Problèmes de Concours et d'Examens

Examens des Bourses des Lycées et Collèges de Garçons, 1921. — *1^re^ Série* A *et* B *(pour entrer en sixième).* — I. Pour sa provision d'hiver, un propriétaire a acheté 1.250 kilogrammes d'anthracite, 850 kilogrammes de boulets et 750 kilogrammes de briquettes. Le prix de la tonne de chaque combustible est de 340 francs pour l'anthracite, 270 francs pour les boulets et 280 francs pour les briquettes, à quoi il faut ajouter 0 fr, 20 par sac de 50 kilogrammes pour la descente en cave. A combien revient cette provision, tous frais compris ?

II. Une maison et un jardin valent ensemble 26.240 fr. La maison vaut 7 fois plus que le jardin. Dites le prix de la maison et le prix du jardin.

2^e^ Série A *et* B *(pour entrer en cinquième).* — I. Un propriétaire achète, à raison de 8.000 francs l'hectare, une vigne de forme rectangulaire ayant 246 mètres de longueur sur 140 mètres de largeur, et dans laquelle les ceps sont espacés de $0^m,75$ dans le sens de la longueur du terrain et de $1^m,25$ dans le sens de la largeur. Une année, chaque cep a rapporté $0^l,55$ de vin, qui a été vendu au prix moyen de 120 francs l'hectolitre. Les frais divers absorbent les 2/5 du produit annuel. Calculer : 1° le produit net de la vigne ; 2° le taux auquel le propriétaire a placé son argent en achetant cette vigne.

II. On met deux poids, dont l'un est double de l'autre, dans les plateaux d'une balance. Si l'on ajoute d'un côté 310 francs en monnaie d'argent et de l'autre 310 francs en monnaie d'or, l'équilibre est rétabli. Quels sont ces deux poids ?

6^e^ Série C *(pour entrer en première* C*).* — I. Dans un triangle ABC rectangle en A la bissectrice intérieure de l'angle droit coupe l'hypoténuse en D ; par ce point on méne à l'hypoténuse BC une perpendiculaire qui coupe AC ou son prolongement au point E. Démontrer que DE = BD. On examinera les deux cas de figure : 1° E sur le côté AC lui-même ; 2° sur le prolongement de AC.

II. Remplacer par un produit de quatre facteurs l'expression :

$$(9a^2+4b^2-c^2)^2 - 144a^2b^2$$

6^e^ Série D *(pour entrer en première* D). — On considère un angle droit xOy ; deux segments de droite AB et CD ont leurs extrémités A et C sur Ox, leurs extrémités B et D sur Oy, les angles OAB et ODC étant égaux. On donne $AB = p$, $CD = q$, et on pose :

$$OA = x,\ OB = y,\ OC = z,\ OD = t.$$

1° Faire voir que, si l'on se donne x, les quantités y, z, t sont déterminées ; il en résulte que les quatre quantités x, y, z, t sont liées par trois relations distinctes. Etablir ces trois relations dont l'une est

$$xz = yt.$$

2° Soit M le milieu de AC, N le milieu de BD, I le point de rencontre des perpendiculaires menées en M à AC, en N à BD. Evaluer OM et AM, ON et BN en fonction de x, y, z, t. En déduire les expressions des quantités $\overline{IA}^2$ et $\overline{IB}^2$ qui se trouvent dépendre uniquement des longueurs p et q, et montrer que les quatre points A, B, C, D sont sur un même cercle dont le rayon R est donné par la formule

$$(1) \qquad 4R^2 = p^2 + q^2$$

3° En supposant, pour fixer les idées, $OA < OC$, $OB < OD$, faire voir sans calcul que les quatre points A, B, C, D sont sur un même cercle (C). Si CED est l'arc d'extrémités C et D qui ne contient pas les points A et B, si AFB est l'arc d'extrémités A et B qui ne contient pas les points C et D, évaluer (en mesurant l'angle droit xOy) la différence de ces deux arcs et établir par ce moyen la formule (1).

Examen des Bourses des Lycées et Collèges de Jeunes Filles, 1921. — *1re Série (pour entrer en 1re Année).* — I. Un négociant a acheté 45 mètres de velours de laine pour 1.912 fr. 50. Il en revend le tiers à 47 fr. 25 le mètre, les 2/5 à 49 fr. 50 et le reste à 48 francs. Combien a-t-il gagné en tout et combien pour cent sur le prix d'achat ?

II. Une cuisinière qui voulait acheter 5 kilogrammes de viande fraîche calcule qu'en prenant de la viande frigorifiée qui coûte 4 francs de moins par kilogramme, elle en aura 2 kilogrammes de plus. Dites combien coûte le kilogramme de chaque viande.

2e Série (pour entrer en 2e Année). — I. Un tramway part de la station avec un certain nombre de voyageurs. Il en laisse le quart au premier arrêt ; il prend ensuite 30 personnes au second arrêt. Enfin après avoir déposé en route les 5/8 de ses voyageurs, il arrive à la station finale avec 27 voyageurs. Quel était le nombre des voyageurs au départ ?

II. Combien y a-t-il de nombres d'*un chiffre*, de *deux chiffres*, de *trois chiffres ?*

On écrit tous les nombres de un et deux chiffres. Combien a-t-on écrit de chiffres ?

Même question si l'on écrit tous les nombres de un, deux, trois chiffres.

Pour numéroter les pages d'un livre, on a employé 864 chiffres. Combien le livre a-t-il de pages ?

3e Série (pour entrer en 3e Année). — Une marchande d'orange vend les 4/7 de ses oranges plus 15 oranges à un premier acheteur ; elle vend ensuite les 4/5 du reste plus 15 oranges à un deuxième acheteur. Après ces deux ventes, il ne lui reste plus d'oranges. Combien en avait-elle ?

II. Expliquer comment on calcule le reste de la division d'un nombre par 4 ou 25.

Par quel chiffre peut-on remplacer a dans le nombre $14a6$ pour que ce nombre soit divisible par 4 ?

Par quel chiffre peut-on remplacer a dans le nombre $278a$:

1° Pour que ce nombre soit divisible par 5 ;

2° Pour que ce nombre soit divisible par 2 sans être divisible par 4.

Un tel nombre peut-il être divisible par 25 ? Peut-on remplacer a par un chiffre de façon que le reste de la division du nombre par 25 soit 12 ?

4e Série (pour entrer en 4e Année). — I. Soit une droite xy et un point A extérieur à cette droite.

Trouver un point A' tel que tout point M de xy soit équidistant de A et A'.

2° Soient 2 points A, B d'un même côté de xy. Trouver la plus courte des lignes brisées AMB qui vont de A en B, le point M étant sur xy. (Pour cette dernière question, on remplacera le point A par le point A' trouvé précédemment).

II. Principe d'Archimède. — Corps flottants.

5e Série (pour entrer en 5e Année). — I. Soient 2 circonférences de centres O et O' de rayons R et R' ; $R > R'$, $OO' = d$.

On mène deux rayons OM, OM' parallèles et de même sens. La droite MM' qui joint leurs extrémités rencontre le prolongement de la ligne des centres au point S.

Calculer SO, SO', au moyen de d, R, R'.

Quelle relation doit-il y avoir entre la distance des centres d et les deux rayons pour que le point S soit extérieur aux deux circonférences.

Cette condition étant réalisée, on mène du point S une tangente à l'une des circonférences ; conclure de ce qui précède qu'elle est tangente commune extérieure aux deux circonférences. Quel est le nombre des tangentes communes extérieures ?

II. Lois de la réflexion de la lumière. Miroirs plans.

Institut national Agronomique 1921. — I. Soit un angle droit xOy ; on prend sur Ox un point A et sur Oy un point B, tels que $OA = 8l$, $OB = 6l$, en désignant par l une longueur donnée. Soit de plus un point M, situé à l'intérieur du triangle AOB et dont les coordonnées par rapport aux axes Ox, Oy sont a, b.

Déterminer une droite PQ, passant par le point M, coupant Ox en un point P situé entre O et A, Oy en un point Q situé entre O et B, de façon que le triangle OPQ soit équivalent à la moitié du triangle OAB.

Indiquer le nombre de solutions du problème suivant la position du point M. On prendra comme inconnue $OP = x$.

II. Dans un quadrilatère OABC, on connaît les angles O, A, B et les côtés $OA = a$, $OB = b$. Calculer la diagonale OC.

Le Gérant : A. COUESLANT.

CAHORS, IMPRIMERIE COUESLANT *(personnel intéressé).* — 24.545