

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Secondaire Public

Paraissant tous les trimestres

SOMMAIRE

PREMIÈRE PARTIE

- I. Communications diverses.
- II. Etat de l'Association.
- III. Démarches du Bureau
- IV. Au Conseil Académique de Paris.

DEUXIÈME PARTIE

- A. AMIEL : *Quelques réflexions sur l'initiation géométrique.*
L. ROUYER : *Sur le nombre e.*

Unification des définitions de mots et notations mathématiques.

10. *Au sujet de termes actuellement à l'étude.*
11. *Communication de M. Delens.*
12. *Communications de M. Brachet.*

Enquête sur les modifications des programmes.

3. *Sur un plan d'enseignement des mathématiques (M. Weber).*

Problèmes de Concours et d'Examens :

1. *Concours général : Mathématiques et Première C D, 1922.*
2. *Institut National Agronomique, 1922.*
3. *Ecole Spéciale Militaire, 1922.*
4. *Problèmes de géométrie.*

A travers les Revues. — Ouvrages reçus.

ADMINISTRATION

17, rue Louis-Braille, PARIS (XII^e)

Abonnement d'un an : France, 5 fr. — Etranger, 7 fr. 50
Prix d'un numéro : — 1 fr. — — 1 fr. 50

Librairie DELAGRAVE, 15, rue Soufflot -:- Paris

NOUVEAUTÉ (*spécimen sur demande*)

2^e CYCLE

PRÉCIS DE GÉOMÉTRIE

PAR

F. BRACHET

Professeur au Lycée d'Hanoi
Agrégés, Anciens élèves de l'École Normale Supérieure

J. DUMARQUÉ

Professeur au Lycée Condorcet

GÉOMÉTRIE PLANE (Classes de 2^e C et D).

Un vol. in-18, illus. de 430 fig., broché... 9 fr. ; cart..... 11 fr.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE (Classes de 1^{re} C et D).

Un vol. in-18, illus. de 167 fig., broché... 7 fr. ; cart..... 8 fr. 50

1^{er} CYCLE

J.-B. NIEWENGLOWSKY

Inspecteur Général de l'Instruction Publique

Première Année de Géométrie

(5^e B et 4^e A) ; in-12, cart.. 6 fr.

Troisième Année de Géométrie

(3^e B) ; in-12, cart..... 6 fr.

Deuxième Année de Géométrie

(4^e B et 3^e A) ; in-12, cart... 5 fr. 50

Arithmétique (Math. A et B).

in-12, br.. 9 fr. 50 ; cart... 12 fr.

VACQUANT et MACÉ DE LÉPINAY

ÉLÉMENTS D'ALGÈBRE (3^e, 2^e, 1^{re} A. Philo.) ; in-18, br. 7 fr. ; cart. 8 fr.

Principes d'Algèbre (3^e B, 2^e et 1^{re} C et D) ; in-18, br. 9 fr. 50 ; cart.. 10 fr. 50

Leçons d'Algèbre Élémentaire (Math. Ecoles) ; in-8^o, br. 15 fr. ; cart. 17 fr.

Géométrie Descriptive et Cotée (1^{re} et Math.), par E. SCHLESSER

In-8^o, br..... 12 fr. ; cart..... 13 fr.

Trigonométrie Rectiligne, par le même.

In-8^o, br..... 9 fr. 50 ; cart..... 12 fr.

Majoration temporaire de 25 o/o

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Secondaire public

PREMIÈRE PARTIE

I. Communications diverses

1. Erratum

Bulletin n^o 24, page 66, 38^e ligne, lire : «ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle ABA' », au lieu de «ce point est l'orthocentre du triangle ABA' ».

Bulletin n^o 25, page 101, 21^e ligne, lire : « Le moment d'un vecteur par rapport à une droite (vecteur qui...) », au lieu de « Le moment d'un vecteur par rapport à un axe Ox (vecteur qui...) »

2. « Les Nouvelles Annales de Mathématiques »

Nous avons été avertis de la prochaine réapparition des *Nouvelles Annales de Mathématiques*, rédigées par MM. R. BRICARD, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, J. PÈRES, professeur à l'Université de Marseille, et H. VILLAT, professeur à l'Université de Strasbourg, directeur du *Journal de Mathématiques pures et appliquées*.

Les Nouvelles Annales comptent rester fidèles à leur programme d'éclectisme. La Rédaction a toujours estimé que toutes les parties des mathématiques, des élémentaires aux supérieures, peuvent faire l'objet de travaux intéressants et instructifs. Elle entend maintenir cette tradition et faire en sorte que les lecteurs du journal, quelle que soit leur catégorie, continuent à y trouver des articles qui les sollicitent, articles accessibles à un géomètre ou un analyste de culture générale, élémentaire ou supérieure (car à tous les degrés il existe une culture générale). *Les Nouvelles Annales*, où il faut voir avant tout un journal d'enseignement, ou mieux encore, un journal éducatif, continueront à publier les sujets de compositions de licence, d'agrégation, etc., avec des solutions plus ou moins développées. Elles proposeront aussi, suivant leur tradition, des questions de l'ordre le plus divers et publieront les meilleures des solutions reçues.

Nous souhaitons que cette tentative de faire revivre un périodique

dont l'utilité est incontestable, recueille le meilleur succès. Le prix de l'abonnement, du 1^{er} octobre au 30 juillet de l'année suivante (10 numéros mensuels de 40 pages chacun), est fixé à 30 fr. S'adresser à la librairie Gauthier-Villars et Cie, 55, quai des Grands-Augustins, Paris 6^e.

II. Etat de l'Association (611 membres au 30 juin 1922)

1. Inscriptions

(L'astérisque indique un membre honoraire)

MM.	MM.
AUZANNEAU, La Châtre (C.).	LAUZERAL (Mlle), Villeneuve-s.-Lot (C. F.).
DERINGÈRE, La Roche-sur-Yon.	LE BRET, Lisieux (C.).
*FRÉCHET, Strasbourg, professeur à l'Université.	MABELLY (Mlle), Toulon (C. F.).
*GAMBIER, Rennes, professeur à l'Université.	MARTIN (Mlle B.), Besançon (F.).
GIRARDEAU (Mlle), Dieppe (C. F.).	MICHAUD, Châtellerault (C.).
GRAFF (Mlle), Besançon (F.).	*PIATIÉ, Janson, surveillant général.
LACROIX (Mlle), Oran (F.).	*RIBEYRE, Moulins, professeur à l'École Normale d'Instituteurs.

2. Radiations

- M. ALLARDIN, Laval, démissionnaire.
Mlle ASTORG, Bône (C. F.), démissionnaire.
Mme DARBON, Bordeaux (F.), en congé.
Mlle DELSART, Toulouse (F.), en congé.
MM. EGUAY, Argentan (C.), en retraite.
GÉLY, Bagnères-de-Bigorre (C.), en retraite.
GÉRARD, Paris-Chaptal, démissionnaire.
GLOBA, Paris-Charlemagne, délégation non renouvelée.
PUJO, Pau, démissionnaire.

3. Cotisations reçues du 23 avril au 30 juin

(4^e liste de cotisations 1921-1922 : 38 ; au total : 611)

Membres honoraires : M. Fréchet, professeur à l'Université de Strasbourg.
M. Gambier, professeur à l'Université de Rennes.
M. Gosse, professeur à l'Université de Grenoble.
M. Le Roy, professeur au Collège de France.
M. Piaté, surveillant général au Lycée Janson.
M. Ribeyre, professeur à l'E. N. I. de Moulins.

En congé : M. Barbier, Hôtel Ste-Catherine, à Orléans.
M. Mentré, Faculté des Sciences de Nancy.
M. Puig, Lycée de Toulouse.

En retraite : M. Barbarin, professeur honoraire au Lycée St-Louis.

ANNECY. — M. Dumont (...)
BAR-LE-DUC. — M. Guérin.

BESANÇON (F.). — Mlles Graff, Martin (B.).
BÔNE (C. F.). — Mlles Eder, Fabre.
CHATELLERAULT (C.). — M. Michaud.
CASABLANCA. — M. Alméras.
DIEPPE (C. F.). — Mlle Girardeau.
DIGNE. — M. Advier.
LA CHATRE (C.), (2^e liste). — M. Auzanneau.
LA ROCHE-SUR-YON. — M. Deringère.
LE LUC (C. F.). — Mlle Bollot.
LISIEUX (C.). — M. Le Bret.
LYON, *Le Parc*, (2^e liste). — M. Jouberton.
MONTLUÇON, (3^e liste). — MM. Chanier, Martin (F.).
MORLAIX (C. F.). — Mlle Le Roux.
PARIS, *Janson*, (2^e liste). — M. Humbert.
PARIS, *Lakanal*, (2^e liste). — M. Mouthon.
ORAN (F.), (2^e liste). — Mlle Lacroix.
ST-NAZAIRE (C. F.). — Mlle Divat.
STRASBOURG, *Fustel de Coulanges*. — M. Clermont.
TOULON (C. F.). — Mlle Mabelly.
VERNEUIL (C.). — MM. Jungné, Lombard.
VILLENEUVE-SUR-LOT (C. F.). — Mlle Lauzeral.

III. Démarches du Bureau

1. Audience de M. le Directeur de l'Enseignement Secondaire

M. BIOCHE, Mlle DETCHEBARNE et M. DELCOURT, représentant le Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement secondaire public, ont été reçus par M. le Directeur de l'Enseignement Secondaire le jeudi 8 juin 1922.

M. BIOCHE présente les trois vœux émis par la dernière Assemblée générale du 22 avril 1922.

M. le Directeur est tout acquis à la limitation du bénéfice de l'admissibilité au baccalauréat, universellement demandée.

L'admission des jeunes filles dans certaines classes des établissements secondaires de garçons lui paraît soulever de graves difficultés. Après quelques autorisations accordées à titre tout à fait exceptionnel, il a été nécessaire, devant le grand nombre de demandes, de mettre fin à ce régime qui tendait à instituer un enseignement mixte complètement illégal et qui aurait pu entraver le libre développement de l'enseignement secondaire des jeunes filles. Toutefois, M. le Directeur signale qu'un vœu analogue est très nettement exprimé par un certain nombre de sénateurs et de députés ; peut-être le Ministre acquiescerait-il provisoirement à l'admission des jeunes filles dans les classes préparatoires aux Grandes Ecoles en attendant la création des cours correspondants dans un plus grand nombre de lycées de jeunes filles. Comme M. le Directeur envisage incidemment la constitution du

cadre nécessaire avec les dames professeurs reçues à l'agrégation des sciences mathématiques des lycées de garçons, le Bureau rappelle que depuis quelques années ce concours est fermé aux jeunes filles et que l'Association des Professeurs de Mathématiques souhaiterait qu'il soit régulièrement ouvert, dans les mêmes conditions, aux jeunes filles et aux jeunes gens.

M. le Directeur déclare enfin que le nouveau plan d'études de M. le Ministre de l'Instruction Publique prévoyant, avant l'entrée en Seconde, une option entre trois sections : latin-grec, latin-sciences et sciences-langues vivantes, l'enseignement scientifique se trouvera donc bien étendu sur l'ensemble des trois années terminales, comme le désire l'Association des Professeurs de Mathématiques.

M. BIOCHE demande ensuite si le Ministère de la Guerre a pris une décision au sujet de la répartition des candidats aux examens oraux du Concours d'admission à l'École Polytechnique. M. le Directeur rappelle qu'après avoir appuyé le vœu de l'Association, il a transmis la réponse faite par le Bureau au début de mai, pour exposer, sur l'invitation du Ministère de la Guerre, les sérieux inconvénients justifiant ce vœu, et, malgré la proximité de ces examens oraux, il espère bien que satisfaction sera donnée à l'Association.

Le Bureau s'inquiète vivement de voir se développer le remplacement déjà signalé des professeurs de Mathématiques dans les classes de 6^e et de 5^e par des professeurs de Classes élémentaires : M. le Directeur dit que, par raison d'économie, ces mesures peuvent être exigées par la Commission supérieure d'enquête, que d'autres compressions sont à craindre et que la liberté du Ministre est singulièrement limitée par les nécessités budgétaires.

2. Réunion des représentants des Sociétés de Spécialistes

M. COPE, président de la Fédération, a convoqué, le jeudi 15 juin 1922, les membres du Conseil Supérieur et les représentants des Sociétés de Spécialistes, afin de leur exposer ce qu'il avait pu savoir sur les projets de réforme et provoquer le vote d'un ordre du jour à ce sujet.

M. GRÉVY, membre du Conseil Supérieur, assistait à cette séance avec les représentants du Bureau de l'Association des Professeurs de Mathématiques, M. BIOCHE et Mlle DETCHEBARNE.

Après échange d'observations, les professeurs des lycées de garçons et de jeunes filles présents à la réunion ont voté l'ordre du jour suivant, à l'unanimité moins deux voix :

Les représentants qualifiés des Sociétés de Spécialistes, réunis le 15 juin 1922 sous la présidence du Bureau de la Fédération des professeurs de lycée et de l'enseignement secondaire féminin,

après avoir pris connaissance des renseignements qui leur ont été fournis sur le projet ministériel relatif à la réforme de l'enseignement,

regrettent que ce projet n'ait pas été porté en temps utile à la connaissance du personnel intéressé et ne soit pas encore connu d'une manière définitive ;

fidèles à la doctrine des congrès, ils sont d'avis que la réforme de l'enseignement secondaire n'aurait vraiment sa portée que dans une réforme d'ensemble de l'enseignement national qui délimiterait d'une manière précise le rôle et le domaine de l'enseignement secondaire et de l'enseignement primaire supérieur ;

confirment la doctrine constante de l'enseignement secondaire hostile aux équivalences auxquelles le projet ministériel donnerait une nouvelle extension ;

jugent dangereux pour l'enseignement classique lui-même la disposition du projet ministériel qui impose l'obligation de quatre années de latin à la base ;

demandent que l'examen d'entrée en sixième soit entièrement distinct du concours des bourses ;

signalent que le projet ministériel aurait sur l'enseignement secondaire féminin une répercussion encore plus dangereuse que sur l'enseignement secondaire masculin.

IV. Au Conseil Académique de Paris

Nous comptions publier dans ce *Bulletin* les rapports sur l'enseignement des Mathématiques présentés chaque année au Conseil Académique de Paris. M. le Directeur de l'Enseignement Secondaire a écrit à M. le Recteur qu'à son avis ces Rapports des Inspecteurs d'Académie ne doivent pas être publiés. A cette dernière session de juin 1922, j'ai facilement obtenu, soutenu par tous mes collègues, l'assurance que M. le Recteur demanderait à M. le Directeur de l'Enseignement Secondaire l'autorisation de publier les rapports en question.

Le rapport de cette année traitait spécialement de l'enseignement de la Mécanique dans la classe de Mathématiques AB. A l'occasion de ce rapport, M. le Recteur m'ayant demandé si on ne pourrait pas réduire l'enseignement de la Géométrie Descriptive, je lui ai répondu qu'il me paraissait à propos de conserver la Descriptive, et que, s'il y avait lieu de réduire les programmes, il vaudrait peut-être mieux faire porter la réduction sur la Mécanique, et, par exemple, restreindre les problèmes à ceux dans lesquels on n'a à considérer que des figures planes.

Il importe, si, comme on l'annonce (1), des commissions chargées d'élaborer des programmes sont constituées à la rentrée prochaine, que nos collègues veuillent bien transmettre au Bureau de l'Association leur avis sur la question soulevée par M. le Recteur et sur les questions analogues qui peuvent se poser naturellement (2).

(1) « M. BUSSON demande à M. le Directeur s'il est toujours question de réunir la Commission des Programmes. M. BELLIN répond que le Ministre n'a aucunement l'intention de se passer du concours des professeurs, et que la Commission se réunira en octobre. » (*Bulletin de la Société des Professeurs d'Histoire*, n° 32, juin 1922, page 4).

(2) Voir les questions à l'étude, page 3 de la couverture du *Bulletin* n° 25.

DEUXIÈME PARTIE

Adresser au Secrétaire, M. DELCOURT, 17, rue Louis-Braille, Paris 12^e, toute communication relative à la rédaction de la deuxième partie du *Bulletin*.

Il remercie les membres de l'Association, qui ont bien voulu lui envoyer dès leur apparition des énoncés de problèmes d'examens ou de concours ou lui signaler des articles de pédagogie ou d'enseignement mathématique publiés par des Revues françaises ou étrangères.

Quelques réflexions sur l'Initiation géométrique

Ces quelques réflexions sur l'initiation géométrique (5^e B, 4^e A), résultent de mon expérience personnelle.

I. — *La Géométrie ne s'apprend qu'en faisant des problèmes.* — Ce n'est que lorsque les élèves savent faire par eux-mêmes des raisonnements géométriques corrects qu'ils sont aptes à comprendre les démonstrations des théorèmes. Aussi l'ordre que j'adopte dans le cours est celui qui permet de faire des problèmes le plus tôt possible.

II. — *La logique n'est pas un point de départ mais un point d'arrivée.* — Au début on doit faire de larges appels à l'intuition spatiale. Sans doute, l'intuition doit être dirigée ; elle se trompe parfois ; les courbes sans tangentes, la courbe de PEANO pouvant remplir une aire en sont la preuve. Malgré les erreurs de l'intuition, J. TANNERY estime que loin d'apprendre aux élèves à se défier de l'intuition, « il faut développer cette intuition, leur montrer qu'ils la possèdent, leur donner peu à peu confiance en eux-mêmes » (1). D'autre part, l'opinion de H. POINCARÉ sur la préoccupation d'une rigueur logique absolue, épurée de toute intuition, est : «... Il est inutile de faire observer combien elle serait funeste dans l'enseignement et nuisible au développement des esprits ; combien elle serait desséchante pour les chercheurs, dont elle tarirait promptement l'originalité... » (2).

III. — *Une démonstration n'est vraiment comprise que lorsqu'elle donne à l'élève la conviction directe.* — Amener chez l'élève cette conviction directe, sentie en quelque sorte, doit être la constante préoccupation du maître. Son enseignement est vivant dans la mesure où il a produit cette conviction.

(1) *Science et Philosophie*, par J. TANNERY (Alcan, éditeur), page 225.

(2) Cité par J. TANNERY dans *Science et Philosophie*, page 226.

IV. — *Cas d'égalité des triangles.* — J'ai constaté que la plupart des débutants sont incapables de comprendre vraiment et d'exposer correctement les démonstrations classiques des cas d'égalité des triangles. Alors, je crois préférable de faire la part du feu et de passer sur ces démonstrations. Voici comment je procède : je fais construire en classe aux élèves aussi exactement que possible avec des données numériques deux triangles dans les conditions d'un cas d'égalité. Sans parler de ce cas d'égalité, je demande aux élèves de me dire franchement ce qu'ils pensent des deux triangles construits. Alors seulement j'énonce le cas d'égalité en question en m'efforçant de bien faire comprendre sa signification et j'exige que cet énoncé soit appris par cœur.

Mes efforts tendent surtout vers l'utilisation correcte des cas d'égalité dans les problèmes. Pour cela, je donne de nombreux exercices simples et gradués où il faut démontrer par la méthode des triangles égaux soit l'égalité de deux angles, soit l'égalité de deux segments. Aux rigoristes scandalisés d'une telle méthode, je répondrai que les démonstrations classiques des cas d'égalité des triangles ne sont pas rigoureuses. Pour s'en convaincre, il suffit d'ouvrir le traité de *Géométrie rationnelle* du D^r HALSTED, traduit par M. BARBARIN (1).

« Il est permis aujourd'hui de prendre conscience de ce qu'on fait, de dire tout haut qu'on ne prétend pas exposer d'une façon logique les premiers éléments de la Géométrie, précisément parce que l'on sait ce qu'est cette exposition logique et qu'elle ne regarde que les savants. A procéder ainsi, on ne risquera pas de fausser les intelligences. Rien ne vaut pour la déformation des intelligences, les démonstrations mal comprises et l'apparence de la fausse rigueur, où l'élève se sent empêtré, non éclairé. Présenter comme rigoureuse une démonstration qui ne l'est pas parfaitement est, de la part du maître, une mauvaise action » (2).

A. AMIEL,
Professeur au Lycée d'Aix.

Sur le nombre e

M. DONTOT, dans le *Bulletin* n° 24, indique une démonstration élémentaire de l'existence du nombre e . Sa note me remet en mémoire une démonstration que j'ai employée jadis et qui, sous le rapport de la simplicité, me paraît très satisfaisante. Pour lui conserver son caractère élémentaire, je me borne à la considération des exposants entiers, et sous cette forme elle peut être parfaitement saisie par des élèves de Mathématiques AB.

(1) Gauthier-Villars, éditeur,

(2) *Science et Philosophie*, par J. TANNERY, page 231.

Soient deux nombres positifs a et b , ($a > b$). De l'identité :

$$a^{m+1} - b^{m+1} = (a-b)(a^m + a^{m-1}b + \dots + b^m)$$

on tire :

$$(m+1)(a-b)b^m < a^{m+1} - b^{m+1} < (m+1)(a-b)a^m$$

$$(1) \quad b^{m+1} > a^m [(m+1)b - ma]$$

$$(2) \quad a^{m+1} > b^m [(m+1)a - mb]$$

Soit k un entier quelconque supérieur à x . Dans l'inégalité (1) posons successivement :

$$a = 1 + \frac{x}{m}, \quad b = 1 + \frac{x}{m+1}$$

et
$$a = 1 + \frac{x}{km}, \quad b = 1$$

On obtient aisément les inégalités :

$$\left(1 + \frac{x}{m+1}\right)^{m+1} > \left(1 + \frac{x}{m}\right)^m$$

et
$$\left(1 + \frac{x}{km}\right)^{km} < \frac{1}{\left(1 - \frac{x}{k}\right)^k}$$

Il en résulte que $u = \left(1 + \frac{x}{m}\right)^m$ croît indéfiniment avec m et reste fini, donc u a une limite l quand m croît indéfiniment.

Si dans l'inégalité (2) on pose

$$a = 1 - \frac{x}{m+1}, \quad b = 1 - \frac{x}{m}$$

on voit de même que $v = \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m$ croît avec m , donc v a aussi une limite l' , car $v < 1$.

Dans l'inégalité (1) changeons m en $m - 1$ et posons ensuite

$$a = 1 \quad b = 1 - \frac{x^2}{m^2}$$

$$1 > \left(1 - \frac{x^2}{m^2}\right)^m > 1 - \frac{x^2}{m}$$

Par suite $uv = \left(1 - \frac{x^2}{m^2}\right)^m$ tend vers 1 quand m croît indéfiniment, donc

$$l.l' = 1$$

L. ROUYER,

Professeur à la Faculté des Sciences d'Alger.

Unification des définitions de mots et des notations mathématiques (suite)

10. Au sujet de termes actuellement à l'étude

Quelques remarques ont été présentées au cours de la réunion qui a eu lieu au Lycée Louis-le-Grand, le 15 juin 1922 (1), et qui avait pour objet, ainsi que l'indiqua le *Bulletin* n° 25, l'examen de plusieurs des définitions de mots et notations mathématiques mises à l'étude par la dernière Assemblée générale (2).

I. THÉORIE DES VECTEURS. — L'adoption tel quel de l'ensemble des propositions figurant à la page 100 du *Bulletin* n° 25 a paru possible ; toutefois, pour le mot *axe*, comme le choix d'une origine n'est pas toujours indispensable, la modification suivante a été envisagée : « un *axe* est une droite orientée sur laquelle on a marqué une *unité de longueur* et, *accessoirement*, une *origine*. »

Bien que les quatre expressions : *vecteurs équipollents*, *vecteurs équivalents*, *vecteurs opposés* et *vecteurs directement opposés*, soient d'usage courant, quelques réserves ont été faites sur l'expression *vecteurs équivalents*. D'une part, le qualificatif « équivalent » est déjà très employé, avec des sens plus ou moins voisins ; d'autre part, de tels vecteurs ne sont remplaçables l'un par l'autre, ne s'équivalent, que dans certains cas. Par analogie avec *vecteurs opposés* et *vecteurs directement opposés*, et constatant que des *vecteurs équipollents* sont des vecteurs ayant même direction, même longueur et même sens, M. WEBER a proposé de remplacer ici « *équivalents* » par « *directement équipollents* » et d'appeler *vecteurs directement équipollents* des vecteurs ayant même support, même longueur et même sens.

Les avis furent partagés sur l'utilité et la nécessité des expressions abrégées : *vecteur libre*, *vecteur glissant*, *vecteur lié*, pour distinguer entre diverses sortes de vecteurs ; cependant rien n'empêche de convenir que si ces expressions sont employées, elles le seront exclusivement avec la signification indiquée par le *Bulletin* n° 25.

Enfin, si le qualificatif « *scalaire* » a été unanimement approuvé dans l'expression « *produit scalaire* », la discussion a fait ressortir l'intérêt qu'il y aurait à distinguer, en ce qui concerne les moments :

le *vecteur-moment d'un vecteur par rapport à un point*, et le nombre absolu qui le mesure et qui pourrait être appelé : *moment d'un vecteur par rapport à un point* ;

le *vecteur-moment d'un vecteur par rapport à une droite* (3), et le nombre positif, nul ou négatif qui le mesure quand on oriente la droite et qui pourrait être appelé : *moment d'un vecteur par rapport à un axe*.

(1) Étaient présents : MM. COISSARD (*Pasteur*), DELCOURT P. (*St-Louis*), DUMARQUÉ (*Condorcet*), GUSSE (*Pasteur*), PICARDAT M. (*Charlemagne*), ROBY (*St-Germain-en-Laye*) et WEBER (*Buffon*).

(2) Voir le Rapport de M. FLAVIEN, *Bulletin* n° 25, page 88.

(3) et non par rapport à un *axe*, comme l'indique par inadvertance le *Bulletin* n° 25.

II. — AUTRES EXPRESSIONS. — Incidemment, au cours de la réunion, il a paru, après échange de vues, que l'expression « nombre algébrique » pourrait très bien désigner sans inconvénient un nombre positif, nul ou négatif.

Les expressions « angle méplat » et « médiatrice » ont donné lieu aussi aux remarques suivantes. S'il convient de donner un nom spécial à l'angle dont les côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre, le mot « méplat », qui signifie étymologiquement « qui n'est pas bien plat » (Littré), ne paraît pas bien choisi : quelques membres préféreraient « angle plat », employé déjà par certains professeurs. Quant au terme « médiatrice » pour désigner la perpendiculaire au milieu d'un côté d'un triangle, son emploi, aujourd'hui très répandu, pourrait même s'étendre à un segment (un segment plan possédant deux axes de symétrie et le mot « axe » ayant déjà par ailleurs de multiples significations) ; on dirait ainsi « médiatrice d'un segment », « médiatrice d'un triangle », de même que l'on dit « bissectrice d'un angle », « bissectrice d'un triangle ».

11. Communication de M. Deleys (Le Havre)

Parmi les termes proposés pour la Théorie des Vecteurs par le Bulletin n° 25 (pages 100 et 101), figurent les expressions *vecteur libre*, *vecteur glissant*, *vecteur lié*.

J'ai d'abord, comme un peu tout le monde, employé ces termes parce que ce sont les premiers que nous ont fournis les ouvrages d'enseignement qui ont utilisé en France les notions vectorielles. Mais les objections de M. BURALI-FORTI — dont l'ouvrage élémentaire de calcul vectoriel est actuellement le plus répandu chez nous (1) — au sujet de ces divers vecteurs m'ont paru logiques, et je crois nécessaire d'employer des mots différents, et non voisins, pour désigner le vecteur libre et le vecteur glissant, qui sont l'un à l'autre ce que sont en somme la direction et la droite.

C'est pour cela que j'avais proposé (2) de réserver le mot *vecteur* (sans qualificatif) au *vecteur libre*, et d'employer le mot *segment* (orienté s'il est besoin de préciser) là où certains utilisent le *vecteur glissant*. Dans la littérature mathématique, le mot *segment* a été souvent pris dans le sens que j'indique, et se différencie bien du mot *vecteur* (les Allemands ont employé : *linienteil*, *strecke*, *stab* ; les Anglais : *rotor*) ; c'est pourquoi je ne vois guère d'inconvénient à le conserver, bien qu'il soit employé déjà pour la portion de droite non orientée. Mais les angles, les aires sont aussi susceptibles d'orientation, et l'on n'a pas créé de nouveaux mots pour cela. Le mot *axe* a bien des acceptions différentes. L'idéal est évidemment qu'un mot corresponde de manière unique à un concept, mais quelle extension de la terminologie, et comme notre science paraîtrait alors fermée au profane !

(1) BURALI-FORTI et MARCOLONGO, *Eléments de calcul vectoriel*, trad. par S. LATTES (Hermann, Paris, 1911).

(2) Voir *Bulletin* n° 20, page 50.

Peut-être une solution à ces difficultés de terminologie serait-elle dans l'adjonction de préfixes, ou de désinences, pour indiquer l'orientation, notion somme toute assez neuve qui s'est superposée aux anciennes, et devons-nous quelque jour prendre modèle sur la nomenclature chimique. Ce serait d'ailleurs là un gros bouleversement.

12. Communications de M. Brachet (Hanoï)

Voici quelques suggestions que je sou mets aux lecteurs du *Bulletin*.

I. — En Trigonométrie, je propose de ne définir géométriquement que le cosinus, le sinus et la tangente; cela me paraît suffisant (et nécessaire); on se bornerait à signaler ensuite que, pour la commodité des calculs littéraux ou numériques, on donne à leurs inverses les noms spéciaux de sécante, cosécante et cotangente.

II. — Soit \overline{AB} la mesure algébrique d'un vecteur sur l'axe $x'x$, $\overline{A'B'}$ la mesure algébrique de sa projection sur l'axe $y'y$; il me paraît commode d'appeler *formule des projections* la formule

$$\overline{A'B'} = \overline{AB} \cos(x'x, y'y)$$

Le théorème des projections et la formule des projections, qui interviennent souvent ensemble, seraient ainsi groupés au moyen de deux appellations analogues, quoique bien distinctes.

III. — Je propose d'introduire en Trigonométrie l'énoncé suivant : *Les carrés des lignes trigonométriques de l'arc a s'expliquent rationnellement en fonction de $\cos 2a$.*

Dans les transformations trigonométriques, l'application de cet énoncé conduit le plus souvent à des calculs rapides.

IV. — Je propose d'appeler *polygone d'un système de vecteurs* une ligne brisée *orientée* formée par des vecteurs consécutifs équipollents aux vecteurs d'un système donné, et *corde* du polygone le vecteur ayant même origine et même extrémité que cette ligne brisée.

Un système de vecteurs possède plusieurs *polygonaux* d'origine O , qui ont la même extrémité, et par suite la même corde.

V. — Dans l'étude des vecteurs, il faudrait différencier nettement la *somme géométrique* et la *résultante*.

Il n'y a lieu de parler de résultante que pour un système de vecteurs (ou de forces) équivalent à un vecteur unique (ou à une force unique); il en est ainsi, en particulier, pour des vecteurs concourants ou des vecteurs parallèles.

La somme géométrique est la corde d'un polygone quelconque du système donné; elle n'est définie qu'à une équipollence près. La résultante, lorsqu'elle existe, peut, en général, glisser sur sa ligne d'action; cependant, dans le cas des vecteurs parallèles, il est commode de lui assigner une origine déterminée.

Un système de forces équivaut à une force unique (autrement dit, admet une résultante unique) si la direction de sa somme géométrique est orthogonale à son moment résultant par rapport à un point.

Le langage me paraît aussi plus facile et plus clair.

Modifications des programmes de l'Enseignement Secondaire (suite)

3. Communication de M. Weber (Buffon)

SUR UN PLAN D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

J'ai lu avec attention la lettre de M. COMMISSAIRE (1), et je suis heureux de voir la pensée de notre collègue exposée avec clarté et précision. Toutefois, s'il est bon que l'on ait pu trouver au *Bulletin* l'exposé d'une thèse qui représente sans doute l'opinion d'un certain nombre de professeurs de mathématiques, on estimera peut-être utile qu'un avis différent puisse également se faire entendre. Dans les observations qui vont suivre, notamment en ce qui concerne les horaires, je crois être d'accord avec plusieurs de nos collègues ; néanmoins, pour garder ma liberté complète, et dire clairement comment je comprends la question, je préfère parler uniquement en mon nom personnel, et j'accueillerai avec reconnaissance toutes les observations que l'on voudra bien faire au sujet de ces réflexions.

Je me bornerai à ce qui concerne l'enseignement secondaire proprement dit.

LES PRINCIPES DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE. — Tout le monde n'est peut-être pas convaincu, tout au moins pour les mathématiques, de la vérité des postulats que M. COMMISSAIRE met à la base de son projet : d'abord « qu'il ne faut pas enseigner successivement deux fois les mêmes matières » ; ensuite « qu'il convient de ne donner un enseignement qu'à des élèves mûrs pour le recevoir », et qu'ainsi « on peut aller plus vite avec moins de fatigue et plus de profit ». Je crois que ce qui paraît à M. COMMISSAIRE « de graves erreurs pédagogiques » résulte simplement d'une conception de l'enseignement tout à fait différente de la sienne.

Si l'enseignement des sciences consiste à faire apprendre et retenir aux élèves un certain ensemble de faits, il est certain que M. COMMISSAIRE a raison ; il n'y a pas lieu de commencer trop tôt, il vaut mieux attendre que les élèves soient prêts à recevoir l'enseignement, et on s'explique son projet d'attendre la dernière année de l'enseignement secondaire pour y faire parcourir en vitesse un programme bourré que les élèves découvrent pour la première fois : variation des fonctions, trigonométrie, géométrie descriptive, mécanique. C'est cela qui me paraît être une grave erreur pédagogique.

A mes yeux et, je pense, aux yeux de beaucoup de collègues, l'enseignement est une culture et une formation de l'esprit ; à cette formation doivent concourir le plus tôt possible les sciences exactes et les sciences expérimentales aussi bien que les disciplines littéraires.

(1) Voir le *Bulletin* n° 25, page 97 et suivantes.

Lettres et sciences se complètent mutuellement ; un esprit formé exclusivement par les unes ou par les autres est un esprit mal formé ; or c'est bien avant seize ou dix-sept ans que les esprits doivent subir l'influence de l'enseignement, si l'on veut qu'elle soit vraiment éducatrice.

Il ne s'agit donc pas d'attendre que les esprits soient mûrs, comme le fait l'enseignement supérieur ; l'enseignement secondaire a justement pour fonction de les faire mûrir ; ne pas vouloir que les sciences collaborent à cette tâche avec toute leur importance, c'est se méprendre complètement sur leur caractère éducatif (1).

LES CONDITIONS DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. — J'accorde que dans les conditions actuelles : horaires insuffisants, classes trop nombreuses, surpeuplées, élèves mauvais en très grand nombre, l'enseignement des mathématiques ne paraît pas être, pour de jeunes enfants, aussi éducatif que l'enseignement du latin, contrairement à ce qu'espéraient les auteurs de la réforme de 1902 ; mais que peut donner, par exemple, l'étude des deux premiers Livres de géométrie, sans compter le programme d'arithmétique, faite en 4^e A avec des classes de 35 élèves et plus, à raison de deux heures (2 fois 50 minutes) par semaine ?

Si l'enseignement de l'arithmétique donne à l'école primaire des résultats vraiment satisfaisants, quand on pense qu'il s'adresse à la masse de tous les enfants, c'est qu'on lui consacre un temps suffisant ; non pas sans doute beaucoup d'heures de suite, mais on y revient tous les jours. Il en est de même pour tout enseignement donné à des enfants que ce soit du latin, de la géométrie ou de l'anglais.

Donc ce que nous devons demander d'abord, c'est :

1^o Des classes moins nombreuses, de 20 à 25 élèves au plus, conformément aux Instructions de 1902 ;

2^o Des élèves sélectionnés : organisation du recrutement à la base, examen d'entrée, exclusion impitoyable des élèves mauvais ou médiocres.

3^o Des horaires assez étendus pour que l'enseignement mathématique ne soit pas une gavage, mais une assimilation graduée, « une lente imprégnation », comme le demandent pour les lettres les partisans de la culture classique.

L'idée de la compression des horaires est, à mon avis, une erreur profonde ; au surplus elle n'a eu un pareil succès que parce que l'administration y a vu une source d'économies appréciables par la diminution des chaires et la réduction, ou même la suppression, des heures supplémentaires. La pédagogie n'a rien à voir là-dedans.

(1) Je renvoie pour l'exposé détaillé de cette thèse aux articles de M. HADAMARD (*Revue de France* du 1^{er} avril 1922) et de M. BOREL (*Revue de Paris* du 15 juin 1922), ainsi qu'à la brochure de M. BRUNSCHWIG : *Un ministère de l'éducation nationale*, pages 63 à 68, 77 et 78. Je mentionne également le livre de M. PAUCOT : *Le rôle des sciences dans l'éducation*.

LES HORAIRES. — Je ne puis donc que m'élever contre les chiffres de M. COMMISSAIRE qui veut réduire l'enseignement mathématique des quatre premières années au régime malsain des classes de 6^e, 5^e et 4^e A : deux heures par semaine, soixante-dix heures environ par an. Ce serait la mort sans phrase.

Il est vraiment déconcertant qu'après avoir proclamé que les divisions dites littéraires ne faisaient pas assez de sciences, on n'envisage que des horaires dans lesquels tous les élèves seraient réduits à la portion congrue ; évidemment, avec ce système, les littéraires ne feront pas moins de sciences que les autres, pour la bonne raison que personne n'en fera plus.

Les conditions normales de l'enseignement scientifique sont, je le répète, les mêmes que celles de l'enseignement littéraire. Les horaires actuels de français et de latin permettent les interrogations fréquentes, les exercices répétés au cours de la classe transformée le plus souvent en séance d'application ; il n'y a aucune raison, bien au contraire, pour qu'il en aille différemment pour les sciences. En effet, les *faits* sur lesquels sont basés les exercices littéraires sont tout donnés, ce sont les textes ; tandis que les faits sur lesquels seront basés les exercices scientifiques doivent être d'abord enseignés : il faut donc avoir assez de temps pour que tout exposé dogmatique soit accompagné de séances d'exercices et d'applications variées.

Sans proposer des horaires détaillés pour l'enseignement des mathématiques dans les premières années, il me semble que l'horaire actuel du premier cycle B est très raisonnable ; les élèves ne m'y ont jamais paru surmenés ; s'ils ne font pas grand'chose, c'est qu'ils sont très paresseux ; si on leur donne plus de loisirs, je crains qu'ils n'en profitent guère. En tout cas, *il me paraît impossible de descendre dans ces premières années au-dessous de trois heures hebdomadaires, considérées comme minimum irréductible.*

D'ailleurs, pourquoi n'accepterait-on pas la presque égalité des horaires littéraires et scientifiques ; pour être conciliant, sur un total de 20 à 22 heures, mettons 8 à 9 heures pour les sciences : mathématiques, sciences physiques, chimiques et naturelles. Cela ferait 4 ou 5 heures pour les mathématiques, comprenant par exemple 2 heures de cours proprement dit et 2 ou 3 heures d'exercices, interrogations, corrections de devoirs, travaux pratiques de calcul et de dessin graphique.

LES PROGRAMMES. — En ce qui concerne les programmes de M. COMMISSAIRE, je rends volontiers hommage à l'intention qu'il a eue de les alléger. Je suis d'accord avec lui sur le principe de certaines modifications, comme la division de l'initiation à la géométrie plane en trois années au lieu de deux ; c'est en effet un gros morceau que les deux premiers Livres, et cela fait beaucoup de choses pour une première année de débutant.

Mais je ferai les réserves les plus expresses sur la coupure qui nous est proposée. Sans être un partisan fanatique des idées de MÉRAY, je crois tout de même qu'il y a quelque chose à retenir du travail d'adaptation et de mise au point poursuivi depuis vingt ans dans les ouvrages de MM. MÉRAY, CARLO BOURLET, BOREL, FORT et DREYFUS, GIROD et WEILL, NIEWENGLOWSKY, VIEILLEFOND, etc. Il serait vraiment regrettable de tenir tout ce travail pour nul et non avenu et d'en revenir purement et simplement à la majesté glaciale du VACQUANT.

Voici en gros l'ordre que je proposerais pour les deux premières années d'initiation géométrique :

Première année : Les figures géométriques, lignes, surfaces, droite, plan, cercle, angles. Relations entre arcs, cordes et angles au centre. La symétrie par rapport à un axe et toutes ses conséquences : perpendiculaires, triangle isocèle, symétrie dans le cercle, losange. Cas d'égalité des triangles. Perpendiculaires et obliques. Relations d'inégalité dans le triangle ; applications au cercle.

Deuxième année : Le glissement de rotation et la symétrie par rapport à un point. Les parallèles. Translation. Parallélogramme. Tangente au cercle. Angle inscrit. Théorème de Thalès, triangles semblables. Révision de la première année et exercices complémentaires (on pourrait ajouter la notion d'aire).

Ce ne sont là que des indications de principe.

Je viens de parler d'*initiation géométrique* ; c'est dire que je ne crois pas désirable un seul enseignement des mathématiques échelonné sur cinq ou six années : un premier « débrouillage » me semble nécessaire, et je regretterais vivement que l'on veuille modifier le caractère actuel de la classe de Seconde C-D. On se plaint du vague des idées de nos élèves ; que serait-ce, si toutes leurs connaissances mathématiques n'avaient d'autre base que ce qu'ils auraient vu vers leur douzième année ? Est-ce à dire qu'il faille changer radicalement la méthode d'enseignement quand on reprend pour la seconde fois l'étude de la géométrie ? Pas du tout ; le même ordre et les mêmes principes directeurs peuvent être suivis, mais les choses doivent être reprises avec plus de précision et plus de profondeur. Cela est d'ailleurs aussi vrai pour l'algèbre.

J'aurais encore bien des réserves à faire : je ne vois pas très bien par exemple la division de l'algèbre en premier et second degré ; j'admets difficilement que l'on relègue dans la classe terminale l'idée de fonction et les variations, tout au moins par la méthode directe. Je demande aussi que l'on ne persiste pas dans l'erreur actuellement commise dans le premier cycle A, où l'on a négligé de préparer sérieusement le calcul algébrique par une étude préalable des *propriétés* des opérations arithmétiques (je ne parle pas de leur mécanisme en numération décimale).

Pour me résumer, je crois que pour l'enseignement mathématique, il y aurait beaucoup à conserver des programmes de la division B du premier cycle, en les allégeant d'un certain nombre de rubriques prématurées ou inutiles, et pour conclure je propose comme base de discussion le programme suivant :

- 6^e Calcul et système métrique. Usage des instruments de dessin.
- 5^e Première année d'initiation géométrique.
Etude des quatre opérations fondamentales sur les nombres entiers (définitions et propriétés). Emploi des lettres.
- 4^e Deuxième année d'initiation géométrique.
Fractions. Rapports et proportions. Revision de l'ensemble des propriétés des opérations arithmétiques. Formules.
- 3^e Troisième année d'initiation géométrique (à peu près les Livres III et IV, en donnant aux rapports trigonométriques toute leur importance). On pourrait ajouter des notions de géométrie dans l'espace.
Grandeurs proportionnelles ; rapprochement avec la géométrie ; représentation graphique.
Initiation à l'algèbre (à peu près le programme actuel de 3^e A, avec en plus l'idée de fonction, la fonction linéaire, les fonctions fondamentales x^2 , x^3 , $\frac{1}{x}$.
Logarithmes, en vue des applications.
- 2^e Programme actuel de 2^e C-D, en principe.
- 1^e Programme actuel de 1^e C-D, en principe, moins la descriptive.
Math. Programme actuel allégé ; ne conserver qu'une partie du programme d'arithmétique ; réduire la mécanique (on pourrait par exemple se borner pour la dynamique à une étude simplifiée, que l'on incorporerait au cours de physique) ; réduire la cosmographie. En descriptive, on se bornerait à peu près au programme actuel de Première.
En revanche, on donnerait à la géométrie toute son importance.

Problèmes de Concours et d'Examens

1. Concours général des Lycées et Collèges, 1922

Classe de Mathématiques. (6 heures). — On donne un cercle C et l'axe C' de ce cercle, c'est-à-dire la perpendiculaire au plan de C, menée par le centre. Une inversion quelconque fait correspondre à C et à C' deux cercles C₁ et C'₁. Une seconde inversion, également arbitraire, fait correspondre à C₁ et C'₁ deux nouveaux cercles C₂ et C'₂.

1° Indiquer des propriétés caractéristiques du couple de cercles C_1, C'_1 . Le couple C_2, C'_2 possède-t-il ces propriétés ?

2° Les sommets opposés d'un quadrilatère gauche Q sont situés respectivement sur deux cercles C_1, C'_1 donnés, de l'espèce indiquée. Trouver la relation qui existe entre les longueurs des côtés de Q . Réciproquement, les côtés d'un quadrilatère Q donné, satisfaisant à cette relation, est-il possible de trouver deux cercles C_1, C'_1 , passant respectivement par les sommets opposés de Q et possédant les propriétés caractéristiques susvisées ?

3° Deux sommets opposés d'un tel quadrilatère étant donnés, ainsi que la droite qui joint les deux autres, il y a une infinité de ces quadrilatères Q . Etudier le déplacement des sommets variables. Trouver le lieu géométrique du centre de la sphère circonscrite à Q .

4° Deux points A et B étant fixés sur C_1 et un point M se déplaçant sur C'_1 , que peut-on dire des surfaces lieux géométriques des bissectrices des droites MA, MB ? Comment se coupent ces surfaces ?

5° Est-il possible de trouver deux cercles Γ et Γ' tels qu'une inversion arbitraire leur fasse correspondre des cercles dont les plans se coupent sous un angle constant ?

Classe de Première, Sections C et D (5 heures). — Un tronc de cône de révolution est tel que les deux sphères S et S' , tangentes à la surface latérale du tronc en tous les points des circonférences des bases, soient tangentes entre elles.

1° Calculer, en fonction des rayons r, r' , des bases, le volume v de la partie du tronc qui est extérieure aux deux sphères, et le volume V du solide convexe limité par la surface latérale du tronc et par les calottes sphériques (appartenant à S et S') qui coiffent ce tronc. Simplifier l'expression de V . — On supposera $r > r'$.

2° Etudier les variations de $\frac{V}{v}$ en fonction du rapport $\frac{r}{r'}$, pris comme variable indépendante.

3° On pose $\frac{V}{v} = \frac{5 - 4 \sin^4 \varphi}{\cos^2 2\varphi}$, l'angle φ étant donné entre et $\frac{\pi}{4}$.

Calculer $\frac{r}{r'} + \frac{r'}{r}$; en déduire $\frac{r}{r'}$. Appliquer à $\varphi = \frac{\pi}{12}$.

r et r' étant donnés, construire l'angle φ .

2. Institut National Agronomique, 1922

Mathématiques (4 heures). — I. Dans un triangle ABC , on donne le côté $BC = a$, l'angle opposé A , et l'on sait de plus que l'angle B est double de A .

Exprimer les côtés AC, AB , en fonction de a et $\cos A$.

Dans quels cas le triangle est-il isocèle ?

Dans quels cas l'un des côtés du triangle est-il double d'un autre ?

Exprimer la surface du triangle en fonction de $a, \sin B, \cos B$: étudier la variation de cette surface lorsque l'angle A varie, le côté a restant fixe.

II. Dans un triangle isocèle, la base vaut 10 m., et les côtés égaux valent chacun 13 m. Déterminer la base d'un autre triangle isocèle ayant même surface et même périmètre que le premier.

Epure (3 heures). — La ligne de terre xy est le petit axe de la feuille.

Un tétraèdre a une arête verticale, se projetant horizontalement à 6 cm. en avant de xy , à 4 cm. à droite du grand axe zz' de la feuille ; l'arête opposée est perpendiculaire au plan vertical de projection, et se projette à 6 cm. au-dessus de xy , à 4 cm. à gauche de zz' . Ces deux arêtes ont une longueur commune de 12 cm., et la droite qui joint leurs milieux est parallèle à la ligne de terre.

Représenter par ses deux projections la partie de ce tétraèdre intérieure à une sphère de 5 cm. de rayon, ayant même centre que la sphère circonscrite au tétraèdre.

3. Ecole Spéciale Militaire, 1922

Mathématiques (4 heures). — I. On considère l'équation

$A(x - b)(x - c) + B(x - c)(x - a) + C(x - a)(x - b) = 0$,
dans laquelle A et B sont deux nombres positifs et a, b, c trois nombres quelconques tels que l'on ait $a < b < c$.

Démontrer que cette équation admet toujours une racine réelle comprise entre a et b et trouver, suivant les valeurs de C , la position qu'occupe la seconde racine de l'équation par rapport aux trois nombres a, b, c .

II. On applique aux sommets d'un triangle ABC trois forces $Az, B\beta, C\gamma$ respectivement équipollentes à BC, CA, AB .

1° Démontrer que ces trois forces forment un système équivalent à un couple. Trouver l'axe de ce couple.

2° On fait tourner ces forces autour de leurs points d'application d'un même angle ω et dans le même sens, ce qui les amène en $Az', B\beta', C\gamma'$. Démontrer que ce système $Az', B\beta', C\gamma'$ est équivalent à un couple. Trouver l'axe de ce couple. Pour quelle valeur de ω les trois forces se font-elles équilibre ?

III. Par deux points M et M' , pris sur la tangente au sommet d'une parabole donnée, on mène à cette parabole deux tangentes, autres que la tangente au sommet, qui se coupe en P .

1° Trouver le lieu du point P quand M et M' varient de manière que leur milieu I reste fixe. En supposant que, dans ces conditions, M décrive toute la tangente au sommet en se déplaçant toujours dans le même sens, indiquer comment se déplace le point P sur le lieu qu'il décrit.

2° Lieu du point de rencontre des hauteurs du triangle $MM'P$, quand M et M' se déplacent de façon quelconque sur la tangente au sommet de la parabole.

Epure (3 heures). — Représenter en projection horizontale un corps solide opaque constitué par un cube dont chaque face serait surmontée

de la demi-sphère qui a pour grand cercle frontière la circonférence inscrite dans cette face.

On ne dessinera que les parties vues en projection horizontale. A côté de la projection de chaque sommet vu du cube, on écrira sa cote à un millimètre près. La cote du sommet A qui est le plus élevé du cube est égale à 20 centimètres ; le centre du cube est sur la verticale du point A ; le côté du cube a 8 centimètres de longueur.

On placera la projection du point A au centre de la feuille ; une arête AB du cube aura sa projection parallèle au petit côté de la feuille, B étant à droite de A.

Calcul logarithmique (1 heure). — Résoudre un triangle connaissant :

$$a = 13.232 \text{ m. ; } b = 12.627 \text{ m. ; } c = 11.428 \text{ m.}$$

4. Problèmes de Géométrie

Sèvres 1912. — On donne un cercle C de centre O, de rayon R, et sur ce cercle deux points A et A' tels que l'angle AOA' égale 1 droit. On mène par A une corde quelconque et par A' une corde de même longueur.

1° Trouver le lieu du point de rencontre de ces deux cordes.

2° Deux cordes égales menées par A et les deux cordes de même longueur menées par A' se coupent en quatre points, dont deux I et J sont alignés sur le point O. Ces quatre cordes sont tangentes à deux cercles c et c' que l'on fait tourner ainsi que C autour de IJ. Démontrer que l'aire de la sphère engendrée par C est égale à la somme des aires des sphères engendrées par c et c' .

3° Démontrer que les cercles circonscrits aux triangles AIA', AJA' et AIJ sont égaux.

4° Trouver le lieu du centre du cercle circonscrit au triangle AIJ.

5° Les quatre points de rencontre de quatre cordes égales sont situés sur un même cercle C'. On demande de placer ce cercle connaissant la longueur d de son diamètre. Cas où $2d = R$.

Fontenay 1912. — 1° Montrer que dans un quadrilatère à diagonales rectangulaires (convexe, ou non, ou croisé), la somme des carrés de deux côtés opposés est égale à la somme des carrés des deux autres.

2° Montrer que pour tous les quadrilatères à diagonales rectangulaires inscrits dans un cercle donné, la somme des carrés des côtés est la même.

3° On joint un point I d'une circonférence de cercle aux extrémités A et B d'un diamètre fixe. Trouver sur la droite AI un point M et sur la droite BI un point N tels que le segment MN ait une longueur donnée et qu'il soit vu des points A et B sous des angles égaux.

4° Lieu des points M, N et lieu d'un point P qui divise le segment MN dans un rapport donné m quand I se déplace sur la circonférence donnée.

On appellera a et b les longueurs AB, MN.

St-Cloud 1913. — On donne un angle droit xOy , un point C sur la bissectrice de cet angle et le point C' symétrique de C par rapport au point O . Sur les droites Ox , Oy respectivement, on prend deux points variables A , B tels que l'on ait $OA \times OB = \overline{OC}^2$.

1° Démontrer que le quadrilatère $ACBC'$ est inscriptible.

2° Calculer les angles en C et C' de ce quadrilatère, ainsi que l'angle au centre sous lequel on voit du point I , centre du cercle circonscrit au quadrilatère, la corde AB .

3° Les côtés CA , CB rencontrent les prolongements Ox' , Oy' de Ox et de Oy au delà du point O aux points A' , B' respectivement. Démontrer que la droite $A'B'$ reste tangente à un cercle fixe.

4° Soit D le point de rencontre de AB avec OI . Démontrer que le cercle décrit sur DI comme diamètre passe par les points C et C' .

5° M étant le milieu de AB , la droite AM est bissectrice de l'angle CMC' .

À travers les Revues — Ouvrages reçus

Revue pédagogique (15, rue Soufflot, Paris, 5^e). — G. KOENIGS : *La géométrie élémentaire moderne* (mars 1922, p. 157).

Bulletin scientifique (Chasseneuil, Charente, le n° : 0 fr. 50). — *Note sur les nombres et les grandeurs* (n° 9, 5 mars 1922). — J. RIBEYRE : *Les grandeurs proportionnelles* (n° 9, 5 mars 1922). — P. MARTIN : *La multiplication des grandeurs* (n° 9, 5 mars 1922). — J. RIBEYRE : *La multiplication des grandeurs* (n° 11, 5 avril 1922). — P. MARTIN : *Sur le produit de deux grandeurs* (n° 12, 5 mai 1922). — E. MONNEZ : *Relations métriques dans les triangles* (n° 12, 5 mai 1922). — Mme PERRIN-MARIN : *Sur la manière d'indiquer les opérations* (n° 12, 5 mai 1922). — J. RIBEYRE : *A propos du 3^e cas de la division* (n° 13, 5 juin 1922). — L. GÉNILLON : *La vitesse* (n° 13, 5 juin 1922).

Ouvrages reçus. — P. CHENEVIER, ancien élève de l'École normale supérieure, Professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée de Toulouse : *Cours de Géométrie*, à l'usage de l'Enseignement secondaire des garçons et des jeunes filles ; préface de M. E. BLUTEL, Inspecteur général ; un volume in-16 cartonné toile : 9 fr. (+ 25 o/o). — (Librairie Hachette, 79, boulevard St-Germain, Paris, 6^e).

POL SIMON, Chef de Travaux pratiques de Mathématiques à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy : *La recherche des Lieux géométriques en Géométrie analytique*, à l'usage des Elèves des Classes de Mathématiques Spéciales et des Etudiants des Instituts scientifiques des Facultés des Sciences ; un volume in-8° (16 × 23), broché, 18 fr. (Librairie Armand Colin, 103, boulevard St-Michel, Paris, 5^e).

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT (personnel intéressé). — 26.252

Membres d'Honneur :

MM. BLUTEL, Inspecteur général.
FONTENÉ, Inspecteur général honoraire.
LECONTE, Inspecteur d'Académie.
MARIJON, Inspecteur général.

Bureau :

Le Bureau se réunit tous les troisièmes mercredis.

Président : M. BIOCHE, 56, rue Notre-Dame-des-Champs, Paris 6°.
Vice-Présidents : Mlle DETCHEBARNE, 13, rue Guy-de-la-Brosse, Paris, 5°.
M. LEMAIRE, 18, rue Eugène-Manuel, Paris, 16°.
Secrétaires : M. DELCOURT, 17, rue Louis-Braille, Paris, 12°.
M. DUMARQUÉ, 18 bis, rue du Débarcadère, Paris, 17°.
Trésorier : M. JULIEN, 11, rue des Marronniers, Paris, 16°.

En cas de règlement par chèque postal (frais d'envoi 0 fr. 15), utiliser exactement l'adresse suivante, sans aucune addition :

Paris, C/c 345-95 — M. JULIEN, — 11, rue des Marronniers, 16°.

Comité :

Membres de droit :

MM. GRÉVY, St-Louis.
BONIN, St-Germain-en-Laye.

Membres élus :

Mlle CARTAN, Sèvres.	M. MEUNIER, St-Germain-en-Laye.
MM. COMBET, Louis-le-Grand.	Mme MOSSÉ, Lille.
COMMISSAIRE, Charlemagne.	Mlle PICOT, Victor-Duruy.
ESCANDE, Beauvais.	MM. POUTHIER, Voltaire.
FLAVIEN, Henri-IV.	ROBY, St-Germain-en-Laye.
JACQUET, Henri-IV.	VIEILLEFOND, St-Louis.
LESCOURGUES, Henri-IV.	Mme VIMEUX, Victor-Hugo.

Correspondants :

<i>Aix-Marseille :</i> M. FONT.	<i>Lyon :</i>
<i>Alger :</i> M. PERFETTI.	<i>Montpellier :</i> M. DESBATS.
<i>Tunis :</i> M. PATOU.	<i>Nancy :</i> M. THIÉBAUT.
<i>Besançon :</i> M. DURAND (Ch.).	<i>Poitiers :</i> M. DREYFUS.
<i>Bordeaux :</i>	<i>Rennes :</i>
<i>Caen :</i> M. HENNEQUIN.	<i>Nantes :</i> M. DESFORGE.
<i>Clermont :</i> M. SANSELME.	<i>Strasbourg :</i>
<i>Dijon :</i>	<i>Toulouse :</i> M. CHENEVIER.
<i>Grenoble :</i>	
<i>Lille :</i> M. CHATRY.	<i>Hanoï :</i> M. BRACHET.

MASSON & C^{IE}, ÉDITEURS
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, PARIS (VI^e)

Cours de Mathématiques

Rédigé conformément aux programmes de 1911 et de 1912

PAR

H. COMMISSAIRE

Ancien élève de l'École Normale Supérieure,
Professeur de Mathématiques spéciales au lycée Charlemagne

1^{er} CYCLE

Classes de 6^e A, 5^e A et 6^e B.

Leçons d'Arithmétique, 2^e édition.

1 vol. in-8°, avec 1293 problèmes et exercices, cart. 6 fr.

Classes de 4^e A et 5^e B.

Leçons d'Arithmétique et de Géométrie,

1 vol. in-8°, avec 1002 problèmes et exercices, cart. 6 fr.

Classe de 4^e B.

Leçons d'Arithmétique et de Géométrie,

1 vol. in-8°, avec 729 exercices, cart. 6 fr.

Classe de 3^e A.

Leçons d'Algèbre et de Géométrie,

1 vol. in-8°, avec nombreux exercices (*Paraîtra en juin 1922*).

1.^e CYCLE

Classes de 2^e C et D.

Leçons d'Algèbre, 4^e édition. — 1 vol. in-8°,

634 probl., formulaire et tables, cart. 7 fr.

Classes de 1^e C et D.

**Leçons de Trigonométrie (et compléments
d'Algèbre), 3^e édition. — 1 vol. in-8°, 583 probl.,**

formulaire et tables, cart. 7 fr.

Mathématiques A et B.

**Leçons d'Arithmétique, 1 vol. in-8°, avec 562
problèmes et exercices, cart.**

8 fr.

**Leçons d'Algèbre et de Trigonométrie,
3^e édition. — 1 vol. in-8°, 586 probl., formulaire et
tables, cart.**

15 fr.

**Leçons de Mécanique, 1 vol. in-8°, 498 probl.
et exerc., cart.**

15 fr.

Les prix ci-dessus indiqués subissent une majoration provisoire de 25 0/0