lorsque t croît dans les intervalles pour lesquels les deux racines sont positives. Construire la courbe représentative.

3° Calculer, en fonction de t, le rayon du cercle inscrit dans le triangle précédent et étudier ses variations dans les mêmes conditions que ci-dessus. Calculer également ce rayon en fonction de l'hypoténuse.

Dijon : Soit C la courbe représentative de la variation de la fonction

$$y = x^2 + \frac{\lambda^2}{x^2 - 1}.$$

1° Construire cette courbe pour $\lambda = \frac{1}{2}$.

2° Calculer, en fonction de λ, les coordonnées des points de C où la tangente est parallèle à Ox : discuter leur nombre suivant la valeur de λ.

3° Montrer que, lorsque λ varie, ces points sont situés sur une demi-droite et une conique fixes que l'on construira.

Grenoble : Les trois points A, B, C sont en ligne droite ; le point C est entre A et B et les distances AC et CB ont respectivement pour mesures les nombres a et b $(a > b)$.

Par A et par B, dans un même plan et *d'un même côté* de AB, on mène à AB deux demi-perpendiculaires Ax et By. On prend sur Ax un point P dont la distance au point A a pour mesure x et sur By un point Q dont la distance à B a pour mesure y. On désigne par S le nombre qui mesure la surface du triangle PCQ et par C l'angle PCQ.

1° Exprimer S et tg C en fonction de x, y, a, b.

2° Si, en même temps que le nombre positif x varie et que, par suite, le point P se déplace sur Ax, le point Q se déplace aussi sur By de façon que l'angle PCQ conserve une valeur constante de 45°, quelle est la région de Ax que peut décrire P ? Etudier comment varient y et S quand P décrit cette région en s'éloignant du point A.

3° Si, en même temps que P se déplace sur Ax, Q se déplace aussi sur By de façon que l'aire S demeure constante et égale à $a \times b$, quelle région de Ax le point P peut-il décrire ; étudier les variations de y et de l'angle C quand P décrit cette région en s'éloignant du point A.

4° Comment faut-il choisir les nombres x et y pour que l'aire PCQ ait une valeur S donnée, et que l'angle PCQ ait une valeur C donnée ?

Lille : Un point matériel M parcourt d'un mouvement uniforme et en faisant 3 tours par minute une circonférence (C) de centre O et de rayon 1 dm.

I. — Calculer la vitesse et l'accélération du point M.

II. — On considère la projection orthogonale m du point M sur un plan P passant par O et faisant un angle de 45° avec le plan du cercle. Quelle est la trajectoire de m ? Chercher l'hodographe du mouvement de m. Montrer que l'accélération est dirigée suivant mO et calculer sa valeur en fonction de $\overline{mO}$.

III. — Un second point N parcourt la circonférence (C) d'un mouvement uniforme et effectue un tour en 14 secondes. A l'origine des époques, M et N se trouvent tous deux en coïncidence avec un point I. On demande à quelle époque ils se retrouveront à nouveau coïncider avec I. Dans l'intervalle, en quels points du cercle se seront-ils rencontrés et à quelles époques ?

Lyon : On désigne par a, b, c les côtés d'un triangle ABC et par m la médiane issue du sommet A. On donne a, A et m.

1° Montrer que l'on a : $b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2m^2$.

2° Calculer b et c.

3° Construire géométriquement le triangle.

4° Discussion en supposant A aigu et se servant soit de 2°, soit de 3°.

5° Application numérique : $a = 10$, $m = 6$, $A = 60°$.

Calculer b et c.

Montpellier : Soit ABC un triangle dans lequel la bissectrice intérieure d de l'angle A est moyenne proportionnelle entre les deux segments m, n, qu'elle détermine sur le côté BC.

1° Calculer les trois angles dans le cas où : $B - C = 90°$.

2° Calculer les trois côtés en supposant connus l'angle A et la bissectrice d. Construction géométrique.

Nancy : On considère l'équation

(1) $$x^2 - (a + b)x + a^2 = 0.$$

dans laquelle x est l'inconnue, a et b sont les coordonnées d'un point M d'un plan rapporté à deux axes rectangulaires.

On demande sur quelles lignes de ce plan doit se trouver le point M dans les trois cas suivants :

1° l'équation (1) a ses racines égales ;

2° elle a une racine égale à $+1$;

3° elle a une racine égale à -1.

On construira exactement ces trois lignes, et l'on indiquera comment est située la première par rapport aux autres.

Indiquer, suivant la région du plan où se trouve le point M, le nombre des racines de l'équation (1) comprises entre -1 et $+1$.

Paris : Une parabole est définie par son foyer F et par sa directrice D ; son paramètre est p ; son sommet est le point A. On mène par F une corde M'FM rencontrant la parabole en M et M', telle que l'angle AFM ait une valeur donnée $\alpha \leqslant \frac{\pi}{2}$. Calculer les deux longueurs

$FM = r, \qquad FM' = r'$ en fonction de α.

Quelle relation y a-t-il entre r et r' quand α varie ?

Déterminer α de telle façon que l'on ait $2r + r' = m$, m étant une longueur donnée. Discussion.

Poitiers : Déterminer la latitude d'un lieu, sachant qu'à la date du solstice d'été le rapport de la durée du jour à celle de la nuit est égal à m en ce lieu. Discussion.

(On représentera par ε l'angle aigu que fait le plan de l'écliptique avec le plan de l'équateur.)

Rennes : Etant donnés dans un plan un cercle de centre O et de rayon R et un point S situé à une distance d de O ($d \neq R$), le transformé du cercle O par une inversion (I) de pôle S et de puissance k est un cercle de centre C et de rayon R'.

1° Calculer la distance OC et le rayon R' en fonction de R, d, k.

2° Trouver le lieu du point d'intersection P des droites OM, CM', M et M' étant deux points appartenant respectivement aux circonférences O, C et se correspondant dans l'inversion (I).

3° En supposant $R = 1$, $d = \frac{1}{2}$, $k = 1$, calculer la distance OP en fonction de l'angle $SOP = x$. Etudier et représenter graphiquement la variation de $y = \frac{1}{OP}$ en fonction de x ($0 \leqslant x \leqslant 2\pi$.

Strasbourg : On donne un carré de côté $2a$. De chaque sommet comme centre, on décrit avec le rayon a un quart de cercle dans l'intérieur du carré. On inscrit au quadrilatère curviligne ainsi formé un nouveau carré (en menant à deux côtés opposés des tangentes parallèles à une droite arbitraire et aux deux autres côtés des tangentes perpendiculaires aux précédentes).

1° Etudier la variation de l'aire du petit carré ainsi construit lorsque la direction de ses côtés varie.

2° Etudier dans les mêmes conditions la variation de l'aire comprise entre le quadrilatère curviligne et le cercle inscrit au carré variable.

Toulouse : Soit un trapèze dont la grande base $AB = a$, est invariable en grandeur et en position.

Le côté oblique $AD = m$ et la petite base $DC = b$ ne sont invariables qu'en grandeur.

On demande les lieux géométriques :

1° du point d'intersection des côtés obliques ;

2° du centre de gravité de l'aire du trapèze.

4. Baccalauréat 1re Partie C et D, octobre 1922

Aix-Marseille : On partage l'angle de 60° en deux parties x et y telles que l'on ait $\operatorname{tang} x . \operatorname{tang} y = m \qquad (m > 0)$.

1° Trouver la somme $\operatorname{tang} x + \operatorname{tang} y$.

2° Former l'équation ayant pour racines $\operatorname{tang} x$ et $\operatorname{tang} y$; discuter.

3° Calculer x et y pour $m = \frac{1}{3}$ et $m = 3$.

Alger : Soit ABC un triangle rectangle défini par l'hypothénuse *(sic)* $BC = a$ et par le plus petit angle aigu B. On fait tourner le triangle autour de la hauteur AH.

1° Calculer en fonction de a et de B le volume compris entre les deux cônes de révolution engendrés par les triangles ABH et ACH.

L'hypothénuse (*sic*) a étant donnée, déterminer B pour que ce volume ait une valeur donnée V.

Discuter suivant les valeurs de V.

2° Calculer l'aire totale de la surface qui limite le volume V. Montrer qu'on peut la mettre sous la forme

$$S = \pi a^2 (1 - \sin B)(1 + \cos B)(\cos B + \sin B),$$

et rendre cette expression calculable par logarithmes. Que devient-elle quand, a étant fixe, on donne à B la valeur qui rend maximum le volume V ?

Besançon : Série C : On envisage deux équations du second degré, déterminées par leurs coefficients,

l'une $\qquad ax^2 + bx + c = 0,$

l'autre $\qquad At^2 + Bt + C = 0.$

On suppose que les racines x_1 et x_2 de la première équation, et les racines t_3 et t_4 de la seconde forment une seule et même progression par quotient : $\qquad x_1 : x_2 : t_3 : t_4$.

On demande de préciser toutes les relations entre les six quantités données a, b, c, A, B, C, qui seront les conditions nécessaires et suffisantes de la réalisation de l'hypothèse faite.

Besançon : Série D : Un triangle ABC, de côtés a, b, c, est rectangle en A.

1° Démontrer que la bissectrice CK de l'angle C divise le côté AB en deux segments AK et KB tels que $\dfrac{AK}{KB} = \dfrac{CA}{CB}$.

2° Déterminer les distances x et y du point de rencontre M des deux bissectrices CK et BL aux côtés CA et AB.

3° L'hypothénuse (*sic*) a ayant pour longueur 1, déterminer les longueurs AB et AC de telle façon que le produit $\overline{AB} \times \overline{AC}^2$ soit maximum. Quel est alors l'angle C ?

(La figure montre les deux bissectrices intérieures au triangle.)

Bordeaux : 1° Pour quelles valeurs de λ l'équation

$$(3\lambda + 4)\cos x + (4\lambda - 3)\sin x + 13\lambda = 0$$

a-t-elle des solutions ?

2° Pour quelles valeur de λ le nombre des solutions comprises entre $\dfrac{3\pi}{2}$ et 2π est-il égal à un ?

Caen : Série C : Variation de la fonction

$$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{13}{4}x + \frac{1}{24}$$

lorsque x varie de $-\infty$ à $+\infty$.

Considérant, par rapport à deux axes rectangulaires OX, OY, la courbe représentative de cette variation, déterminer le point de la courbe où la tangente fait avec l'axe OX le plus petit angle, et construire, sans faire intervenir aucun calcul d'approximation, la tangente en ce point.

Caen : Série D : Soit ABC un triangle isocèle, rectangle en A, dont l'hypoténuse BC est prise comme unité de longueur. Par un point quelconque M de BC, on mène à BC une perpendiculaire, sur laquelle on porte, à partir de M, une longueur MP = MA ; on porte ensuite sur le prolongement de BC, à partir de C, une longueur CQ = BM.

Désignant par x la longueur BM, par S l'aire du triangle BPQ, et par y le carré de S, on exprimera y en fonction de x, et on étudiera la variation de y lorsque le point M se déplace entre B et C sur l'hypoténuse BC.

N. B. — Pour étudier la variation du signe de la dérivée y', on commencera par établir la remarque suivante :

Lorsqu'un polynôme entier est de la forme $(x - a^2)\,\varphi(x)$, le polynôme entier dérivé est de la forme $(x - a)\,\psi(x)$.

Clermont : Dans un triangle ABC, on donne le côté BC = a, le rayon r d'un cercle inscrit ou exinscrit et la valeur algébrique du segment BD = x, comptée positivement de B vers C, D étant le point de contact avec BC de ce cercle inscrit ou exinscrit. Calculer la surface S du triangle, donner une interprétation du signe de S et discuter, suivant la valeur de x, la position du cercle par rapport au triangle ABC.

Dijon : On considère une pyramide SABCD dont la base ABCD est un carré de côté a. Le sommet S se projette orthogonalement sur le plan de la base au centre de celle-ci H ; $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Par AB on fait passer un plan qui fait un angle α avec le plan de base et coupe la pyramide en deux parties. On demande d'évaluer le rapport des volumes de ces deux portions et de le calculer dans le cas particulier où le plan sécant est bissecteur du dièdre d'arête AB qui appartient à la pyramide.

Grenoble : 1° Discuter le nombre des racines de l'équation trigonométrique : $a \cos 2x = 4 \sin x$
suivant les diverses valeurs du paramètre a.

2° Résoudre cette équation pour $a = 4$.

3° Etudier les variations de la fonction

$$y = a \cos 2x - 4 \sin x,$$

quand x varie de 0 à 2π.

Lille : Dans une feuille de carton plane on veut découper un abat-jour de lampe qui s'applique exactement, sans la dépasser, ni se recouvrir lui-même sur une monture métallique ayant la forme de la surface latérale d'un tronc de cône de révolution, dont on a mesuré les diamètres des bases d et D ($d < D$) et l'arête a. Quels sont les rayons et l'angle au centre des deux arcs de circonférence qui limitent le morceau de carton que l'on doit découper dans la feuille donnée?

Application : $d = 20$ cm., $D = 30$ cm., $a = 20$ cm.

Lyon : Dans un triangle ABC, rectangle en A, on donne l'hypoténuse a et la somme s des deux autres côtés b et c.

1° Former et résoudre une équation trigonométrique permettant de calculer l'angle B.

2° Déterminer les côtés b et c directement, c'est-à-dire sans utiliser le calcul de 1°.

3° Construire géométriquement le triangle, sans se servir ni de 1° ni de 2°.

4° Discuter le problème, en se servant soit de 1°, soit de 2°, soit de 3°, soit de toute autre méthode.

5° On prend $a = 5$, $s = 7$, trouver B.

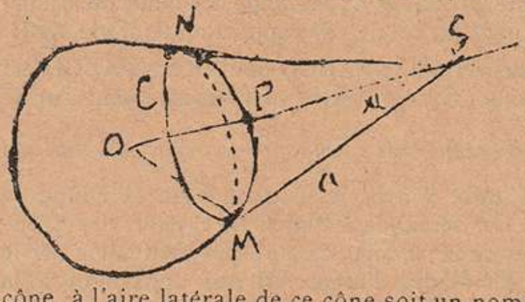
Montpellier : Soit une demi-circonférence de diamètre $AB = 2R$.

Par le point A on mène une corde AM ; soit P la projection du point M sur le diamètre AB.

Déterminer l'angle $PAM = \theta$ de façon que la somme $PA + AM$ soit égale à une constante donnée m. Discuter. Valeur de θ pour

$$m = \frac{3}{2} R.$$

Nancy : Soient un cône de révolution d'apothème a et de demi-angle au sommet x et la sphère inscrite dans ce cône le long du cercle C de base.



On demande de déterminer x de façon que le rapport de l'aire de la calotte sphérique MPN, limitée au cercle C et situé à l'intérieur du cône, à l'aire latérale de ce cône soit un nombre donné k.

Application numérique : $k = \frac{1}{2}$.

Paris : Série C : Etant donné un carré ABCD de côté a, on décrit l'arc AC de centre D et de rayon DA et on joint un point M de cet arc au point A et au point B. Désignant par x l'angle BAM, on demande :

1° d'exprimer AM en fonction de x et de a et de former l'équation en $\operatorname{tg} x = t$ relative au cas où l'on a

$$\frac{MA}{MB} = k ;$$

2° de discuter par rapport à k cette équation et d'examiner les cas particuliers.

Paris : Série D : Etant donné un angle XOY de 45°, on place sur OY un point B ($OB = l$) et sur OX un point A à une distance double

$$OA = 2l.$$

On mène dans l'intérieur de l'angle une troisième droite OD faisant avec OX un angle x et on projette sur cette droite les deux points A et B.

1° Déterminer x de façon que les deux longueurs AA', BB' soient égales. Construction géométrique de la droite OD.

2° Variation du produit $AA' \times BB'$ quand x varie de 0 à 45°. Maximum de ce produit.

(La figure montre que A' *et* B' *sont les projections respectives de* A *et* B *sur la droite* OD).

Poitiers : Un triangle bac, du plan horizontal de projection, est isocèle

$$ba = ac, \quad \text{angle } bac = 120°$$

Le point a est la projection horizontale d'un point A, tel que le triangle bAc soit rectangle.

Calculer les angles Aba et Aca.

Rennes : Soit AA' le diamètre horizontal d'une circonférence de centre O et rayon R, sur la demi-circonférence supérieure on prend le point M défini par l'angle $2\varphi = \widehat{OA,OM}$.

1° Calculer la surface latérale du cône engendré par AM ou A'M en tournant autour de AA'.

2° Calculer le volume engendré par le triangle AA'M en tournant autour de AA'.

3° Evaluer en fonction de l'angle φ la somme AM + MA' ; variation de cette longueur, maximum et minimum.

On prolonge A'M d'une longueur MP = AM. Quel est le lieu du point P ? Montrer que la connaissance de ce lieu permet de suivre sans calcul la variation de AM + MA'.

Strasbourg : On donne un cercle de centre O et rayon a, un point A sur le cercle et le point B milieu de OA. Un angle droit MOM' pivote autour de O. On désigne par x l'angle de la bissectrice intérieure de MOM' avec OA.

1° Calculer en fonction des lignes trigonométriques de x : les longueurs MB et M'B ; la distance de B à la droite MM' et l'aire du triangle MBM'. Etudier les variations de cette aire lorsque x varie de 0 à π.

2° Calculer le sinus de l'angle MBM' en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ et donner les valeurs de $\cos x$ pour lesquelles cet angle MBM' est égal à $\frac{\pi}{2}$. Peut-on construire géométriquement les points M et M' correspondant à cette valeur de l'angle MBM' ?

Toulouse : Soit AA' = a un segment fixe donné dans l'espace ; on considère deux droites fixes, D et D', qui passent respectivement par A et A', sont perpendiculaires à AA' et perpendiculaires entre elles.

1° On prend un point M sur D et un point M' sur D'. Calculer en fonction de a, de AM = l et de A'M' = l' le volume V de la pyramide AA'MM' et la longueur d du segment MM'.

2° Montrer que le centre de la sphère qui passe par les quatre points A, A', M, M' est le milieu O de MM' et trouver le lieu géométrique de ce point quand M et M' varient de façon que d soit constant, ou de façon que l'on ait constamment $l = l'$.

5. Problèmes de géométrie

I. — On considère un rectangle ABCD. Par un point M de son plan on abaisse les perpendiculaires sur ses côtés qui rencontrent AD et BC en P et P', AB et CD en Q et Q'.

1° Lieu (C) du point M quand il se déplace de telle sorte que l'angle (PQ, P'Q') soit égal à un angle donné α. Cas particulier où cet angle est droit.

2° Lieu (C') du point M quand il se déplace de telle sorte que le rapport des longueurs PQ et P'Q' reste égal à un nombre donné n.

3° Comment les courbes (C) et (C') se déplacent-elles quand l'angle α et le nombre n varient d'une manière quelconque ?

4° Lieu du point de rencontre des droites PQ et P'Q' quand le point M se déplace d'une manière quelconque dans le plan.

II. — On donne dans un plan trois points A, B, C non en ligne droite et un point S, et on prend trois points A', B', C' situés respectivement sur les droites SA, SB, SC et satisfaisant aux conditions :

$$\overline{SA}.\overline{SA'} = \overline{SB}.\overline{SB'} = \overline{SC}.\overline{SC'}$$

1° Les droites SA, SB, SC sont les trois hauteurs du triangle ABC ; que sont-elles dans le triangle A'B'C' ?

2° Les droites SA, SB, SC sont trois bissectrices du triangle ABC ; que sont-elles dans le triangle A'B'C' ?

3° Les droites SA, SB, SC sont les trois symédianes du triangle ABC, que sont-elles dans le triangle A'B'C' ?

III. — On donne une circonférence O et trois points A, B, C hors de son plan. Construire trois droites concourantes passant respectivement par les trois points A, B, C et s'appuyant sur la circonférence O.

IV. — 1° Le plan radical (R) de deux sphères variables (S) et (S') assujetties à passer respectivement par deux cercles fixes (C) et (C') passe par un point fixe au moins quand les sphères varient. Etudier les divers cas de figure.

2° Le plan (R) étant donné ainsi que les cercles (C) et (C'), construire les sphères (S) et (S').

3° Etudier le déplacement de la ligne des centres des sphères (S) et (S') quand le plan (R) se déplace en passant en outre par un point fixe arbitrairement choisi.

4° Construire trois sphères appartenant à un même faisceau et passant respectivement par trois cercles donnés.

A Travers les Revues. — Ouvrages reçus

Revue pédagogique (15, rue Soufflot, Paris). — A. Gilles : *L'enseignement du calcul élémentaire par les nombres-images* (juin 1922, p. 408). — Th. Leconte : *Quelques réflexions sur l'enseignement des mathématiques* (mars 1923, p. 157). — Notes pédagogiques : *Problèmes inspirés par les combinaisons de la Caisse des retraites sur la vieillesse* (juin 1922, p. 451). — *Des exercices progressifs doivent précéder les exposés théoriques* (août 1922, p. 144). — *Les tableaux, graphiques et formules dans les problèmes de supposition* (sept. 1922, p. 212).

Bulletin scientifique (Chasseneuil, Charente ; le numéro : 1 fr.). — F. Sachet : *Nombres et grandeurs* (n° 21, 25 fév. 1923). — R. Masseron : *Problèmes-types, types de problèmes et Algèbre* (n° 22, 25 mars 1923).

Ouvrages reçus. — H. Pariselle, Professeur à la Faculté des Sciences de Lille : *Les Instruments d'optique ;* un volume in-16, 218 pages, 82 figures, broché : 5 fr. (Librairie Armand Colin, 103, boulevard Saint-Michel, Paris-5e.)

M. Le Besnerais, Ingénieur en Chef du Génie Maritime : *Théorie du Navire, Tome I ;* un volume in-16, 162 pages, 61 figures, broché : 5 fr. (Librairie Armand Colin, 103, boulevard Saint-Michel, Paris-5e.)

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé).* — 27.676