Unification des définitions de mots et des notations mathématiques *(suite)*

10. Au sujet de termes actuellement à l'étude

Quelques remarques ont été présentées au cours de la réunion qui a eu lieu au Lycée Louis-le-Grand, le 15 juin 1922 (1), et qui avait pour objet, ainsi que l'indiqua le *Bulletin* n° 25, l'examen de plusieurs des définitions de mots et notations mathématiques mises à l'étude par la dernière Assemblée générale (2).

I. Théorie des Vecteurs. — L'adoption tel quel de l'ensemble des propositions figurant à la page 100 du *Bulletin* n° 25 a paru possible ; toutefois, pour le mot *axe*, comme le choix d'une origine n'est pas toujours indispensable, la modification suivante a été envisagée : « un *axe* est une droite orientée sur laquelle on a marqué une *unité de longueur* et, *accessoirement*, une *origine*. »

Bien que les quatre expressions : *vecteurs équipollents*, *vecteurs équivalents*, *vecteurs opposés* et *vecteurs directement opposés*, soient d'usage courant, quelques réserves ont été faites sur l'expression *vecteurs équivalents*. D'une part, le qualificatif « équivalent » est déjà très employé, avec des sens plus ou moins voisins ; d'autre part, de tels vecteurs ne sont remplaçables l'un par l'autre, ne s'équivalent, que dans certains cas. Par analogie avec *vecteurs opposés* et *vecteurs directement opposés*, et constatant que des *vecteurs équipollents* sont des vecteurs ayant même direction, même longueur et même sens, M. Weber a proposé de remplacer ici « *équivalents* » par « *directement équipollents* » et d'appeler *vecteurs directement équipollents* des vecteurs ayant même support, même longueur et même sens.

Les avis furent partagés sur l'utilité et la nécessité des expressions abréviatives : *vecteur libre*, *vecteur glissant*, *vecteur lié*, pour distinguer entre diverses sortes de vecteurs ; cependant rien n'empêche de convenir que si ces expressions sont employées, elles le seront exclusivement avec la signification indiquée par le *Bulletin* n° 25.

Enfin, si le qualificatif « *scalaire* » a été unanimement approuvé dans l'expression « *produit scalaire* », la discussion a fait ressortir l'intérêt qu'il y aurait à distinguer, en ce qui concerne les moments :

le *vecteur-moment d'un vecteur par rapport à un point*, et le nombre absolu qui le mesure et qui pourrait être appelé : *moment d'un vecteur par rapport à un point ;*

le *vecteur-moment d'un vecteur par rapport à une droite* (3), et le nombre positif, nul ou négatif qui le mesure quand on oriente la droite et qui pourrait être appelé : *moment d'un vecteur par rapport à un axe*.

(1) Etaient présents : MM. Coissard *(Pasteur)*, Delcourt P. *(St-Louis)*, Dumarqué *(Condorcet)*, Gusse *(Pasteur)*, Picardat M. *(Charlemagne)*, Roby (St-Germain-en-Laye) et Weber *(Buffon)*.

(2) Voir le Rapport de M. Flavien, *Bulletin* n° 25, page 88.

(3) et non par rapport à un *axe*, comme l'indique par inadvertance le *Bulletin* n° 25.

II. — Autres expressions. — Incidemment, au cours de la réunion, il a paru, après échange de vues, que l'expression « *nombre algébrique* » pourrait très bien désigner sans inconvénient un nombre positif, nul ou négatif.

Les expressions « *angle méplat* » et « *médiatrice* » ont donné lieu aussi aux remarques suivantes. S'il convient de donner un nom spécial à l'angle dont les côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre, le mot « *méplat* », qui signifie étymologiquement « qui n'est pas bien plat » (Littré), ne paraît pas bien choisi : quelques membres préféreraient « *angle plat* », employé déjà par certains professeurs. Quant au terme « *médiatrice* » pour désigner la perpendiculaire au milieu d'un côté d'un triangle, son emploi, aujourd'hui très répandu, pourrait même s'étendre à un segment (un segment plan possédant deux axes de symétrie et le mot « axe » ayant déjà par ailleurs de multiples significations) ; on dirait ainsi « *médiatrice d'un segment* », « *médiatrice d'un triangle* », de même que l'on dit « *bissectrice d'un angle* », « *bissectrice d'un triangle* ».

11. Communication de M. Delens *(Le Havre)*

Parmi les termes proposés pour la Théorie des Vecteurs par le *Bulletin* n° 25 (pages 100 et 101), figurent les expressions *vecteur libre*, *vecteur glissant*, *vecteur lié*.

J'ai d'abord, comme un peu tout le monde, employé ces termes parce que ce sont les premiers que nous ont fourni les ouvrages d'enseignement qui ont utilisé en France les notions vectorielles. Mais les objections de M. Burali-Forti — dont l'ouvrage élémentaire de calcul vectoriel est actuellement le plus répandu chez nous (1) — au sujet de ces divers vecteurs m'ont paru logiques, et je crois nécessaire d'employer des mots différents, et non voisins, pour désigner le vecteur libre et le vecteur glissant, qui sont l'un à l'autre ce que sont en somme la direction et la droite.

C'est pour cela que j'avais proposé (2) de réserver le mot *vecteur* (sans qualificatif) au *vecteur libre*, et d'employer le mot *segment* (*orienté* s'il est besoin de préciser) là où certains utilisent le *vecteur glissant*. Dans la littérature mathématique, le mot *segment* a été souvent pris dans le sens que j'indique, et se différencie bien du mot *vecteur* (les Allemands ont employé : *linienteil*, *strecke*, *stab* ; les Anglais : *rotor*) ; c'est pourquoi je ne vois guère d'inconvénient à le conserver, bien qu'il soit employé déjà pour la portion de droite non orientée. Mais les angles, les aires sont aussi susceptibles d'orientation, et l'on n'a pas créé de nouveaux mots pour cela. Le mot *axe* a bien des acceptions différentes. L'idéal est évidemment qu'un mot corresponde de manière unique à un concept, mais quelle extension de la terminologie, et comme notre science paraîtrait alors fermée au profane !

(1) Burali-Forti et Marcolongo, *Eléments de calcul vectoriel*, trad. par S. Lattès (Hermann, Paris, 1911).

(2) Voir *Bulletin* n° 20, page 50.

Peut-être une solution à ces difficultés de terminologie serait-elle dans l'adjonction de préfixes, ou de désinences, pour indiquer l'orientation, notion somme toute assez neuve qui s'est superposée aux anciennes, et devrons-nous quelque jour prendre modèle sur la nomenclature chimique. Ce serait d'ailleurs là un gros bouleversement.

12. Communications de M. Brachet *(Hanoï)*

Voici quelques suggestions que je soumets aux lecteurs du *Bulletin*.

I. — En Trigonométrie, je propose de ne définir géométriquement que le cosinus, le sinus et la tangente ; cela me paraît suffisant (et nécessaire) ; on se bornerait à signaler ensuite que, pour la commodité des calculs littéraux ou numériques, on donne à leurs inverses les noms spéciaux de sécante, cosécante et cotangente.

II. — Soit $\overline{AB}$ la mesure algébrique d'un vecteur sur l'axe $x'x$, $\overline{A'B'}$ la mesure algébrique de sa projection sur l'axe $y'y$; il me paraît commode d'appeler *formule des projections* la formule

$$\overline{A'B'} = \overline{AB}.\cos(x'x, y'y)$$

Le théorème des projections et la formule des projections, qui interviennent souvent ensemble, seraient ainsi groupés au moyen de deux appellations analogues, quoique bien distinctes.

III. — Je propose d'introduire en Trigonométrie l'énoncé suivant : *Les carrés des lignes trigonométriques de l'arc* a *s'expliquent rationnellement en fonction de cos* 2a.

Dans les transformations trigonométriques, l'application de cet énoncé conduit le plus souvent à des calculs rapides.

IV. — Je propose d'appeler *polygonal d'un système de vecteurs* une ligne brisée *orientée* formée par des vecteurs consécutifs équipollents aux vecteurs d'un système donné, et *corde* du polygonal le vecteur ayant même origine et même extrémité que cette ligne brisée.

Un système de vecteurs possède plusieurs *polygonaux* d'origine O, qui ont la même extrémité, et par suite la même corde.

V. — Dans l'étude des vecteurs, il faudrait différencier nettement la *somme géométrique* et la *résultante*.

Il n'y a lieu de parler de résultante que pour un système de vecteurs (ou de forces) équivalent à un vecteur unique (ou à une force unique) ; il en est ainsi, en particulier, pour des vecteurs concourants ou des vecteurs parallèles.

La somme géométrique est la corde d'un polygonal quelconque du système donné ; elle n'est définie qu'à une équipollence près. La résultante, lorsqu'elle existe, peut, en général, glisser sur sa ligne d'action ; cependant, dans le cas des vecteurs parallèles, il est commode de lui assigner une origine déterminée.

Un système de forces équivaut à une force unique (autrement dit, admet une résultante unique) si la direction de sa somme géométrique est orthogonale à son moment résultant par rapport à un point.

Le langage me paraît aussi plus facile et plus clair.