

3. Unification des définitions de mots et des notations mathématiques

M. FLAVIEN donne lecture de son rapport :

Notre Assemblée générale ordinaire de 1921 avait décidé de continuer, d'une façon permanente, l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Nous avons reçu depuis un assez grand nombre de communications dont la plupart ont été publiées ou résumées dans notre *Bulletin*.

Parmi ces communications, les unes se bornent à des propositions précises ; les autres recherchent d'abord l'esprit dans lequel l'unification doit être entreprise, et, avant de passer aux applications, développent quelques idées générales. Nous parlerons d'abord de ces dernières.

Des arguments d'une valeur incontestable ont été invoqués en faveur de deux tendances principales, que l'on peut appeler la tendance radicale et la tendance modérée.

La première croit utile de faire régner, dans le tableau des définitions de mots et des notations, une logique rigoureuse et une cohérence parfaite. Considérant que la mathématique, science exacte par excellence, ne doit pas mentir à sa réputation en conservant, pour des usages parfois routiniers, une indulgence coupable, elle ne recule devant aucune addition, suppression, création ou transposition de termes. Son but serait de constituer la terminologie la plus rationnelle que puisse concevoir le théoricien le plus exigeant. Parfaitement justifiée du point de vue philosophique, cette attitude l'est encore du point de vue pédagogique, puisque notre rôle auprès des élèves consiste avant tout à leur donner le sens de la logique, l'habitude de l'expression juste et du mot propre.

De ce point de vue, il faudrait, par exemple, proscrire le mot triangle et le remplacer par trigone ; les mots soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix et les remplacer par septante, octante, nonante ; bannir, par des scrupules étymologiques fort respectables, des expressions comme quotient entier, quotient exacte, etc. ; introduire des mots comme trilatère, multilatère, biplan, triplan, etc. Le *Bulletin* n°20 donne une liste de propositions dont certaines sont bien caractéristiques de la tendance signalée.

La seconde attitude comporte un programme plus restreint, et tient compte, dans une plus large mesure, des usages séculaires et des habitudes profondément implantées dans la langue. On adopterait le *statu quo* lorsque l'expression courante est claire et univoque, afin de ne pas compromettre l'unification sur les points où elle est déjà réalisée. On s'efforcerait au contraire de faire disparaître les termes ambigus et d'établir une correspondance invariable entre les concepts et les mots. Enfin, quand le besoin s'en ferait impérieusement sentir, on n'hésiterait pas devant la création d'un nouveau terme.

À cette tendance se rattacherait le désir de conserver le mot triangle, de proscrire les termes comme trilatère, biplan, etc., qui peuvent être sans inconvénient traduits en français par : système de trois droites, système de deux plans, etc. D'autres mots, au contraire, comme nombres algébriques, discriminant, etc., devraient être ramenés à leur signification réelle et ne pas faire double emploi. Enfin des termes comme médiatrice, angle méplat, etc., seraient les bienvenus, puisqu'ils viennent occuper utilement une place jusque là vacante.

Il convient ici de remarquer que les deux tendances signalées ne sont nullement exclusives l'une de l'autre, chacun de nous pouvant à tout moment, en face d'une expression nouvelle, adopter, pour des raisons également sérieuses, l'attitude appelée radicale ou l'attitude appelée modérée. Chacune d'elle a sa place et est appelée à jouer un rôle utile, nécessaire, l'une pour combattre la routine et frayer le passage au progrès, l'autre pour assurer les droits

de la tradition et soumettre les nouveautés à l'épreuve du temps. En matière de réformes, ne faut-il pas toujours partir des réalités concrètes, avec leurs imperfections et leurs lacunes, pour les infléchir prudemment dans une direction nouvelle ? Ne faut-il pas aussi se demander si l'acquisition partielle ne sera pas un obstacle à des acquisitions plus larges, à l'édification plus ou moins lointaine de ce système impeccable dont nous parlions au début ? Que la pensée d'un tel système soit l'idéal qui guide nos efforts ; mais n'oublions pas les contingences et sachons nous contenter provisoirement de progrès incomplets, afin de ne pas compromettre l'avenir par des divergences irréductibles.

Il faut en effet songer que nos efforts, pour être fructueux, doivent être dominés par cette pensée, par cette volonté d'un travail en commun, d'un objectif poursuivi en commun, non pour notre satisfaction personnelle, mais pour le plus grand bien de nos élèves et de l'enseignement en général. Pour conserver cette unité bienfaisante, pour la créer quand elle n'existe pas, il faut être prêt à quelques sacrifices et savoir nous rallier à une solution que nous jugeons encore imparfaite, mais qui a le mérite de réunir l'assentiment réfléchi du plus grand nombre.

Il me reste, avant d'entrer dans le détail des propositions, à répondre à ceux qui seraient tentés de nier l'efficacité de notre tentatives et de croire à l'impossibilité de modifier les habitudes acquises. Il suffit de citer des exemples de mots qui, naguère inusités, sont aujourd'hui d'usage courant. Notre président me communique en particulier les suivants : frontales (pour droite parallèle au plan vertical de projection) ; quadrique (surface du degré) ; hodo-graphe (indicatrice des vitesses) ; pente (coefficient angulaire) ; nombres opposés (égaux en valeur absolue et de signes contraires). Il serait intéressant, à ce sujet, de rechercher à quelle date précise de telles expressions ont apparu et ont pénétré définitivement dans l'enseignement et dans les habitudes.

Pour en finir avec ces généralités, je vous résumerai une communication de M. SANSELME, professeur au lycée de Clermont-Ferrand. Après avoir conseillé la prudence dans l'introduction de nouveaux termes, notre collègue propose de prendre en bloc les définitions et notations de l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques*. L'idée est évidemment séduisante et, sur bien des points, réalisable. Toutefois il convient d'observer d'une part que cette publication se trouve arrêtée ; que beaucoup y sont opposés sous la forme que lui a donnée M. MOLK, car les Français n'y avaient aucune indépendance et ont dû bien souvent se plier au cadre de l'édition allemande ; d'autre part, que certains concepts y sont désignés tantôt par un mot, tantôt par un autre, ce qui nous laisse dans l'ambiguïté.

Pour l'organisation ultérieure de nos travaux, et afin d'aboutir, l'année prochaine, à des conclusions précises, nous nous permettrons de soumettre à vos réflexions, d'ici Pâques 1923, les points suivants :

I. — *Comment trancher l'ambiguïté qui règne sur l'expression « nombres algébriques ».*

Le qualificatif « algébrique » est en effet employé avec deux significations bien différentes et qui s'excluent nettement. Appliqué au substantif « nombre » il exprime d'une part que ce *nombre algébrique* (nombre réel ou imaginaire) est racine d'une équation algébrique à coefficients rationnels³ et sert à désigner une certaine classe de nombres (qu'on oppose aux nombres transcendants). D'autre part, il constitue une abréviation d'usage courant de la locution « *positifs et négatifs* » ou mieux « *positifs, nuls et négatifs* », et se rapporte alors à une tout autre classe de nombres, les deux classes ayant des parties communes et des parties distinctes.

³Cf. *Encyclopédie des Sciences Mathématiques*, Tome 1, vol 2, page 241.

Il suffit d'ouvrir quelques livres de classe au hasard pour rencontrer constamment avec ce dernier sens l'adjectif *algébrique* adjoit aux substantifs *fractions*, *somme*, *mesure* ; et si certains disent « *valeur algébrique* » ou « *quantité algébrique* » en parlant d'un nombre *positif*, *nul ou négatif*, quelques-uns déclarent que ces nombres sont appelés parfois *nombres algébriques*, tandis que d'autres n'hésitent pas à employer franchement cette appellation.

Il est en effet bien utile de posséder un qualificatif, qui devrait être unique, pour condenser sans ambiguïté la locution « *positif et négatif* ». Faut-il pour cela généraliser l'emploi du terme « *relatif* » déjà utilisé avec ce sens dans l'expressions « *nombres relatifs* », ce qui conduirait logiquement à parler des *fractions relatives*, de la *mesure relative d'un vecteur*, locutions peu heureuses. Convient-il au contraire d'adopter le terme « *qualifié* » indiqué par MM. NIEWENGLOWSKY, TANNERY, par l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* (Tome 1, vol 1, page 36), et qui s'oppose paraitement au qualificatif « *absolu* » (ce dernier désignant les nombres appelés parfois arithmétiques). Ou bien pour éviter de remanier les nombreuses locutions déjà formées avec « *algébrique* » comme abrégé de « *positif et négatifs* », ne serait-il pas plus simple de l'adjoindre désormais avec ce sens au substantif « *nombre* » et d'employer un autre qualificatif en parlant des racines des équations algébriques à coefficients rationnels, de dire par exemple *nombre du corps algébrique*, ou *nombres intranscendants* ?

II. — *Quelle terminologie adopter pour la théorie des vecteurs ?* À ce sujet, peut-être convient-il d'observer que nous n'avons à enseigner à nos élèves que les premiers rudiments d'une théorie qui a pris maintenant une extension considérable et qu'il semble indispensable de nous plier tout simplement à une terminologie et à des notations qu'un article de M. Langevin dans l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques* (Tome IV, vol 5, page 4) déclare « avoir été établies par P. Curie pour son enseignement et acceptées par un certain nombre de mathématiciens et de physiciens, en particulier par P. APPELL, J. HADAMARD, P. MAINLEVÉ et P. LANGEVIN ».

D'ailleurs, cette terminologie et ces notations que vous trouverez dans notre prochain *Bulletin*⁴, sont à très peu près celles qui furent rappelées dans le Groupe 1 du tableau récapitulatif du *Bulletin* n° 20, et qui avaient été indiquées dans le *Bulletin* n° 13, déc. 1913, par M. WEILL, alors secrétaire de notre association.

III. — *Enfin, toujours en vue d'aboutir, pour l'Assemblée générale de l'année prochaine, à des propositions précises, quels inconvénients y aurait-il à adopter les expressions suivantes ou comment choisir entre elles ?*

Angle méplat ; médiatrice d'un triangle ou axe du côté ; rapports trigonométriques, ou lignes trigonométriques, ou fonctions trigonométriques ; points en conjonction, en quadrature, opposés, etc. ; plan frontal au lieu de plan vertical de projection ; date ; et enfin la notation préconisée par M. Lhermitte dans le *Bulletin* n° 24 pour l'échelle de pente d'un plan.

Après avoir approuvé unanimement les remerciements adressés par M. BOCHE à M. FLAVIEN, l'Assemblée générale renouvelle, comme l'an passé, la résolution suivante :

L'Assemblée décide de continuer d'une façon permanente l'enquête ouverte sur la question des définitions de mots et des notations en mathématiques. Le bureau est chargé de recueillir les communications relatives à cette enquête, de faire présenter chaque année un Rapport à l'Assemblée générale ordinaire et de lui soumettre, s'il y

⁴Voir page ... du présent *Bulletin*

à lieu, un Tableau des définitions de mots et des notations sur lesquelles l'entente semble pouvoir se faire. Ce Tableau sera publié et l'emploi en sera conseillé.

Puis M. FLAVIEN communique les résultats de l'enquête au sujet des 10 termes figurant cette année au Tableau proposé à l'ordre du jour et sur lesquels l'entente semblait possible. Après les avoir examinés, l'Assemblée générale décide de conseiller l'emploi des termes suivants :

1. **Quotient entier** quotient de deux nombres à une unité près par défaut (Adopté par 94 voix contre 10).
2. **Quotient exact** : nombre entier ou fractionnaire dont le produit par le diviseur donne le dividende (Adopté par 101 voix contre 4).
3. **Rapport** : à réserver pour deux grandeurs de même espèce, M. ÉDERFAYANT fait observer qu'il n'était peut-être pas superflu d'ajouter « de même espèce » (Adopté par 86 voix contre 11).
4. **Valeur absolue** d'un nombre positif, nul ou négatif (Adopté par 103 voix contre 1).
7. **Centre d'homothétie** au lieu de PÔLE D' HOMOTHÉTIE et à l'exclusion de CENTRE DE SIMILITUDE (Adopté par 102 voix sans opposition).

À propos des 5^e et 6^e termes du tableau proposé : EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES ÉQUIVALENTES (approuvé par 95 voix contre 8) et EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES IDENTIQUES (approuvé par 95 voix contre 8), diverses observations sont présentées par MM. BALMAIN, DECERÉ, GRÉVY, GROS (C.), PAPELIER, SIZAIRE, WEBER. En particulier doit-on appeler « $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ » identité ou équivalence ? D'autre part, le qualificatif « *équivalent* » est employé dans de nombreuses locutions : expressions algébriques équivalentes, systèmes d'équations équivalentes, etc. L'Assemblée décide de réserver l'adoption de ces termes et met à l'étude l'examen des mots : *égaux* et *égalité*, *équivalents* et *équivalence*, *identiques* et *identité*.

Pour le 8^e terme du Tableau proposé : CENTRE DE SIMILITUDE (approuvé par 90 voix contre 4), M. GRÉVY fait remarquer qu'il est inutile de recommander l'emploi de cette expression pour désigner le centre commun de l'homothétie et de la rotation . . . , la question sortant du cadre de l'enseignement secondaire. Par contre, il convient de proscrire cette expression pour désigner le Centre d'homothétie.

Enfin, Pour les 9^e et 10^e termes : FACE (approuvé par 92 voix contre 3) et CETTE (approuvé par 76 voix contre 15), l'opportunité d'employer deux vocables différents ne paraît pas nécessaire à tous (MM. GIRARD, GRÉVY, PICARDAT (M.), etc.). Une courte discussion fait ressortir que ces termes sont d'ailleurs liés à une question plus générale, que la terminologie actuelle des chapitres « *polyèdres* » et « *angles polyèdres* » crée souvent une confusion dans l'esprit des élèves, et l'Assemblée met à l'étude l'examen de la terminologie de ces chapitres.