8e Année. — N° 28. Décembre 1922.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public

Paraissant tous les trimestres

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

DEUXIÈME PARTIE

ADMINISTRATION
17, rue Louis-Braille, PARIS (XIIe)

Abonnement d'un an : France, **5** fr. — Etranger, **7** fr. **50**
Prix d'un numéro : — **1** fr. — — **1** fr. **50**

Membres d'Honneur :

MM. Blutel, Inspecteur général.
Fontené, Inspecteur général honoraire.
Leconte, Inspecteur d'Académie.
Marijon, Inspecteur général.

Bureau :

Le Bureau se réunit les deuxièmes jeudis de chaque mois.

Président : M. Bioche, 56, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris 6e.
Vice-Présidents : Mlle Detchebarne, 13, rue Guy-de-la-Brosse, Paris, 5e.
M. Lemaire, 18, rue Eugène-Manuel, Paris, 16e.
Secrétaires : M. Delcourt, 17, rue Louis-Braille, Paris, 12e.
M. Dumarqué, 18 *bis*, rue du Débarcadère, Paris, 17e.
Trésorier : M. Julien, 11, rue des Marronniers, Paris, 16e.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 15), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :
Paris, C/c 345-95 — M. Julien, — 11, rue des Marronniers, 16e.

Comité :

Membres de droit :

MM. Grévy, St-Louis.
Bonin, St-Germain-en-Laye.

Membres élus :

Mlle Cartan, Sèvres.
MM. Combet, Louis-le-Grand.
Commissaire, Charlemagne.
Escande, Beauvais.
Flavien, Henri-IV.
Jacquet, Henri-IV.
Lesgourgues, Henri-IV.
M. Meunier, St-Germain-en-Laye.
Mme Mossé, Lille.
Mlle Picot, Victor-Duruy.
MM. Pouthier, Voltaire.
Roby, St-Germain-en-Laye.
Vieillefond, St-Louis.
Mme Vimeux, Victor-Hugo.

Correspondants :

Aix-Marseille :	M. Font.
Alger :	M. de Sarrau.
Tunis :	M. Patou.
Besançon :	M. Durand (Ch.).
Bordeaux :	.....
Caen :	M. Hennequin.
Clermont :	M. Sanselme.
Dijon :	.....
Grenoble :	.....
Lille :	M. Chatry.
Lyon :	.....
Montpellier :	M. Desbats.
Nancy :	M. Thiébaut.
Poitiers :	M. Dreyfus.
Rennes :	.....
Nantes :	M. Desforge.
Strasbourg :	.....
Toulouse :	M. Douchez
Hanoï :	M. Brachet.

8e Année. — N° 28. Décembre 1922.

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Avis importants

1. Errata

Bulletin n° 23, page 49, 37e ligne : lire « ..... $y = \frac{3V}{56\pi R^3}$ ... »

Bulletin n° 26, page 117 : rétablir la signature « Ch. Bioche » à la fin de la note relative au Conseil Académique de Paris.

Bulletin n° 26, page 129, 31e ligne : lire « .....entre o et $\frac{\pi}{4}$ ».

Bulletin n° 27, page 9 : lire « Lechenet, Alger ».

2. Paiement des cotisations 1922-1923

Les membres de l'Association qui n'ont pas encore versé leur cotisation (5 francs à verser en octobre, art. 4 des statuts) sont instamment priés de les adresser au Trésorier, inviduellement ou — de préférence — par établissement, à l'aide d'un chèque postal (frais d'envoi : o fr. 15) en utilisant exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 345.95 — M. JULIEN
11, rue des Marronniers, XVIe

L'inscription au *Bulletin* des membres ayant versé leur cotisation tient lieu de reçu.

Prière de bien vouloir signaler aussi les mutations et nominations (nouveaux et anciens postes, mises à la retraite...) des professeurs de mathématiques, et, s'il y a lieu, les rectifications au Répertoire alphabétique du *Bulletin* n° 27.

3. Prochaines élections au Comité

L'Assemblée générale de Pâques 1923 sera appelée à élire 5 membres au Comité, en remplacement de Mme Vimeux et de MM. Bioche, Combet, Julien et Meunier, non immédiatement rééligibles.

Afin d'éviter une trop grande dispersion des suffrages, il semble désirable de présenter au choix des électeurs — *qui conservent d'ailleurs leur entière liberté* — une liste de membres de l'Association acceptant de mettre leur activité et leur dévouement au service de l'Association.

Les membres de l'Association désireux soit de poser leur candidature, soit de provoquer la candidature d'autres collègues, sont priés d'en informer le Bureau.

4. Questions à l'étude

Les membres de l'Association sont invités à se reporter au *Bulletin* n° 27, pages 2 et 3, pour les enquêtes actuellement ouvertes sur *les programmes et horaires de l'Enseignement secondaire, l'unification des définitions de mots et des notations mathématiques, les mathématiques au Baccalauréat*, et à signaler au Bureau les questions susceptibles d'être mises à l'étude.

II. Etat de l'Association

(643 membres au 30 novembre 1922)

---

1. Inscriptions

MM.

Arnaud (Mlle), Tournon (F.).
Arnould (Mlle), Charleville (F.).
Astier (Mlle), Tunis (F.).
Beauverger, Quimper.
Bennezon, Oran.
Bessot, La Flèche.
Blandin (Mlle), Louhun (C. G.).
Chélle, Foix.
Convers, La Flèche.
Desanges, Nantes.
Farcy, Saïgon.
Frémin, Alençon.
Gaches, Castelnaudary (C.).
Gonneau, St-Etienne.
Grèze, Laval.
L'Hévéder, Douai.
Loye, *Voltaire*.

MM.

Mazuel, Bayonne.
Meyssonnier, Issoudun (C.).
Millet (...), Ste-Marie-aux-Mines (C.).
Mirabel, Troyes.
Morguet, Pézenas (C.).
Morice, Châlons-sur-Marne (C.).
Pellissier (...), Le Havre.
Pioger, Haguenau.
Pluchery, Lyon-*Le Parc*.
Prévost, La Flèche.
Rabatel, Marseille.
Rambaud, Amiens.
Ramondot, Chaumont.
Ranson (E.), Amiens.
Rousset (Mlle), Besançon (F.).
Thovert, Tunis.
Turcan, Marseille.

2. Radiations

MM. Charruit, Lyon-*Ampère*, *décédé*.
Giraud, Charlemagne, *en retraite*.
Halphen, Versailles, *décédé*.
Horel, Amiens, *décédé*.
Humbert, *Janson-de-Sailly*, *décédé*.
Sauvage, Le Havre, *en retraite*.
Verdier, *St-Louis*, *décédé*.

3. Cotisations reçues du 1er octobre au 30 novembre

(2 cotisations rachetées (1) *et 295 cotisations 1922-1923 ; au total : 297)*

Les noms en *italiques* sont ceux des membres ayant un nouveau poste.

Membres honoraires : M. Fréchet, *professeur à l'Université de Strasbourg*.
M. Ribeyre, *professeur à l'E. N. I. de Moulins*.

En congé : Mlle *Monsinjon*, *Ecole Normale Supérieure de Sèvres*.

En retraite : M. Mounier, *professeur honoraire au Lycée de Bayonne*.

Abbeville (C.). — MM. Desjardin, Lehnebach.
Agde (C.). — M. Imbert.
Aix. — MM. Amiel, Bernard (E.), Terrier.
Alais. — MM. Clapier, Reynaud (G.), Someyre.
Alençon. — MM. Corbin, *Frémin*.
Alger. — MM. Albou, Coti, Davidou, Gallot, Léchenet, Lemoine, Paoli (J. M.), Paoli (L.), Puzin, de Sarrau, *Tutenuit*.
Alger, *Ben Aknoun*. — M. *Carrère*.
Alger, *Mustapha*. — M. Jouvent.
Alger (F.). — Mlles Frelin, Tertois.
Ambert (C.). — M. *Gannat*.
Amiens. — MM. *Delcourt (E.)*, Ponchon, *Rambaud*, *Ranson (E.)*, Tournaux.
Annecy. — M. *Chanel*.
Argentan (C.). — M. *Verdy*.
Armentières (C.). — MM. Devin, Louvet.
Auch. — MM. Baillon, Baurens.
Aurillac. — M. *Hais*.
Barr (C.). — M. Bernard (P.).
Bayeux (C.). — M. Thomas.
Bayonne. — MM. Clément (T.), Giobbia, *Mazuel*.
Beauvais. — M. Pénaud.
Besançon. — MM. Durand (Ch.), Fauvernier, Gavoille, Israel, Meyer.
Besançon (F.). — Mlles Martin, *Poncey*, *Rousset*.
Béthune (C.). — M. Thiesset.
Béthune (C. F.). — Mlle Creton.

(1) Mlle Poncey et M. Fréchet.

Béziers (C.). — MM. Maury, Valez, Vigné.
Blois (C.). — M. Dirou.
Caen (F.). — Mlles de Curel, Létondot.
Carcassonne. — MM. Brunet, Radix.
Castelnaudary (C.). — MM. Eyraud (R.), Gâches.
Cette (C.). — MM. Marty (R.), Poux.
Chalons-sur-Marne (C.). — MM. Chrétien (A.), Dermie, *Morice.*
Charleville (F.). — Mlle *Arnould.*
Chateauroux. — MM. *Faure*, Richard (J.).
Chatellerault (C.). — M. Michaud.
Chaumont. — MM. Hubschwerlin, Nicolas, Ramondot.
Clermont-Ferrand. — MM. *Chattelun*, *Mahuet*, Pradet, Roddier, Sanselme.
Clermont-Ferrand (F.). — Mlle Pommier.
Clermont-l'Hérault (C.). — M. Bonnal.
Compiègne (C.). — M. Commanay.
Dijon. — MM. Coulon, Fleuchot, Lebel, Renaud.
Dijon (F.). — Mlle Dionot.
Douai. — MM. Dewailly, Gaudron, *L'Hévéder*, Ranson (H.).
Douai (F.). — Mme *Ranson-Merchier.*
Dreux (C. F.). — Mlle Lecornu.
Evreux. — M. Mouchette.
Evreux (C. F.). — Mlle Baudry.
Foix. — MM. *Chelle*, Clause.
Haguenau. — M. Pioger.
Honfleur (C.). — M. *Bellocq (H.).*
Issoudun (C.). — M. Meyssonnier.
La Flèche. — MM. Bellon, *Bessot*, *Convers*, Franceschini, Lagorsse, Léger, Morel (G.), Navel, *Prévost*, Taratte, Vallet.
Langres (C.). — MM. Changey, Malfreyt.
Lannion (C.). — M. Chrétien (M.).
Laon. — M. Labrunie.
La Roche-sur-Yon. — M. Deringère.
Laval. — MM. *Grèze*, Ménard.
Le Havre. — MM. Delens, Deschamps, *Pellissier* (...).
Le Havre (F.). — Mlle Bertrand.
Lisieux (C.). — M. Le Bret.
Louhun (C. G.). — Mlle *Blandin.*
Lyon, *Le Parc.* — MM. Garin, Pluchery, Robert.
Marmande (C.). — M. *Sourisse.*
Marseille. — MM. Bertrand, Caillet, Desouches, Font, Frizac, Janis, Maroger, Martin (...), *Picardat (R.)*, *Rabatel*, Roche, Turcan.
Maubeuge (C.). — M. Decoulx.
Meaux (C.). — M. Brotier.
Montpellier. — MM. Bourateu, Desbats, Esquirol, Fages, Gary-Bobo, Marchaud, Motte, Pons, Viallis.

Montpellier (F.). — Mlle Woirion.
Moulins (F.). — Mlle Emin.
Mulhouse. — MM. Eyraud (H.), Mercier.
Nantes. — MM. Blineau, Cassin, *Desanges*, Desforge, Francillon, Le Gentil, Sourd.
Narbonne (C.). — MM. Escafit, Guiraud.
Nevers. — M. Dufour (E.).
Niort. — M. Marchand.
Oran. — MM. *Bennezon*, *Bellivier*, Boulinier.
Paris, *Condorcet*. — MM. Arnould, Boutillier, Dauzats, Dedron, Defourneaux, Dumarqué, *Garnon*, Gros (C.), de Lapierre, Mérieux, Picardmorot, *Vuillard*.
Paris, *Janson*. — MM. Anzemberger, *Decerf*, Dumont (...), Gautheron, Julien, Lemaire, Lhébrard, Lhermitte, Martin, *Perfetti*, Rech, Sainte-Lague, Vacquant.
Paris, *Lakanal*. — M. Framboise.
Paris, *Michelet*. — MM. Ladet, Martinand, Poirot, Richard (E.).
Paris, *St-Louis*. — MM. Bocquet, Bourgonnier, Collin, Corot, Delcourt (P.), Durand (A.), Grévy, Labrousse, Lapointe, Lévy, Mathieu, Michel (Ch.), Pagès, Pradel, Rigollet, *Sauvigny*, Turmel, Vieillefond, Weill.
Paris, *Voltaire*. — MM. Loye, Masson, Pélissier (...), Pouthier.
Pau. — M. *Mirante-Péré*.
Perpignan (C.). — MM. Mengel, Pascot.
Pézenas (C.). — MM. Estibotte, Morguet.
Poitiers. — MM. Bellot, Dreyfus, Nourry, Ribaillier.
Quimper. — MM. *Beauverger*, Dassonville.
Rodez. — M. Dumas.
Saïgon. — MM. Gioan, Farcy.
St-Dié (C.). — M. Narré.
St-Etienne. — MM. Berthier, Carrière, *Gonneau*, Ninin, Sueur, Vallier.
St-Germain-en-Laye (C.). — MM. Bonin, Meunier, Roby.
Ste-Marie-aux-Mines (C.). — M. Millet (...).
St-Omer. — M. *Ellies*.
St-Quentin (F.). — Mlle *Joly*.
Sancerre (C.). — M. *Réault*.
Sarrebrück (Collège français) — Mlle Barbillon, M. Defoug.
Saverne (C.). — M. Rémondin.
Strasbourg (F.). — Mlle Collet.
Tarbes. — M. *Pédebucq*.
Thann (C.). — M. Maufront.
Toul (C.). — M. Cholez.
Toulon. — MM. Bouteiller, Claude, Costabel, Duchemin, Millot, Ozil.

TOURNON. — MM. Gros (...), Morel (...).
TOURNON (F.). — Mlle *Arnaud*.
TREIGNAC (C.). — M. Faugeron.
TROYES. — M. Mirabel.
TUNIS. — MM. Chaignon, Gründler, Lalande, Patou, Perrachon, *Thovert*.
TUNIS (F.). — Mlle *Astier*.
VALENCE. — MM. Melmoux, *Pagel*, Rivard.
VALENCIENNES (F.). — Mlle Moulin.
VENDÔME (C. F.). — Mlle Melet.
VERSAILLES. — MM. Aubry, *Escande*, Garde, Guadet, Le Diouron, Perrin, Schlesser.
VERSAILLES (F.). — Mmes Alba-Mignon, Chabauty, Mlle *Graff*.

III. Démarche du Bureau

Audience de M. le Directeur de l'Enseignement Secondaire

MM. BIOCHE, DELCOURT et DUMARQUÉ, représentant le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques, se sont présentés à M. le Directeur de l'Enseignement Secondaire le jeudi 16 novembre 1922, conformément aux instructions de la lettre suivante reçue par M. DUMARQUÉ le matin même :

Paris, 15 novembre 1922.

« En réponse à votre demande d'audience, j'ai l'honneur de vous faire « connaître que vous pourrez être reçu demain jeudi, entre 10 heures et midi, « par M. CROUZET, directeur par intérim de l'Enseignement secondaire, qui « s'empressera de me transmettre les vœux de votre Association. Aussitôt « M. le Ministre vous recevra. »

« Le Chef du Cabinet :
« P. ROLLAND-MARCEL. »

M. BIOCHE expose à M. le Directeur le danger que courrait l'enseignement scientifique (secondaire et supérieur) si les projets exposés par M. le Ministre de l'Instruction publique dans sa lettre aux Présidents des Commissions de l'Enseignement de la Chambre et du Sénat étaient appliqués. Puis il lui remet le texte de la déclaration adoptée par l'Association.

Le Bureau rappelle ensuite que M. BELLIN avait donné au lycée de Lille des instructions pour que l'enseignement du calcul en 6e A et en 5e A, qui avait été confié l'an dernier à des professeurs de Classes élémentaires, soit rendu aux professeurs de Mathématiques. Il signale qu'à Tourcoing et à Reims le même fait vient de se renouveler. M. le Directeur assure le Bureau qu'il ne considère pas, lui non plus, que des classes du Premier Cycle doivent être confiées aux professeurs de Classes élémentaires, et qu'il enverra à ces lycées les mêmes instructions qui ont pu être envoyées à Lille.

Enfin le Bureau exprime ses remerciements pour la Circulaire autorisant les jeunes filles à suivre dans les lycées de garçons les classes de Mathématiques A-B et de Philosophie, ainsi que l'Association des Professeurs de Mathématiques en avait émis le vœu dans son Assemblée générale de Pâques 1922. Il demande que la mesure soit étendue aux classes de Mathématiques Spéciales. M. le Directeur répond qu'il est actuellement lié par l'avis de la Section permanente, limitant l'innovation aux classes de Mathématiques A-B et de Philosophie, mais qu'il posera à nouveau la question.

IV. Au Conseil Académique de Paris

1. La Publication des Rapports des Inspecteurs d'Académie

L'an dernier, la Direction de l'Enseignement Secondaire s'était opposée à la publication des rapports lus par les Inspecteurs d'Académie de Paris au Conseil Académique. En réponse au vœu exprimé à la session de juin 1922 par les délégués des professeurs (1), M. le Ministre de l'Instruction publique a fait savoir qu'il serait disposé à revenir sur cette décision. J'ai demandé, au cours de la dernière session de décembre 1922, que M. le Recteur voulut bien solliciter, pour notre Association, l'autorisation de publier les rapports de M. Leconte. M. le Recteur ayant exprimé un avis favorable, nous espérons pouvoir donner ces rapports dans un de nos prochains *Bulletins*.

D'autre part, à la suite d'une conversation que j'ai eu avec M. le Recteur, je lui ai adressé une lettre, reproduite ci-après, au sujet de la Circulaire relative aux cours dictés.

Ch. Bioche

2. Lettre à M. le Recteur de l'Académie de Paris

Paris, le 3 décembre 1922.

Monsieur le Recteur,

J'ai eu l'honneur de vous entretenir de la circulaire ministérielle du 26 septembre 1922, communiquée par vous au corps enseignant. Vous avez bien voulu me demander de vous adresser une lettre à ce sujet ; c'est ce que je fais aujourd'hui.

Un professeur modifie sa méthode suivant la composition et l'effectif des classes qu'il a devant lui. Les Instructions de 1905 déclaraient qu'il fallait « laisser toute latitude au professeur pour employer les méthodes qui lui paraitraient les plus profitables aux élèves qu'il dirige ». De cette liberté découle la possibilité de choisir entre l'enseignement par le *cours* et l'emploi

(1) Voir le *Bulletin* n° 26, page 117.

du *manuel*. Dans les classes du Second Cycle le cours est estimé préférable au manuel par la grande majorité des professeurs et même des élèves. L'usage d'un manuel à imposer aux élèves présente d'ailleurs une difficulté : les externes se procureront bien le livre indiqué par le professeur — et leurs familles se plaindront peut-être des dépenses qui leur incombent — mais l'administration, à laquelle les crédits sont mesurés et qui possède un fonds d'ouvrages, pourra-t-elle fournir les internes et les boursiers ?

S'il y a eu quelques abus, et je sais qu'ils sont rares, il y a inconvénient à prendre une mesure générale qui risque — comme le montrent des exemples que vous connaissez — d'être interprétée dans un sens trop étroit. En tout cas le corps des professeure désire très vivement que — suivant une expression que j'ai citée plusieurs fois et qui me paraît bien à sa place ici — son activité soit sollicitée plutôt que réglementée.

Je vous prie donc, instamment, de vouloir bien prendre en considération les observations que j'ai l'honneur de vous présenter en étant, dans cette occasion, l'interprète de nombreux professeurs de mathématiques.

Veuillez agréer, Monsieur le Recteur, l'assurance de mon respectueux dévouement.

Ch. Bioche,
Professeur au Lycée Louis-le-Grand,
Membre du Conseil Académique de Paris,
Président de l'Association des Professeurs de Mathématiques.

V. Documents officiels

Rapport sur le Concours, en 1922 de l'Agrégation de l'Enseignement Secondaire de jeunes filles Section des Sciences Mathématiques (1)

Epreuves écrites (2).

1° *Composition d'arithmétique et d'algèbre.* — La première question a été convenablement traitée, au moins dans ce qui est relatif au cas général. Le cas d'indétermination n'a été élucidé que dans 4 copies. Les notes varient de 19 à 0; 31 sur 44 sont au moins égales à 10. La moyenne dépasse 11.

La seconde question n'a été abordée sérieusement que dans une douzaine de copies; elle n'a été vraiment résolue que dans deux. On s'étonne que certaines candidates aient songé à calculer l'expression de u_n avant celle de v_n quand le texte conseillait nettement l'ordre inverse, et que les deux valeurs de λ aient été aussi peu utilisées; une

(1) Le jury était composé de MM. Marijon, inspecteur général, président; Blutel, inspecteur général, vice-président; Mme Gravier, professeur au Lycée Fénelon, et de M. Malapert, professeur au Lycée Louis-le-Grand, adjoint pour l'épreuve de morale et de pédagogie.

Comme les années précédentes, il n'y a pas eu de Rapport sur le Concours de 1922 de l'Agrégation des Sciences Mathématiques (Lycées de garçons).

(2) Voir les énoncés *Bulletin* n° 27, pages 33 et 34.

fois connues les deux valeurs correspondantes de v_n, il était facile de résoudre le système

$$u_n - \lambda_0 u_{n-1} = v_n \qquad u_n - \lambda_1 u_{n-1} = v'_n$$

par rapport à u_n. Le cas particulier où λ_0 et λ_1 sont égaux pouvait se traiter directement ou par un passage à la limite. 12 notes sont au moins égales à 9. Les autres ne dépassent pas 6. La moyenne est 5,25.

Dans la troisième partie, l'absence d'une valeur explicite de u_n a empêché l'étude de la convergence de la série $\Sigma u_n x^n$. On n'a pas remarqué qu'il était facile d'obtenir directement une expression de $f(x)$. Cette expression a été donnée dans deux copies seulement. A part cinq notes : 19, 16, 14, 11, 8, toutes les autres sont inférieures à 6. La moyenne est 2,35.

C'est la quatrième question qui a donné les moins bons résultats. Cela s'explique par le défaut signalé dans la première partie. Deux candidates ont abordé le problème, sans résultat d'ailleurs. La moyenne est 0,2.

Beaucoup de candidates se sont ressaisies dans l'étude de la cinquième question, où les connaissances acquises prenaient le pas sur des qualités plus personnelles. 25 ont obtenu 10, ou au-dessus, la meilleure note étant 17. En général, les tracés graphiques n'ont tenu aucun compte des valeurs obtenues pour le maximum et le minimum de la fonction, et l'expression « aire géométrique » n'a pas été comprise du plus grand nombre : on a calculé une somme d'intégrales où il convenait de prendre une différence algébrique.

Malgré ces critiques, le jury est heureux de constater un progrès marqué sur l'ensemble des compositions de même nature de l'année précédente.

2° *Composition de géométrie et géométrie analytique.* — Pour la première fois, le sujet proposé exigeait la connaissance des notions de géométrie analytique à trois dimensions inscrites depuis longtemps au programme. Il semble que cette innovation ait désorienté un certain nombre de concurrentes : 10 de celles qui avaient une note moyenne dans la première épreuve ont remis des copies à peu près nulles, cotées 3 ou au-dessous.

1re Partie. — 21 candidates, sur 44, ont su former l'équation du cône circonscrit à une sphère. Deux des autres ont observé que la génératrice G pouvait être déterminée directement, ce qui leur a permis d'aborder la suite du problème.

Les questions accessoires, relatives à la section du cône par le plan $z = h$, et au lieu L du sommet s, ont donné lieu à un très petit nombre de réponses satisfaisantes.

Dans plusieurs copies, on n'a même pas vu que cette section était parabolique. Quelques candidates affirment que la courbe est une parabole « parce que son plan est parallèle à une génératrice du cône ». Enfin, la détermination du sommet et surtout celle du foyer donnent lieu à d'interminables calculs qui, la plupart du temps, ne conduisent à aucun résultat.

Trois concurrentes seulement ont obtenu les coordonnées du foyer. Une d'entre elles a su trouver ce point sans calculs, en constatant qu'il était sur la droite joignant le sommet du cône au point le plus haut de la sphère.

Quatre copies contenaient des essais plus ou moins nets de discussion du lieu L.

2e Partie. — 10 candidates ont obtenu l'équation de la surface du troisième degré; 4 d'entre elles ont montré que cette surface était aussi le lieu de la courbe L. Mais personne n'a abordé la recherche de la circonférence commune avec Σ ni démontré le contact.

Dans ces deux premières parties, on a trop oublié de faire appel à l'intuition géométrique, et de considérer la figure à laquelle se rapportaient les calculs. La mémoire joue parfois un rôle excessif. Quelques concurrentes vont jusqu'à apprendre par cœur l'équation de l'axe d'une parabole donnée sous la forme la plus générale, ou l'équation du faisceau des axes d'une conique quelconque. Cet effort inutile n'a donné que de mauvais résultats.

3e et 4e Parties. — La fin du problème devait, comme on le disait dans l'énoncé, être traitée par la géométrie pure. Elle était une application du théorème de Dandelin sur la détermination des foyers d'une section plane d'un cône droit.

Une seule des aspirantes a abordé sérieusement la 4e partie. Tandis que les autres se bornaient à constater qu'un foyer est au point de contact du plan de section tangent à la sphère inscrite, elle a su déterminer le 2e foyer par une application immédiate de l'homothétie, et elle a obtenu le lieu de ce point.

Signalons en passant une faute trop répandue : on paraît croire que le théorème de Dandelin n'a d'autre but que de donner la qualité et le genre des sections planes d'un cône droit. Des candidates à l'agrégation devraient savoir que l'étude de ces sections a été faite plus de vingt siècles avant que Dandelin ait donné une élégante détermination des foyers et des directrices. C'est précisément cette détermination qui fait l'objet du théorème auquel est attaché son nom.

Dans l'ensemble de l'épreuve, cinq copies, notées 15, 14, 14, 14 et 13, se détachent nettement, et accusent de réelles qualités; sept autres ont eu 10, ou au-dessus. Une vingtaine ne dépassent pas 5. Comme nous le disions au début, la géométrie dans l'espace paraît avoir été trop négligée.

3° *Composition sur un sujet de morale ou d'éducation* (1). — L'épreuve a été, dans son ensemble, très peu satisfaisante. 8 copies seulement

(1) *Expliquer et apprécier cette pensée d'un moraliste :* « La probité intellectuelle est la meilleure préparation à la loyauté morale ». *En faire l'application à l'enseignement scientifique.*

ont atteint ou légèrement dépassé la moyenne. Un petit nombre l'a approchée. La plupart ont été médiocres ou très médiocres; certaines même d'une faiblesse déconcertante.

Beaucoup de candidates ne se préoccupent pas suffisamment de préciser et de délimiter le sujet, d'en discerner avec quelque netteté le véritable sens et la portée, d'en distinguer les principaux aspects et les points essentiels; il semble parfois qu'elles n'aient pas songé à lire avec la moindre attention le texte proposé. Ainsi, il s'agissait de la « probité intellectuelle » ; plusieurs n'ont pas eu l'air de se douter que l'épithète « intellectuelle » avait un sens dont il fallait tenir compte. Aussi ont-elles parlé de la probité en général, du devoir de payer ses dettes ou de ne pas s'approprier un porte-monnaie trouvé dans la rue. De même, à peine quelques-unes se sont-elles demandé si l'enseignement scientifique, pour développer le mieux possible cette probité intellectuelle, ne devait pas être compris et donné *d'une certaine manière*, qu'il convenait justement de définir et de caractériser.

Il n'est pas étonnant, dans ces conditions, que le développement reste trop souvent superficiel, vague, et diffus, que le plan se montre fuyant, flottant, incertain.

Enfin, dans un trop grand nombre de copies, le style est mou, imprécis, et banal.

Seize candidates ont été admises à subir les épreuves orales. La moyenne des notes de leurs trois compositions écrites s'étage entre 12,75 et 8,2. Parmi elles, sept avaient déjà été admissibles précédemment; une seule affrontait le concours pour la première fois.

Epreuves orales.

Contrairement à ce qui s'était produit dans les deux concours précédents, la moyenne des leçons de géométrie et de cosmographie a été nettement supérieure à celle des leçons d'arithmétique et d'algèbre : 12,6 contre 10,8. Les six meilleures notes : 16,5, 16, 16, 15, 15 et 15, ont été attribuées à deux leçons de cosmographie et à quatre de géométrie. Six notes seulement sont inférieures à la moyenne : quatre se rapportent à l'arithmétique et à l'algèbre, deux à la géométrie.

Les trois quarts des candidates admissibles étaient des professeurs expérimentées, sachant se mettre à la portée des élèves. C'est ce qui explique l'ensemble très satisfaisant de l'oral. Cependant, la plupart d'entre elles, habituées, comme il convient, à tirer partie de la réaction de leur auditoire, ont quelquefois paru gênées par les conditions particulières aux leçons du concours, et ont montré des défauts que leur enseignement ne présente pas d'ordinaire, ou présente à un degré moindre. Certains exposés ont paru trop dogmatiques, ou ont eu l'allure de cours dictés. En arithmétique et en algèbre, le jury a relevé une tendance assez générale à faire plus de place au calcul qu'à la logique, et à négliger les grandes lignes pour insister sur des détails.

Huit places étaient mises au concours. Les huit premières concurrentes ont eu une moyenne générale comprise entre 13,25 et 11. Celles qui venaient ensuite sur la liste de classement suivaient de très près, avec 10,85, 10,75, 10,6. Une seule parmi les reçues avait une moyenne d'oral inférieure à 12 ; elle a racheté la faiblesse relative de ses leçons par une réelle supériorité dans les épreuves écrites.

Ces résultats confirment pleinement les conclusions de notre rapport de 1921. Le recrutement de nos agrégées reste satisfaisant.

L'Inspecteur général, président du jury :
A. Marijon.

VI. Communications diverses

1. Au sujet des Cours dictés

Ainsi que l'avait annoncé le *Bulletin* n° 27, des membres de l'Association se sont réunis au Lycée Louis-le-Grand, le 30 novembre 1922, pour s'entretenir de la récente circulaire relative aux cours dictés (1).

M. Guadet analysa les Instructions jointes aux programmes de 1922, et constata que non seulement le *Cours* n'est pas proscrit, mais encore que les instructions admettent implicitement que le professeur fait un cours. Il signala ce qui s'était passé quand l'enseignement de l'histoire fit l'objet d'une circulaire ministérielle en 1908 (*Bulletin administratif* n° 1818, 21 mars 1908, p. 347) : une note très courte, signée du Ministre, annonçait l'envoi d'instructions rédigées par l'Inspection générale à la suite de nombreux échanges de vues, au Musée pédagogique, entre les professeurs compétents ; puis venaient, comme documents transmis, ces instructions ; c'était ainsi plus courtois, plus régulier et conforme aux principes.

M. Serrier déclara qu'à défaut d'instructions écrites, pour les mathématiques, il y avait des instructions données par les Inspecteurs généraux, et que les élèves sont noyés s'ils n'ont qu'un livre à leur disposition, sans notes manuscrites prises en classe : c'est un fait d'expérience.

M. Anzemberger s'étonna que la circulaire ait été communiquée à la Presse avant que les professeurs en ait eu connaissance.

M. Isay fit observer que la circulaire parle des plaintes des familles, mais que ce sont toujours les parents des mauvais élèves qui se plaignent des professeurs et incriminent leurs méthodes.

M Weber, appuyant les remarques faites par le Comité au cours

(1) Etaient présents : MM. Angelloz-Pessey (*Buffon*), Anzemberger (*Janson-de-Sailly*), Commanay (Compiègne), Delcourt P. (*St-Louis*), Dumarqué (*Condorcet*), Escande (Versailles), Guadet (Versailles), Isay (*Carnot*), Julien (*Janson-de-Sailly*), Meunier (Saint-Germain-en-Laye), Picardat M. (*Charlemagne*), Richard E. (*Michelet*), Serrier (*Louis-le-Grand*), Sizaire (*Charlemagne*), Weber (*Buffon*), Weill (*St-Louis*).

de sa réunion du 26 octobre 1922 (1), ajouta qu'on ne peut imposer une méthode uniforme à des professeurs de tempérament différents et que, de plus, de telles instructions devraient être données par l'intermédiaire des Conseils techniques ou de l'Inspection générale.

Finalement, les membres présents, pensant qu'il pouvait être fait confiance à leur conscience professionnelle pour s'acquitter au mieux de leurs devoirs, chacun suivant son tempérament, et regrettant qu'un professeur puisse être mis brutalement dans l'alternative de passer outre aux instructions ministérielles ou de trahir les intérêts des élèves dont il a la charge, ont prié le Comité de l'Association des Professeurs de Mathématiques de faire les démarches nécessaires pour que toute latitude soit laissée aux professeurs.

2. Au sujet des théorèmes de Poncelet

M. Commissaire, préparant une *Géométrie* où figurera la démonstration indiquée dans le *Bulletin* n° 27 par MM. Brachet et Dumarqué, désire signaler qu'il la donne depuis longtemps dans son enseignement.

DEUXIÈME PARTIE

Adresser au Secrétaire, M. Delcourt, 17, rue Louis-Braille, Paris 12e, toute communication relative à la rédaction de la deuxième partie du *Bulletin*.

Il remercie les membres de l'Association, qui ont bien voulu lui envoyer dès leur apparition des énoncés de problèmes d'examens ou de concours ou lui signaler des articles de pédagogie ou d'enseignement mathématique publiés par des Revues françaises ou étrangères.

Sur quelques énoncés de problèmes tirés de propositions classiques

Voici une suite de propositions classiques de Géométrie desquelles il est possible de tirer de nombreux énoncés de problèmes pour les élèves.

Nous partirons du théorème suivant : *Etant donné deux cercles* (C), (C'), *de centres* I, I', *de rayons* r, r', *et dont les centres d'homothétie sont* A *et* A', *le cercle de diamètre* AA' *appartient au faisceau déterminé par* (C) *et* (C').

Plusieurs démonstration géométriques s'appliquant à tous les cas de figure, ont été données de ce théorème. Indiquons la suivante qui ramène la proposition à une autre plus générale. Le cercle de diamètre AA' est le lieu des points M tels que $\frac{MI}{MI'} = \frac{r}{r'}$, ou encore le lieu des

(1) Voir le *Bulletin* n° 27, page 14 et suivantes.

points M tels que $\dfrac{\overline{MI}^2 - r^2}{\overline{MI'}^2 - r'^2} = \dfrac{r^2}{r'^2}$. Par une application répétée de l'identité de Leibnitz, on montre que le lieu des points dont les puissances par rapport à deux cercles sont liées par une relation linéaire et homogène est un cercle du faisceau.

Relativement au théorème énoncé, on peut encore faire les remarques suivantes :

1° En transformant par inversion, avec un choix convenable du centre et du module, on déduit d'une part que les polaires d'un centre d'homothétie par rapport aux deux cercles sont équidistantes de leur axe radical, d'autre part que les pôles de l'axe radical par rapport aux deux cercles forment une division harmonique avec les centres d'homothétie.

2° Substituons aux deux cercles (C) et (C') deux cercles concentriques de rayons kr et kr'. Le cercle de diamètre AA' appartient au faisceau déterminé par les nouveaux cercles. L'axe radical du nouveau faisceau se déduit de l'ancien axe radical par une homothétie de centre G milieu de II' et de rapport k^2. En particulier, si les nouveaux cercles sont les cercles orthoptiques de (C) et (C'), le rapport d'homothétie est 2.

Arrivons maintenant au théorème, principal objet de cette note, théorème qui n'est du reste qu'un cas particulier de celui de Faure.

Etant donné un triangle ABC, *d'orthocentre* H, *si* M *est un point quelconque de l'un des côtés, par exemple du côté* BC, *le cercle de diamètre* AM *et les 4 cercles orthoptiques des 4 cercles tangents aux côtés du triangle ont* H *pour centre radical commun.*

La première partie de ce théorème constitue un exercice classique. Si O est le centre du cercle circonscrit au triangle, R son rayon, la puissance de H par rapport au cercle de diamètre AM est $\dfrac{\overline{MO}^2 - R^2}{2}$.

Appelons (C) et (C') les cercles de centres I, I', de rayons r, r', l'un inscrit au triangle, l'autre exinscrit dans l'angle A. Leurs centres d'homothétie sont A et A'. Si G est le milieu de II', l'axe radical de (C) et (C') est la droite de Simson du point G par rapport au triangle ABC. Par suite, l'axe radical commun au cercle de diamètre AA' et aux cercles orthoptiques de (C) et (C') passe par l'orthocentre H, et on a :

$$\overline{HI}^2 - 2r^2 = \overline{HI'}^2 - 2r'^2 = \frac{\overline{HO}^2 - R^2}{2}$$

Applications : I. Le théorème de Faure permet, en utilisant en outre la relation d'Euler, — c'est-à-dire la relation que vérifient les rayons de deux cercles, l'un inscrit ou exinscrit, l'autre circonscrit à un triangle et la distance de leurs centres, — de déduire le théorème de Feuerbach : *le cercle des neuf points d'un triangle est tangent au cercle inscrit et aux trois cercles exinscrits.*

II. Une deuxième application est relative au quadrilatère complet. Considérons un quadrilatère dont les 4 côtés sont tangents à un cercle (C) de centre I. Soit H l'orthocentre de l'un des 4 triangles que l'on peut former en prenant trois des côtés du quadrilatère. Le point H a même puissance par rapport aux trois cercles (Γ) décrits sur les trois diagonales comme diamètres et au cercle orthoptique de (C). D'une part, les 4 points tels que H sont sur une droite (D), d'autre part les milieux des trois diagonales et le centre I de (C) sont sur une droite (D') perpendiculaire à (D).

Il est à peine utile de faire remarquer que si le quadrilatère n'est pas circonscriptible, il n'en subsiste pas moins que les 4 points H sont sur une droite (D) directrice de la parabole tangente aux quatre côtés du quadrilatère et les 3 centres des cercles (Γ) sur une droite (D') perpendiculaire.

Il est en outre aisé de démontrer les propriétés suivantes : 1° *Le cercle circonscrit au triangle formé par les trois diagonales du quadrilatère coupe orthogonalement les cercles* (Γ) *et a par suite son centre sur* (D) ; 2° *Si le quadrilatère supposé convexe est inscriptible, le point de rencontre des deux diagonales ordinaires est sur la droite* (D).

III. — Le problème suivant constitue une troisième application : 1° *Si un cône de sommet* S *a pour base un cercle* (C) *de centre* I *et de rayon r, et s'il est capable d'un trièdre trirectangle circonscrit, il est capable d'une infinité de tels trièdres.*

2° *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un cône à base circulaire soit capable d'un trièdre trirectangle circonscrit est* $SI = r\sqrt{2}$.

3° *Pour un tel cône, si* H *est la projection de* S *sur le plan de* (C), *la trace sur ce plan du cône supplémentaire est une conique dont l'un des foyers est* H, *la directrice relative à ce foyer étant la polaire de* H *par rapport au cercle orthoptique de* (C).

Tous les résultats précédents sont acquis élémentairement. En utilisant certains d'entre eux, le théorème corrélatif du théorème de Desargues et la propriété que si dans deux faisceaux en involution il y a deux couples de rayons conjugués rectangulaires, tous les rayons conjugués sont deux à deux rectangulaires, on déduit d'une part le lieu des centres des coniques inscrites dans un quadrilatère, d'autre part le théorème de Faure avec l'un et l'autre des deux énoncés connus : 1° *Tout cercle* (C') *conjugué à un triangle* (T) *circonscrit à une conique* (C) *coupe orthogonalement le cercle orthoptique de* (C) ; 2° *Tout cercle* (C') *circonscrit à un triangle* (T) *conjugué à une conique* (C) *coupe orthogonalement le cercle orthoptique de* (C). Comme conséquences de ce théorème, on déduit notamment les démonstrations classiques relatives au lieu du centre d'une hyperbole équilatère soit circonscrite, soit inscrite, soit conjuguée à un triangle (T).

J. Coissard,
Professeur au Lycée Pasteur.

Sur les Comptes courants

Tous les livres d'arithmétique ou de comptabilité que je possède disent, à propos des comptes courants et d'intérêts : « La méthode directe (où les intérêts *additifs* sont calculés du jour de l'inscription de chaque capital au jour de règlement de comptes) n'est pas employée, car son emploi nécessite la connaissance anticipée du jour du règlement. A défaut de cette connaissance, elle ajourne tous les calculs d'intérêts au jour du règlement. »

C'est un cliché traditionnel qui se transmet, comme beaucoup d'autres.

Or dans certaines banques de province on utilise cette méthode dont le jeu des intérêts est plus facile à saisir pour la clientèle non initiée que celui des intérêts *soustractifs* de la méthode indirecte, et pas plus que la méthode indirecte, elle ne nécessite la connaissance anticipée du jour du règlement. Depuis bien des années j'enseigne à mes élèves qu'au cas où un client vient demander le règlement de son compte à une date, 20 mars par exemple, qui ne coïncide pas avec l'époque, 31 mars par exemple, qui avait servi de base aux calculs, il est possible de se tirer d'affaire rapidement. Il suffit, comme dans la méthode indirecte, de faire porter intérêt à la balance des capitaux, comme à tout autre capital, en lui donnant comme date de valeur le 20 mars, les capitaux débiteurs et créditeurs étant ainsi équilibrés, un changement d'époque pour le calcul des intérêts n'a pour effet que d'augmenter (ou de diminuer) les intérêts débiteurs et les intérêts créditeurs d'une même somme, le solde n'est pas modifié.

E. Dufour.
Professeur au Lycée de Nevers.

Enoncés de Problèmes de Mathématiques

1. École Normale Supérieure de Sèvres, 1922

Arithmétique et Algèbre. — On considère l'équation en z

$$z^2 - 2pz + 1 = 0$$

$$p = \sin\varphi + i\cos\varphi, \qquad \varphi \text{ angle donné.}$$

Soient z' et z'' les racines.

1° Montrer, sans calculer z' et z'', que leurs modules (1) sont inverses, que leurs arguments (1) sont opposés et trouver les valeurs de φ pour lesquelles ces racines sont réelles ou sont de la forme ki (k réel).

Calculer le module et l'argument de chacun des nombres $z' - p$, $z'' - p$.

2° $\cos\varphi$ étant négatif, montrer que les nombres $z' + i$, $z'' + i$ ont le même module, qu'on calculera, et que les nombres $z' - i$, $z'' - i$ ont le même argument qu'on calculera également.

Examiner le cas où $\cos\varphi$ est positif.

3° Représenter géométriquement les divers nombres complexes rencontrés ; on sera ainsi conduit à figurer simplement le mode de déplacement des points représentatifs des nombres z' et z'' quand φ varie.

(1) Quand un nombre complexe est mis sous la forme

$$r(\cos\alpha + i\sin\alpha), \qquad r > 0$$

r est dit le module et α un argument.

Géométrie. — Soit un triangle isocèle ABC ; BC est la base, O est le milieu de cette base. (Les côtés seront indéfiniment prolongés).

Deux points mobiles M et N sont pris respectivement sur les droites BA et CA, du même côté de BC, de manière que BM et CN aient pour moyenne géométrique OB.

1° Montrer que les triangles MON, MBO, OCN sont semblables.

Trouver le lieu du centre du cercle circonscrit au triangle MON. Trouver aussi le lieu du pied de la perpendiculaire menée de O sur MN ainsi que la courbe à laquelle la droite MN reste tangente. On trace les bissectrices des angles formés par les droites OM et ON ; trouver les lieux des points D et F, où elles coupent la droite MN.

2° On transforme la figure par une inversion du centre O et on nomme l'inverse de chaque point en accentuant la lettre qui le désigne.

Noter les particularités simples que présente le triangle M'ON' relativement à la direction du côté M'N' et à sa longueur, à l'angle M'ON', etc. ; déduire de là les lieux des points D' et F'.

Tirer de cette transformation par inversion le lieu du point de contact de la tangente mobile au cercle MON menée par le point d'intersection des droites MN et BC.

2. Baccalauréat 2e Partie-Mathématiques, juillet 1922

Aix-Marseille : On donne un axe dirigé $x'Ox$ et une droite Δ passant par O et faisant avec Ox un angle de 30°. Sur Ox on considère un point fixe A d'abscisse a ($\overline{OA} = a$) et un point mobile C d'abscisse x ($\overline{OC} = x$). La circonférence de centre C et de rayon CA coupe la droite Δ en deux points D et E. On trace le diamètre de la circonférence précédente perpendiculaire à Δ ; soient M et M' les extrémités de ce diamètre, F le point où il rencontre Δ.

En supposant que x varie de 0 à $+\infty$, on demande :

1° le lieu des points M et M' ;

2° les variations de la somme $DE + 3CF$.

Calculer à $\frac{1}{100}$ près la valeur du maximum de cette somme en supposant que $a = \sqrt{3}$.

Alger : On donne un cylindre droit à base circulaire (rayon R, hauteur 2R) et dans la base AB un cercle C de rayon a concentrique à cette base.

Un point S pris sur l'axe (à l'extérieur) est le sommet d'un cône qui passe par C et coupe la surface cylindrique suivant un cercle MN compris entre les bases. Soit Σ le solide formé par l'ensemble du cône SMN et du cylindre DEMN.

1° Déterminer a de façon que le volume de Σ soit indépendant de la position de S. (Dans la suite, a conserve la valeur ainsi définie).

2° Etudier la variation de la surface totale de Σ. (On prendra pour variable $OS = x$.)

3° On considère le solide Σ dont la surface totale est minima et on le suppose homogène. Trouver son centre de gravité. Trouver les positions d'équilibre quand ce solide s'appuie sur un plan horizontal par sa surface convexe.

(La figure, représentant une section par un plan méridien, montre que DE *est la seconde base du cylindre et* O *le centre de* C*).*

Besançon : En un lieu terrestre, de latitude nord λ, on mesure l'ombre portée BC, par le style vertical AB, à midi vrai, instant du passage du soleil au méridien. Cela posé, on demande :

1° l'expression de BC, en fonction de AB : *a)* aux équinoxes ; *b)* aux solstices ;

2° quelle doit être la déclinaison du soleil pour que l'ombre BC soit : *a)* égale à AB ; *b)* le double de AB ;

3° combien de fois et en quelles saisons ces phénomènes peuvent-ils se produire ? Appliquer à Besançon, dont la latitude, $\lambda = 47°15'$, avec un style AB, de 5 mètres ;

4° si l'on déplace le style AB, le long d'un méridien, peut-on rencontrer des zones terrestres où l'ombre de AB soit nulle ? ou infiniment grande ? Discuter. On supposera le soleil réduit à un point lumineux et on prendra, pour l'inclinaison de l'Ecliptique sur l'Equateur, la valeur $23°27'$.

(*La figure montre que* BC *est l'ombre portée sur l'horizon du point* B).

Bordeaux : 1° Les projections horizontale et verticale d'une droite qui rencontre la ligne de terre en un point A font avec cette droite les angles x et y ; d'un point B, situé sur la ligne de terre à la distance a du point A, on abaisse une perpendiculaire sur la droite : calculer, en fonction de x et de y, la longueur d de cette perpendiculaire.

2° On suppose que d est une longueur donnée ; montrer que les angles x et y ne peuvent dépasser certaines limites.

3° On donne, en même temps que d, la somme $x + y$; montrer comment on peut calculer x et y ; discuter dans le cas où $x + y = \frac{\pi}{4}$.

Caen : Etudier la variation de la fonction

$$y = \frac{3 - x}{x(1 - 3x)}$$

(On ne construira pas la courbe représentative de la variation.)

Cette fonction présente, comme on le constatera, un maximum α et un minimum β ; les valeurs α, β, positives toutes deux, étant connues par l'étude précédente, construire à l'aide de la règle et du compas, sans faire intervenir aucun calcul d'approximation, les angles aigus φ, ψ, respectivement définis par les formules

$$\mathrm{tg}^4 \varphi = \alpha \qquad \mathrm{tg}^4 \psi = \beta,$$

et indiquer la relation simple qui existe entre ces deux angles.

Clermont : On se propose de mesurer la distance d'un point O à un point P qui n'est pas visible de O. A cet effet, on choisit deux points A et B, en ligne droite avec O et d'où l'on voit O et P. On mesure les distances OA $= a$, OB $= b$, et les angles OAP $=$ A et OBP $=$ B.

1° Vérifier que la distance x cherchée est donnée par la formule

$$x^2 = \frac{a^2 \sin^2 A + b^2 \sin^2 B - 2ab \sin A \sin B \cos(A + B)}{\sin^2 (A + B)}.$$

2° On choisit les points A et B de manière que la somme A + B soit très voisine d'un angle droit, et l'on pose $A + B = \frac{\pi}{2} + y$, y étant évalué en radians. Montrer que, si l'on pose $\frac{b \sin B}{a \sin A} = \mathrm{tg}\, \varphi$, on peut prendre la formule approchée

$$x = \frac{a \sin A}{\cos \varphi} + ky,$$

k désignant un certain coefficient que l'on calculera.

3° Calculer x, à un décimètre près, avec les données numériques suivantes : $a = 250^m$; $b = 386^m,4$; $A = 61^{\text{grades}},8$; $B = 37^{\text{grades}},4$.

(La figure montre le point O entre les deux points A et B).

Dijon : 1° On donne dans l'espace une droite fixe Δ et deux points fixes A et A' ; M étant un point variable de Δ, on envisage les deux cercles C et C' passant par M et tangents à la droite AA' respectivement aux points A et A'. Ces deux cercles se coupent en un second point P dont on demande le lieu.

2° On suppose ensuite que AA' rencontre Δ en un point B et lui soit perpendiculaire. Soient N le second point de rencontre de C avec Δ et Q l'intersection des tangentes à C en M et N ; on désigne par y le rayon de C, par x la distance de Q au centre de C, par a la distance AB. Trouver la relation qui relie x, y et a et en déduire le lieu du point Q.

Grenoble : Sur le segment de droite AB de longueur $4a$, on marque entre A et B le point C tel que AC $= a$ et on trace un cercle de rayon variable x, tangent en C à AB ; par les points A et B on mène les tangentes à ce cercle autres que AB : soit M leur point de rencontre.

1° Etablir les formules donnant en fonction de x les tangentes des moitiés des angles du triangle AMB et les côtés MA, MB de ce triangle. Les mêmes formules conviennent-elles quel que soit x ? Pour quelles valeurs de x le triangle est-il rectangle ? Tracer la courbe représentant la variation de $\operatorname{tg} \frac{\mathrm{AMB}}{2}$.

2° Lieu du point M lorsque x varie. Sommets, directrices et asymptotes de ce lieu (L). Angle des asymptotes. La tangente en M à (L) coupe AB en E ; on désigne par H la projection de M sur AB et par O le milieu de AB ; calculer OE et OH, en déduire que E et H sont conjugués harmoniques par rapport aux sommets de (L). Vérifier que MA + MB = 4OH.

3° Que devient le lieu (L) si, dans le problème, on remplace le point C par le point D, pris entre A et B tel que AD $= 3a$?

Déterminer le centre I' et le rayon x' du cercle tangent en D à AB qui donnent le même point M que le cercle de centre I, de rayon x, tangent en C à AB. Enveloppe de la droite II' lorsque x varie.

Lille : Etant donnés une spère de rayon R et un plan sécant situé à la distance h du centre, qui partage la sphère en deux secteurs, étudier la variation du rapport des aires totales de ces deux secteurs quand le plan se déplace en restant parallèle à un plan fixe.

(N. B. — L'aire totale d'un secteur s'obtient en ajoutant les aires de la zone sphérique et des cercles qui limitent le secteur.)

Lyon : Soient (F) et (F') deux circonférences de centres respectifs F et F' et de rayons respectifs R et R' (R > R'), tangentes intérieurement au point I ; d'un point quelconque P de la tangente commune II, on mène les tangentes PT et PT' autres que la tangente PI aux deux circonférences (F) et (F') ; T et T' désignant les points de contact de ces tangentes on trace les droites FT et F'T' qui se coupent au point M.

1° Démontrer que PT = PT', MT = MT'.

2° Démontrer que le lieu du point M est une ellipse de foyers F et F' dont la tangente en M est la droite MP. Calculer les longueurs des axes de cette ellipse en fonction de R et R'.

3° Démontrer que la droite TT' passe par l'un des centres d'homothétie des deux circonférences (F) et (F').

4° Posant angle $\widehat{\mathrm{FMF'}} = 2\varphi$, IP $= d$ et désignant par r le rayon du cercle inscrit au triangle FMF' et par r' le rayon du cercle ex-inscrit dans l'angle FMF' au même triangle FMF' calculer $\operatorname{tg} \varphi$, r, r' et le rapport $\frac{r'}{r}$, en fonction de R, R' et d.

(Voir, dans le prochain Bulletin, *un fac-similé de la figure (...!!!...) — superflue, heureusement — qui accompagnait le texte remis aux candidats).*

Montpellier : On considère un vase ABCD ayant la forme d'un cylindre de révolution. Le diamètre du cercle de base est désigné par a, la hauteur par b.

1° Le vase est invariablement fixé à une table horizontale fixe. On place une barre mince, rectiligne BE de la façon qu'indique la figure : l'extrémité B s'appuie sur la paroi du cylindre et sur le fond du vase, la barre est dans un plan vertical passant par l'axe du cylindre.

Quelle est la plus grande longueur que l'on puisse donner à la barre si l'on veut que la position précédente soit une position d'équilibre ?

2° Le vase repose sur la table sans lui être fixé ; on donne les poids P et P' de la barre et du vase. Trouver encore la plus grande longueur de la barre pour laquelle le système est en équilibre.

3° Même question, en supposant cette fois-ci que le vase est remplacé par un tube cylindrique de même dimension, mais dépourvu de fond. En B la barre s'appuie sur la table et sur le tube.

On supposera tous les corps homogènes et polis. Le cylindre est supposé d'épaisseur négligeable, son bord supérieur AD est arrondi en forme de tore ; la réaction du cylindre sur la barre, en D, est par suite normale à la barre.

Donner les réponses dans le cas particulier :

$$a = b = 10^{\text{cm}} ;\quad P' = 3^{\text{kg}} ;\quad P = 1^{\text{kg}}.$$

(La figure représente le rectangle ABCD *section du cylindre par un plan méridien ;* BC *est le diamètre de base, placé sur la table horizontale. La tige* BE, *disposée suivant la diagonale* BD *du rectangle et figurée plus grande que cette diagonale, repose en* D *sur le bord supérieur du cylindre).*

Nancy : Un mobile se déplace sur une droite horizontale Ox et doit parcourir une longueur totale OA $= l$ en deux phases successives :

1^re^ phase : Il part de O sans vitesse initiale et prend un mouvement uniformément accéléré, d'accélération positive donnée γ_1.

2^e^ phase : Au bout d'un certain temps qui n'est pas donné à l'avance, le mobile prend un mouvement uniformément retardé, d'accélération $-\gamma_2$ (γ_2 étant un nombre donné positif) ; la vitesse qu'il possède au début de la deuxième phase est égale à celle qu'il a acquise à la fin de la première.

Sachant que le mobile doit parvenir au point A sans vitesse à la fin de la deuxième phase, on demande de déterminer les temps respectivement employés par le mobile pendant les deux phases de son mouvement, et les espaces parcourus correspondants.

Représenter graphiquement la variation de la vitesse et celle de l'abscisse du mobile en fonction du temps.

En supposant que le mobile ait une masse m, quelles forces lui sont appliquées pendant les deux phases et quels sont les travaux de ces forces ?

Application numérique : $l = 800^{cm}$; $\gamma_1 = 0{,}8$; $\gamma_2 = 0{,}2$; $m = 1000^{g}$

Paris : On considère deux demi-circonférences de même rayon ($OA = O'A = R$) tangentes extérieurement en A, et une parallèle BC à la ligne des centres.

1° Evaluer l'aire du triangle ABC en fonction de R et de l'angle $OAB = x$.

2° Etudiez les variations de cette aire, le point B décrivant la demi-circonférence O. Construire la courbe représentative des variations en supposant $R = 1^{cm}$.

3° Evaluer le rayon du cercle inscrit dans le triangle ABC en fonction de R et de x. Calculer ce rayon à 0,01 près dans le cas où l'aire du triangle est maximum.

(La figure montre les trois points O', A *et* O *en ligne droite, les deux demi-circonférences d'un même côté de cette droite, et les points* C *et* B *situés respectivement sur les demi-circonférences et de telle sorte que l'angle* BAC *soit aigu).*

Poitiers : n étant un nombre entier supérieur à 2, démontrer que le produit $n^2(n^2 - 1)(n^4 - 16)$ est toujours divisible par 360.

Rennes : On donne une demi-circonférence de diamètre AOB ($OA = OB = R$).

Soit OC le rayon perpendiculaire au diamètre AB, AD la tangente en A.

Par un point M de la demi-circonférence, on mène la parallèle à AB, qui rencontre OC en P.

1° Les droites OM, AP se rencontrent en un point I ; on demande de calculer les distances du point I aux deux droites AB, AD en fonction de l'angle $BOM = x$ et du rayon R.

Quel est le lieu du point I lorsque M décrit la demi-circonférence ?

2° Calculer, en fonction de x et de R, l'aire S du *trapèze convexe* qui a pour bases OA et PM. Etudier la variation de S en fonction de x et tracer la courbe représentative de cette variation lorsque x croît de 0 à π.

Strasbourg : On donne un triangle ABC et un point D sur le côté BC (entre B et C). Par ce point D, on mène deux droites DE et DF, également inclinées, mais en sens contraires, sur BC. La première coupe le côté AB (ou son prolongement) en E, la deuxième coupe le côté AC (ou son prolongement) en F. Etudier la variation de l'aire du triangle DEF.

On considérera comme données les longueurs $BD = b$ et $CD = c$, et les angles B et C du triangle, *tous deux aigus.*

Toulouse : Soit un trapèze, dont la grande base $AB = a$ est invariable en grandeur et en position.

Le côté oblique $AD = m$ et la petite base $DC = b$ ne sont invariables qu'en grandeur.

On demande les lieux géométriques :

1° du point d'intersection O des diagonales du trapèze ;

2° du centre de gravité de l'aire du triangle OAB.

3. Baccalauréat 1re Partie C et D, juillet 1922

Aix-Marseille : On donne une sphère de diamètre $AB = 2R$. On la coupe par un plan P perpendiculaire sur AB en un point H tel que $AH = x$. Ce plan détermine dans la sphère un cercle (C).

1° Calculer, en fonction de R et de x, le volume du segment sphérique qui a pour hauteur AH, ainsi que le volume du cône qui a pour sommet B et pour base le cercle (C) ;

2° Etudier, en fonction de x, les variations de ces deux volumes et les représenter par des courbes que l'on dessinera sur la même figure ;

3° Déterminer le plan P de façon que les deux volumes soient égaux. Comparer les résultats de la discussion avec ceux que donne l'examen direct des deux courbes.

Alger : On donne une demi-sphère de diamètre $SH = 2R$ et un cône droit ayant pour sommet S, pour hauteur SH et pour demi-angle au sommet $\widehat{PSH} = \alpha$.

Un plan AOBC perpendiculaire (*en* O) à SH détermine dans la demi-sphère un demi-segment sphérique SOCM de volume V_1 et dans le cône SPQ un cône droit SAB de volume V_2.

1° Exprimer, en fonction de $SO = x$, la différence $V_1 - V_2$ et étudier la variation de cette fonction quand le plan sécant se déplace parallèlement à lui-même.

2° Comment doit-on choisir α pour que la fonction puisse prendre des valeurs négatives ? Quel est dans ce cas le maximum de sa valeur absolue ?

Besançon, Série C : 1° Etudier la variation de la fonction

$$y = x^3 + \frac{1}{x}, \text{ où } x \text{ est positif.}$$

2° Construire la courbe figurative.

3° Soient : M un point de cette courbe ; MT la tangente en M, rencontrant en T l'axe Ox, et MA la perpendiculaire abaissée de M sur l'axe Ox, qu'elle rencontre en A.

Déterminer l'abscisse du point M, c'est-à-dire la longueur OA, de façon que $MA = \frac{3}{2} AT$.

Besançon, Série D : Sur une droite indéfinie, on a choisi une origine O et un sens positif. Deux mobiles A et B devant se déplacer sur cette droite, partent en même temps du point O. Les espaces x_1, x_2

qu'ils parcourent sur cette droite sont, respectivement au temps t,

$$x_1 = t^4 - t^2,\ x_2 = t^3 - t^2.$$

1° Exprimer la vitesse et l'accélération de chacun de ces mobiles.

2° Calculer les positions des mobiles quand B a une vitesse nulle, puis quand A a une vitesse nulle.

3° Déterminer à quelle époque, antérieure au temps $t = 1$, les mobiles sont le plus éloignés l'un de l'autre. Quelle est alors leur distance ?

4° Résumer par ordre chronologique les principales particularités du mouvement.

Bordeaux : Dans un angle ABC, l'angle en B est double de l'angle en A ; le côté AB et la hauteur CH sont liés par la relation $\frac{AB}{CH} = \frac{11}{4}$. Calculer les tangentes trigonométriques des angles A, B et C.

Caen : Calculer la dérivée de la fonction

$$y = 9x^4 - 16x^3 + 8x^2 - \frac{16}{27}.$$

Etudier le signe de cette dérivée, et en déduire la variation de la fonction. Construire la courbe représentative de la variation.

Clermont : Résoudre et discuter l'équation

$$\sin 3x - \sin 2x = m \sin x$$

où m est un paramètre variable.

Dijon : On considère dans un plan un contour polygonal OABC formé de trois côtés consécutifs d'un pentagone régulier convexe. Par le point O on mène un axe $x'Ox$ et l'on désigne :

par α l'angle que la direction OC fait avec Ox,

par B' et C' les projections orthogonales de B et C sur $x'Ox$.

Déterminer les valeurs de α, comprises entre 0 et 2π, pour lesquelles les longueurs OB' et B'C' sont égales.

Grenoble : La circonférence de centre O et de rayon r est le grand cercle d'une sphère S.

Dans le plan du cercle O, on considère une corde QR qui tourne autour du point fixe Q de la circonférence et qui fait, avec le diamètre fixe QP, un angle aigu variable α.

La corde QR est la trace sur le plan du cercle O (plan de la figure) d'un plan sécant à la sphère S perpendiculaire au plan du cercle. Ce plan sécant coupe la sphère S suivant un petit cercle dans lequel on inscrit le carré ayant QR pour une de ses diagonales ; on considère alors la pyramide qui a pour base ce carré et pour sommet le point P diamétralement opposé à Q.

1° Calculer le volume V de cette pyramide en fonction de sin α. En posant $x = \sin \alpha$, étudier la variation de V quand x varie. Maximum de V, courbe des variations.

2° Démontrer que les deux faces latérales de la pyramide qui se coupent suivant l'arête PQ sont deux triangles rectangles ayant PQ pour hypoténuse commune.

3° En désignant par $2b$ le rectiligne du dièdre PQ de la pyramide, calculer $\cos b$ en fonction de $\sin \alpha$.

Lille : Sur une droite $x'Ox$, orientée de gauche à droite, un point M se déplace d'un mouvement uniformément varié : son accélération est de 2 m. par sec² et est dirigée vers Ox' ; à l'instant initial il se trouve passer au point O avec une vitesse dirigée vers Ox de 5 m. par sec. Un deuxième mobile N se déplace sur la même droite d'un mouvement uniforme dans le sens Ox avec une vitesse de 2 m. par sec. ; à l'instant initial il passe au point A de Ox, à 2 m. à droite de O.

1° Trouver les instants et les positions des rencontres des 2 points.

2° Etudier la variation, avec le temps, de la distance NM, et indiquer, en particulier, à quelle époque le point M se trouve le plus loin possible à droite de N. Quelle est alors leur distance et la vitesse de M.

Lyon : I. Soit un triangle ABC dans lequel la différence B — C des angles B et C est égale à un angle droit ; montrer que, si R désigne le rayon du cercle circonscrit à ce triangle, on a

$$c = 2R \sin C, \quad b = 2R \cos C, \quad a = 2R \cos 2C;$$

en déduire que les côtés c, b, a du triangle vérifient les relations

$$b^2 + c^2 = 4R^2; \quad b^2 - c^2 = 2Ra.$$

II. Calculer les côtés c, b, a d'un triangle ABC connaissant le rayon R du cercle circonscrit, la somme l des côtés a et c et sachant que la différence B — C des angles B et C est égale à un angle droit. Discuter.

Montpellier : On donne un angle XOY de 45 degrés et un point A sur OX, à la distance $OA = a$ du point O. Un angle BAC de 45 degrés pivote autour du point A de façon que ses côtés rencontrent constamment OY aux points B et C, B étant le point le plus rapproché de O.

1° Exprimer, en fonction de a et de $\widehat{OAB} = x$, l'aire S_1 du triangle ABC.

2° Exprimer, en fonction des mêmes quantités, l'aire S_2 du triangle AOC.

3° Etudier, lorsque x varie, la variation du rapport $\frac{S_2}{S_1}$.

Nancy : On donne un cône de révolution SAB dont le rayon de base OA et la hauteur SO sont égaux à l'unité de longueur. Par un point H de la hauteur tel que $SH = x$ on trace un plan parallèle à la base et l'on considère le cône OMN ayant pour sommet le point O et pour base la section MN du cône donné par le plan précédent.

1° Evaluer, en fonction de x, la surface de la base, la surface latérale et le volume du cône OMN.

2° Déterminer x de façon que le carré du rapport de la surface latérale à la surface de la base du cône OMN ait une valeur donnée m; discuter.

3° Etudier la variation du volume du cône OMN.

Paris, Série C : On donne une demi-circonférence de diamètre $AB = 2R$ et une demi-corde CD perpendiculaire à AB; on pose $AD = x$ et on fait tourner la figure autour de AB.

1° Calculer, en fonction de x et de R, les aires engendrées par les arcs AC et CB et par la demi-corde CD, puis déterminer x de façon que le rapport de la somme des aires engendrées par AC et CD à la somme des aires engendrées par CB et CD soit égal à un nombre positif donné k:

$$\frac{\text{aire AC} + \text{aire CD}}{\text{aire CB} + \text{aire CD}} = k.$$

Montrer que le problème admet toujours une solution et une seule.

$$\text{Application : } k = \frac{7}{15}$$

2° Etudier les variations du volume du cône engendré par le triangle CDB tournant autour de AB et construire la courbe représentative.

Paris, Série C : Un triangle isocèle AOB, dont les côtés égaux OA et OB ont pour longueur a et dont l'angle au sommet AOB a pour mesure $2x$, tourne autour d'un axe $x'Ox$ passant par O, situé dans son plan, et ne traversant pas sa surface; le côté OA fait avec Ox un angle égal à x.

1° Calculer, en fonction de a et des lignes trigonométriques de l'angle x, la surface totale engendrée par le périmètre du triangle.

2° Déterminer x de façon que cette surface soit égale à m fois celle du cercle de rayon OH, OH étant la hauteur du triangle issue de O et m un nombre positif donné. Condition de possibilité.

3° Calculer l'angle x dans le cas où

$$m = 4 + 2\sqrt{2}$$

Paris, Série D : On donne un tétraèdre régulier d'arête a. On mène par le sommet S un plan parallèle à l'arête BC, qui coupe le tétraèdre suivant le triangle SMN; on pose $AM = x$.

1° Exprimer en fonction de a et de x la somme y des carrés des arêtes du tétraèdre SAMN.

2° Etudier la variation de cette somme quand x varie, la représenter par une courbe en posant $a = 1$; trouver les coordonnées du point de cette courbe pour lequel la tangente fait 45° avec Ox.

3° Volume du tétraèdre SAMN en fonction de a quand la somme précédente est minimum.

4° Touver x de façon que le périmètre du triangle SMN soit égal à $\frac{11a}{5}$; montrer que ce problème a toujours une solution et une seule.

(La figure confirme que les sommets du tétraèdre régulier sont S, A, B *et* C).

Poitiers : On donne un tétraèdre SABC ; on prend sur SA un point A', sur SB un point B' et sur SC un point C'. Soient V et V' les volumes des deux tétraèdres SABC et SA'B'C'.

1° Démontrer que

$$\frac{V}{V'} = \frac{SA \times SB \times SC}{SA' \times SB' \times SC'}.$$

2° On suppose toutes les faces du trièdre SABC de sommet S égales à α et, de plus, $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$; calculer le volume du tétraèdre SABC. (On calculera la base BSC et la hauteur AH issue du sommet A.)

Rennes : On considère un carré ABCD dont le côté a une longueur donnée l. On mène la diagonale AC et l'on prend sur cette diagonale un point P que l'on projette en M et N sur les côtés AD et DC. On désigne par θ l'angle ABP.

1° Calculer, en fonction de l et de θ, les longueurs AP, PC, MP, MN, la tangente de l'angle MNP et la surface du rectangle MPND.

2° Démontrer que le périmètre de ce rectangle est indépendant de θ et que la droite BP est perpendiculaire à la diagonale MN du rectangle.

Strasbourg : On donne une pyramide régulière SABC

$$(SA = SB = SC)$$

dont la base est un triangle équilatéral ABC de côté a et dont la hauteur SH est aussi égale à a.

1° M étant un point du segment SH, x la distance MH, d et d' les distances de M aux arêtes SA et AB, on demande de calculer la différence $d^2 - d'^2$ en fonction de x et d'étudier les variations de cette fonction lorsque x varie.

2° Déduire du résultat précédent qu'il existe une sphère Σ tangente aux 6 arêtes de la pyramide SABC. Donner la valeur du rayon de cette sphère et calculer la surface totale du solide constitué par la portion de Σ qui est située du même côté que S par rapport au plan ABC.

Toulouse : Dans le plan horizontal de projection, on donne un rectangle ABCD de côtés $AB = a$, $BC = b$. Dans le plan horizontal de cote h, on donne un carré A'B'C'D' de côté c, dont le centre est sur la verticale du centre du rectangle et dont les côtés sont parallèles à ceux du rectangle. On suppose $a > b > c$.

On considère le solide S limité par les deux bases ABCD et A'B'C'D', et par les quatre faces planes telles que AA'B'B, obtenues en joignant AA', BB', CC', DD', comme l'indique la figure.

On demande :

1° De calculer le volume V du solide S ;

2° De calculer l'aire de la section de ce solide par un plan de cote x comprise entre o et h : soit $\varphi(x)$ cette aire :

3° De vérifier que

$$6V = h\left[ab + c^2 + 4\varphi\left(\frac{h}{2}\right)\right].$$

(La figure montre que AB *et* A'B', BC *et* B'C', ... *sont parallèles et de même sens.)*

A Travers les Revues. — Ouvrages reçus

L'Enseignement rationnel des Sciences mathématiques et physiques. — Nouveau périodique mensuel, qui se propose *d'apporter une aide efficace aux candidats aux Baccalauréats et aux Ecoles d'Arts et Métiers* en publiant des énoncés de problèmes (accompagnés en général d'indications sur la méthode à suivre et sur les parties du cours à revoir) et les meilleures des solutions envoyés par les abonnés. — (Administration : 152, Avenue de Wagram, Paris 17e. — Le numéro : 1 fr. 50 ; abonnement aux 10 numéros annuels : 10 fr.)

Bulletin scientifique (Chasseneuil, Charente ; le n° : 1 fr.). — *Sur le produit de deux grandeurs*, communications de M. Derome, P. Martin, Mme Perrin-Marin, J. Ribeyre, F. Sachet (nos 14, 20 juin 1922 ; 15, 20 juillet 1922, et 17, 10 octobre 1922). — Liautaud : *Théorie simplifiée de la division arithmétique* (n° 15, 20 juillet 1922). — F. Sachet : *Les Fractions à l'école primaire* (n° 15, 20 juillet 1922). — P. Martin : *Il faudrait prendre pour indices de réfractions des nombres directement proportionnels aux sinus...* (n° 18, 25 octobre 1922).

Ouvrages reçus. — G. Fontené, Inspecteur général honoraire de l'Instruction publique : *La relativité restreinte, avec un appendice sur la relativité généralisée. Les idées de Lorentz et d'Einstein exposées à l'aide de calculs élémentaires ;* un volume 22 × 14, broché, 6 fr. — (Librairie Vuibert, 63, boulevard St-Germain, Paris 5e).

H. Commissaire, ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure, Professeur au Lycée Charlemagne : *Leçons d'Algèbre et de Géométrie, Classe de 3e B ;* un volume in-8°, cartonné, 8 fr. (+ 25 %). — (Librairie Masson, 120, boulevard St-Germain, Paris 6e).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé).* — 27.016