

## Problèmes de Concours et d'Examens

**Bacc. Math.** — *Bordeaux, Juillet 1920* : Une sphère de rayon  $r$  dont le centre est en  $O$  au temps *zéro* est lancée de bas en haut suivant la verticale  $Oz$  avec une vitesse initiale  $v$ . Elle est éclairée par un point lumineux  $S$  situé sur l'horizontale  $OS$  ; on donne  $OS = a$ . On demande :

1° de trouver à chaque instant le rapport de la zone éclairée à la zone dans l'ombre ;

2° à quel instant ce rapport sera égal à un nombre donné  $m$  ;

3° de trouver le maximum ou le minimum de  $m$ .

*Application* :  $a = 20$  m.  $r = 6$  m.  $v = 50$  m. s.

**Bacc. Math.** — *Alger, Juillet 1920* : Un aviateur veut atteindre, avec un projectile qu'il abandonne sans lui imprimer aucune impulsion, un objectif matérialisé par un point  $O$ . Au voisinage du point  $O$  (environ 10 km.), on suppose que le mouvement de l'aéroplane est rectiligne, uniforme, de vitesse 180 km. à l'heure, la trajectoire étant horizontale dans un plan vertical contenant  $O$ . A l'instant  $t_0$  correspondant à la position  $A$ , l'aviateur vise le but et mesure l'angle  $\alpha = OAx = 29^{\circ},515$ . A l'instant  $t_0 + 30$  secondes, correspondant à la position  $B$ , il fait une deuxième mesure et trouve  $\beta = OBx = 42^{\circ},955$ . On demande :

1° la hauteur de l'aéroplane au-dessus du plan horizontal contenant l'objectif ;

2° à quel moment après son passage en  $A$  il devra laisser tomber le projectile ;

3° quels seront, en arrivant au sol, la vitesse du projectile et l'angle de cette vitesse avec la verticale.

On donne  $g = 9$  m., 80. On supposera le projectile matérialisé par un point pesant dont le mouvement s'effectue suivant les lois de la chute des corps dans le vide.

(*Sur la figure,  $Ax$  est la trajectoire dirigée dans le sens du mouvement*).

**Bacc. 1<sup>re</sup> CD.** — *Poitiers, Juillet 1920* : On donne dans un plan horizontal trois points  $a, b, c$ , formant un triangle équilatéral dont le côté est 4. Ce sont les projections de trois points  $A, B, C$ , de l'espace tels que le triangle  $ABC$  soit un triangle isocèle rectangle en  $A$  ; la cote de  $A$  est 4.

Montrer que la cote du milieu  $M$  de  $BC$  est aussi 4.

Trouver les cotes de  $B$  et  $C$  et la pente du plan du triangle.

**Bacc. Math.** — *Lyon, Octobre 1920* : 1° Soit un cercle  $O$  et un de ses diamètres,  $BC$ . On prend un point  $M$  de la circonférence du cercle  $O$  et, du point  $M$  comme centre, on trace la circonférence tangente à  $BC$  ; des points  $B$  et  $C$  on mène les tangentes à cette circonférence de centre  $M$ . Démontrer que ces deux tangentes sont parallèles.

2° On suppose maintenant que  $BC$  est une corde et non plus un diamètre du cercle  $O$  et l'on effectue la même construction. Les tangentes issues de  $B$  et  $C$  au cercle  $M$  se coupent alors en un point  $A$ . Trouver les lieux du point  $A$  quand  $M$  parcourt sur la circonférence  $O$  chacun des deux arcs sous-tendus par la corde  $BC$ .

**Bacc. 1<sup>re</sup> CD.** — *Rennes, Octobre 1920* : On donne un triangle  $ABC$ , rectangle en  $A$  et dont les côtés de l'angle droit ont pour valeurs  $AB = c$ ,  $AC = b$ . On prend sur  $AC$  un point  $D$  à la distance  $x$  du point  $A$ .

1° Trouver la distance  $DI$  du point  $D$  à l'hypoténuse.

2° Du point  $D$  comme centre, on décrit un cercle tangent à  $AB$ . Trouver la condition à laquelle doit satisfaire  $x$  pour que ce cercle coupe l'hypoténuse  $BC$ , ou lui soit tangent.

3° Supposant que l'on ait  $b = 2c$ , on prend sur l'hypoténuse un point quelconque  $M$  et l'on construit le symétrique  $M'$  de  $M$  par rapport à  $AC$ . Calculer pour le triangle isocèle  $MAM'$  la somme de la base  $MM'$  et de la hauteur  $AH$ .

**Bacc. Math.** — *Grenoble, Novembre 1920* : Etant donné un angle  $XOY$  droit, d'un point  $M$ , variable sur  $OX$ , comme centre, on décrit le cercle  $(C)$  dont le rayon a une valeur constante  $a$ .

1° Lorsque  $M$  décrit  $OX$ , ce cercle reste tangent à deux droites fixes  $(D)$  et  $(D')$ , qui rencontrent respectivement  $OY$  aux points  $P$  et  $P'$ . On joint  $PM$  qui coupe  $(D')$  en  $A$  et on mène de  $A$  la seconde tangente au cercle  $(C)$ . Montrer que cette droite reste tangente à un cercle fixe de centre  $P$ . Soit  $B$  le point de contact.

2° La droite  $P'B$  rencontre  $PM$  en  $E$ . Lieu de ce point  $E$ . On abaisse de  $E$  la perpendiculaire  $EH$  sur  $OY$  ; lieu du milieu  $N$  de  $EH$ . Le cercle passant par  $E$  et tangent en  $P$  à  $OY$  rencontre  $P'B$  en un point  $K$  autre que  $E$ . Lieu du point  $K$ .

3° On mène par  $A$  la parallèle  $AL$  à  $P'B$  ; montrer que cette droite reste tangente à une parabole fixe et que son point de rencontre  $I$  avec la parallèle à  $OY$  issue de  $M$  décrit une autre parabole.

**Bacc. 1<sup>re</sup> CD.** — *Caen, Octobre 1920* : Déterminer tous les arcs  $x$  et  $y$  vérifiant simultanément les deux relations :

$$\cos^2 x = \sin^2 y.$$

$$\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tgy}.$$

---

Le Gérant : A. COUESLANT.