

Sur la Division

1. — On peut appeler « *quotient entier* » de a par b , a et b étant des entiers, le nombre q défini par la double inégalité :

$$(1) \quad b \times q \leq a < b \times (q+1).$$

On définit ensuite le reste r , et on obtient l'écriture :

$$a = bq + r, \quad r < b.$$

On peut désigner le quotient entier par la notation $[a:b]$, qui se lit : « *quotient entier de a par b* ».

2. — Le « *quotient exact* » de a par b , soit $a:b$, est la fraction dont le produit par b donne a ; on doit avoir :

$$(2) \quad (a:b) \times b = a.$$

Ce quotient exact est $\frac{a}{b}$:

$$(3) \quad a:b = \frac{a}{b}.$$

En général, les élèves ne comprennent pas la différence qui existe entre $a:b$ et $\frac{a}{b}$; il est donc inutile de leur démontrer que ces deux quantités sont égales avant de leur avoir fait saisir en quoi elles diffèrent. Observons d'abord que, pour $a = 1$, on a évidemment $1:b = \frac{1}{b}$. Cela posé, on a :

$$a:b = (1 \times a) : b, \quad \frac{a}{b} = \frac{1}{b} \times a = (1:b) \times a,$$

et la différence est dans l'ordre des deux opérations au second membre, multiplication par a et division par b . Il suit de là que, pour établir l'égalité (3), ON DOIT S'APPUYER SUR L'ÉGALITÉ $m \times n = n \times m$, m ET n ÉTANT DEUX ENTIERS, et voici la démonstration :

$$\frac{a}{b} \times b = \frac{a \times b}{b} = \frac{b \times a}{b} = \frac{b}{b} \times a = 1 \times a = a.$$

3. — Le quotient entier q est la partie entière du quotient exact $\frac{a}{b}$

Comme, d'une manière générale, la notation $[x]$ désigne d'après GAUSS la partie entière de x , on doit écrire :

$$\left[\frac{a}{b} \right] = q ;$$

cela conduit à écrire $[a:b] = q$, comme on l'a fait au début.

4. — On peut appeler « *racine carrée entière* » de A , A étant un entier, le nombre entier a défini par la double inégalité :

$$a^2 \leq A < (a+1)^2.$$

On définit ensuite le reste r , et on obtient l'écriture :

$$A = a^2 + r, \quad r \leq 2a.$$

On peut désigner cette racine entière par la notation $[\sqrt{A}]$, qui se lit « *racine carrée entière de A* ».

La théorie de la coupure permet de définir la « *racine carrée exacte* » de A ; la partie entière de cette racine est a , et la notation $[\sqrt{A}]$ se présente ici sous un nouvel aspect.

G. FONTENÉ.
