# DEUXIÈME PARTIE

## Sur le premier enseignement de la géométrie

A diverses reprises, le peu de goût montré par nos élèves pour le raisonnement géométrique a été l'objet de plaintes discrètes. Des rapports constatent que les préférences des candidats aux Grandes Ecoles sont nettement orientées vers l'emploi des procédés algébriques.

L'inventaire des problèmes proposés aux examens du baccalauréat (1re ou 2e partie), indique une forte majorité de sujets dont la solution fait surtout appel à l'algèbre, peu ou pas de questions de géométrie pure. Il semble que le choix de ces problèmes soit dirigé par la crainte de soumettre les candidats à une épreuve dangereuse pour leur succès.

On entend aussi des maîtres chargés de cet enseignement dire que les élèves ne possèdent plus les mêmes connaissances qu'autrefois en géométrie. Certains en trouvent une raison dans le changement de caractère de la classe de mathématiques élémentaires supérieures, transformée en une classe de mathématiques spéciales préparatoires.

Notons cependant que la géométrie occupe encore une place honorable aux examens de St-Cyr, aux concours d'admission à l'Ecole normale de Sèvres, aux agrégations de mathématiques. Il semble d'ailleurs que les résultats obtenus ne soient pas toujours satisfaisants et que le classement des candidats, d'après l'épreuve de géométrie pure, ait parfois présenté quelques difficultés.

D'autre part, les programmes, dans leur ensemble, depuis la 5e B ou la 4e A, jusqu'à la classe de Mathématiques A-B, ne contiennent pas moins de géométrie qu'autrefois ; rien, dans les instructions, n'empêche les maîtres de consacrer à cette partie des mathématiques le temps qui leur paraît nécessaire. Faut-il les rendre responsables de la défaveur dont la géométrie serait l'objet ?

L'influence des examens de toute nature, sur la direction des études, peut paraître regrettable ; il serait puéril de la nier. L'enseignement de l'algèbre a fait des progrès évidents et tel élève de 1re C-D est capable, à l'heure actuelle, de se livrer victorieusement à une discussion qui aurait fait reculer autrefois des élèves de mathématiques élémentaires ; l'aptitude au raisonnement, sur ce terrain, s'est assurément fort développée. La réussite est cause d'un effort nouveau dans le même sens, le succès aux épreuves de l'examen fixe le goût de l'élève et par réaction celui du maître. On peut conclure qu'en moyenne les élèves ne sont pas moins aptes au raisonnement géométrique que leurs devanciers, mais qu'ils sont mieux exercés à l'emploi des méthodes algébriques.

Ce résultat est-il à l'avantage de la culture que nos élèves peuvent retirer de l'étude des mathématiques ? Si le plus grand nombre devaient continuer à se livrer à la recherche mathématique, on pourrait hésiter à répondre ou même pencher vers l'affirmative. Mais la question ne se pose pas ainsi. La plupart de ceux qui opteront pour des études scientifiques iront vers les sciences expérimentales, les sciences d'observation, les sciences appliquées. Les mathématiques leur apporteront des connaissances qui ne sont pas négligeables, mais ils en recevront aussi une empreinte avec laquelle ils devront compter. Il ne faut pas qu'une formation exclusivement logique puisse nuire à ceux dont les recherches feront constamment appel à l'esprit d'observation. Il ne faut pas surtout que la diminution du goût pour l'étude du réel et du relatif soit la rançon des instruments précieux qu'apporte le commerce des sciences exactes.

A côté de ceux qui poursuivront des études scientifiques, il en est d'autres dont l'orientation sera toute différente. Ceux-ci, sauf exceptions, ne seront pas tentés par l'acquisition de connaissances mathématiques dont ils ne verront pas l'application aux études de leur choix. Leur culture y perdra plus qu'ils ne sauraient croire ; mais le jour où certains pourront soupçonner une lacune dans leur formation, il sera trop tard pour y remédier.

Nous retrouvons tous, dans nos souvenirs d'élèves, des camarades dont la répugnance ou le dédain masquait mal les difficultés rencontrées au cours de l'étude des mathématiques. Faut-il mettre tous les torts de leur côté et croire qu'un manque absolu d'aptitude était l'unique cause d'une aversion non dissimulée ? Ce serait injuste. Nous devons reconnaître que le nécessaire n'a pas toujours été fait pour vaincre des résistances dont la cause a pu être parfois méconnue ; cet aveu nous coûte d'autant moins qu'il vise surtout les maîtres du passé.

L'intérêt donné à l'enseignement a toujours été le principal moyen d'action sur les élèves ; c'est à peu près le seul qui nous reste actuellement dans les classes où l'on ne prépare pas directement à un examen ou à un concours. L'enseignement de la géométrie est-il susceptible d'intéresser la masse des élèves ? Des maîtres dont l'expérience pourrait faire impression ne le croient guère : la nécessité de la « bosse » a encore des défenseurs. D'autres émettraient volontiers l'avis contraire, mais pensent que l'on commence trop tôt. D'autres enfin estiment que l'on peut commencer à l'âge où on le fait aujourd'hui, à condition d'aller très lentement pendant les premiers mois. Il semble que ces derniers aient serré la question de plus près que les autres.

Mais, quel que soit l'âge de début, on doit se demander si l'enseignement de la géométrie, tel qu'il nous vient du passé, est donné sous la forme qui convient le mieux aux commençants. Des tentatives de réformes ont été faites, dont certaines ont nettement échoué : l'introduction des translations, à l'entrée de la géométrie plane, est du nombre de ces dernières. Il est inutile d'analyser les causes d'un échec qui paraît définitif.

Un rappel à l'emploi de la méthode socratique, qui associe l'élève à la découverte et à l'enchaînement des faits, à l'élaboration des conséquences, à la traduction des résultats en bon langage, a eu une influence heureuse sur quelques maîtres. Il serait à souhaiter que leur exemple fût imité et il paraît possible d'apporter une aide à ceux qui oseront tenter l'expérience.

Ce qui frappe le plus les non-initiés à l'enseignement traditionnel de la géométrie est la place qu'on y donne à la démonstration des théorèmes. Pendant des années, la plus grande partie du temps consacré à cette étude est employée à établir des vérités découvertes on ne sait comment, à passer des hypothèses à des conclusions révélées au préalable. Tant pis pour ceux dont la tournure d'esprit s'adapte mal à cette méthode impérative, pour ceux qui ont besoin de suivre l'exposé des motifs avant de bien saisir le texte de la loi. La liberté d'examen qu'ils affectionnent trouve d'autant moins à se satisfaire que, trop souvent, la démonstration s'appuie sur des éléments dont l'introduction ne s'impose pas à l'esprit et sur des constructions *à priori* ayant pour but de raccourcir le passage de l'hypothèse à la conclusion.

Cette façon de procéder trouve sa justification dans le désir d'aller vite et de condenser le plus possible de faits dans le minimum de règles. On veut diminuer l'effort imposé à la mémoire de l'élève et faciliter un inventaire indispensable à la solution des problèmes qui lui seront posés. C'est bien à sa mémoire qu'il fait uniquement appel — trop souvent en vain — au moins dans les premières années. Au cours d'une période plus ou moins longue, suivant les individus, les connaissances acquises se présentent comme des fragments ; la liaison des faits géométriques n'apparaît qu'à ceux qui ont le temps et le courage de poursuivre leurs études sur ce terrain, la synthèse d'ensemble n'est guère préparée par des synthèses particulières.

Pour être juste, il faut reconnaître que des progrès véritables ont été réalisés dans la façon de présenter les démonstrations. On énonce bien au début les hypothèses et les conclusions, mais on a soin d'insister sur la distinction qu'il faut faire entre elles ; on redoute la confusion que ce rapprochement produit trop souvent encore dans l'esprit de l'élève, confusion qui conduit à des pétitions de principes bien caractérisées. La nécessité de cette distinction est une preuve irrécusable des inconvénients du procédé.

Certains maîtres perfectionnent encore la méthode en mettant bien en lumière les points précis du raisonnement qui font appel aux diverses parties de l'hypothèse ; leur insistance à ce sujet contribue sérieusement à la compréhension.

Quels sont donc les avantages qui conservent aux procédés traditionnels les préférences de la plupart des professeurs ? Il en est un dont on ne saurait nier l'importance pratique. Le nombre des élèves rend parfois pénible le maintien d'un contact direct avec l'ensemble de la classe.

Les forces du maître ont des limites, on ne peut lui savoir mauvais gré de les ménager. La méthode usuelle présente moins d'attrait pour l'élève, elle conduit à une répartition plus équitable de l'effort demandé au professeur et à la classe.

Mais surtout il semble que l'énoncé préalable des conclusions facilite la tâche de l'élève et que la connaissance du but éclaire la route qui y mène, en prévenant les écarts possibles. L'avantage paraît plus grand encore si l'on s'adresse à des débutants et l'opinion sur ce point est presque unanime. L'expérience courante fournit pourtant des faits qui pourraient conduire à l'opinion contraire.

Certains énoncés géométriques paraissent tout d'abord d'une évidence telle que les élèves ne sentent pas le besoin d'une justification : la lumière projetée par la conclusion est tellement aveuglante que la route à parcourir se trouve supprimée ! Le professeur qui se heurte à une pareille constatation ferait œuvre vaine en imposant une démonstration.

Fréquemment aussi — les maîtres qui associent la classe à leurs démonstrations ont pu le constater — un élève pressé d'arriver au but enjambe les obstacles ou trouve dans sa mémoire une raison qui n'a aucun rapport avec la question traitée. A ceux que l'emploi de la méthode dogmatique aurait privés de semblables constatations, je puis signaler une perle. Un professeur voulant montrer à ses élèves qu'il existe des triangles semblables, demanda à sa classe si deux triangles équilatéraux sont semblables. L'égalité des angles ne fit aucune difficulté. L'affirmation de l'égalité des rapports des côtés ne souleva non plus aucune objection ; pourtant, l'attitude de quelques élèves m'ayant laissé des doutes, je demandai si quelqu'un pouvait m'en donner la raison et j'obtins cette réponse qui n'indigna personne en dehors du maître : « C'est parce que deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles ». Il serait cruel d'insister.

Une autre constatation plus importante encore paraît n'avoir été faite que par un petit nombre de maîtres fort avertis ; ils ont observé que la solution de certaines questions se trouvait grandement facilitée lorsqu'on impose à l'élève l'oubli momentané des conclusions visées. Ce phénomène paradoxal en apparence se retrouve dans toutes les classes : une expérience de longue date m'avait permis d'en tirer parti pour vaincre bien des résistances. Je le constate à chaque instant au cours de mes visites et je le signale chaque fois aux intéressés. A la réflexion, cela s'explique parfaitement.

L'appel aux conclusions, pour construire une démonstration et choisir à chaque étape la voie nouvelle où il convient de s'engager, exige un sang-froid qui n'est pas très répandu. En général, les élèves hypnotisés par le but visé ne possèdent plus la liberté nécessaire pour bien étudier les hypothèses, observer la figure qui sert de support au raisonnement, coordonner les conséquences premières sans idée préconçue, faire l'inventaire des résultats acquis, avant de continuer leur route vers le phare qui les attire et absorbe leur attention. C'est d'autant plus à craindre qu'il s'agit d'élèves moins habitués à observer.

Il est aisé de donner des exemples à l'appui de cette thèse.

(*A suivre*).

E. Blutel,

*Membre honoraire de l'Association des professeurs de mathématiques.*

*Le Gérant :* A. COUESLANT.

CAHORS & ALENÇON, IMPRIMERIES COUESLANT. — 23.887