Tâches mathématiques simples vs complexes, une activité didactique pour mettre l'accent sur la différence dans la qualité des apprentissages

Paolo Lodone(*)

Résumé

Nous proposons et nous analysons une activité didactique qui a pour but de vérifier si, dans l'enseignement des mathématiques, l'effort intellectuel des élèves pour trouver la manière de résoudre des exercices complexes a un impact positif sur l'apprentissage, plus exactement sur la capacité à résoudre des problèmes mathématiques.

Notre premier but est donc de vérifier si et comment il est possible de mettre en évidence un tel effet en termes d'amélioration des notes. Un deuxième but est de stimuler auprès des élèves la prise de conscience sur l'importance de l'effort intellectuel.

1. Introduction[1]

Dans l'enseignement des mathématiques au lycée, l'enseignant propose parfois aux élèves des énoncés non immédiats (Robert, 2003), qui nécessitent l'introduction d'étapes intermédiaires ou d'une réflexion pour trouver une bonne démarche à suivre.

Pourtant, comme remarqué par Robert (2003), il est possible de constater une « pente naturelle » vers la simplification des tâches de la part de l'enseignant (Roditi, 2001, cité par Robert, 2003). En effet, d'un côté l'enseignant, à cause de ses contraintes institutionnelles, ressent la « pression du temps » si les élèves sont bloqués. D'un autre, les élèves exercent une « pression » afin que l'enseignant simplifie la tâche parce qu'ils *résistent [...] à l'incertitude, ils supportent très mal l'attente* (Robert, 2003).

À cause de cette tension, une question fondamentale s'impose : *pour qu'un apprentissage des mathématiques s'enclenche chez beaucoup d'élèves, les activités simples et isolées ... suffisent-elles ?* (Robert, 2003).

(*) Enseignant, Lycée Pareto, Lausanne p.lodone@gmail.com

[1] Cet article est basé sur le mémoire de diplôme de l'auteur auprès de la Haute École Pédagogique de Lausanne (Lodone, 2016). Nous remercions Amalia Terzidis (HEP, Lausanne) pour ses remarques et le personnel du Lycée V. Pareto, Lausanne (où l'activité s'est déroulée en décembre 2014) pour sa disponibilité.

Dans cet article, nous présentons une recherche exploratoire par rapport au questionnement de Robert. Nous proposons et nous analysons une activité didactique qui a pour but d'essayer de vérifier, dans la mesure du possible, que la qualité des apprentissages des élèves est meilleure si les élèves s'entrainent sur des tâches moins simples, par exemple s'ils sont obligés de réfléchir pour trouver eux-mêmes une bonne démarche à suivre. Nous sous-entendons ici l'hypothèse que l'activité mathématique ne se résume pas à appliquer des méthodes mais plutôt à chercher, innover et trouver la manière de faire face à des nouvelles situations. Comme « définition simplifiée » de qualité des apprentissages, nous utiliserons donc, dans cet article, tout simplement l'évolution de la capacité à résoudre des problèmes mathématiques d'un nouveau type. Nous sommes pourtant conscients que *La question des rapports entre apprentissage et résolution de problèmes est sans doute l'une des plus complexes qui se pose dans le domaine des recherches sur l'enseignement* (Julo, 2002).

En même temps, nous voudrions rendre les élèves plus conscients de l'importance de leur effort intellectuel en général. Nos questions de recherche sont donc :

Q1) Est-il possible de vérifier que les élèves apprennent mieux, c'est-à-dire : leur capacité à résoudre des problèmes mathématiques est-elle meilleure si les tâches qu'ils ont à faire ne sont pas simples ? (pour une définition de « simple » dans notre contexte voir la prochaine Section).

Q2) Est-il possible, dans le cadre de cette activité, de rendre les élèves plus conscients de l'importance de leur effort et de leur réflexion personnelle ?

Q3) Est-il possible de vérifier si cette activité a un impact positif à long terme ?

Compte tenu de ces questions, dans cet article nous essayons de créer une activité dans le but de réaliser les objectifs suivants :

O1) Vérifier, en termes de notes, que la capacité des élèves à résoudre des problèmes mathématiques est meilleure s'ils sont forcés à effectuer des tâches plus complexes.

O2) Convaincre les élèves que l'effort de trouver la méthode individuellement est très important et, qu'en faisant cet effort, ils apprennent plus et mieux que si l'enseignant donne toujours des indications ou des simplifications ou des démarches à suivre (cette hypothèse est basée sur l'hypothèse de Robert, 2003). Cela devrait aussi stimuler la prise de conscience des élèves sur le fait qu'il ne faut pas paniquer face à des tâches complexes et que le but des mathématiques n'est pas simplement « faire des calculs », mais plutôt apprendre à raisonner.

La structure de l'activité que nous proposons est la suivante : la classe est divisée en deux parties et, dans un premier temps, tous les élèves doivent effectuer deux tâches différentes du point de vue conceptuel. Mais la première partie de la classe reçoit de l'aide (marche à suivre) sur la première tâche tandis que la deuxième partie de la classe reçoit de l'aide sur la deuxième tâche.

Le jour suivant, toute la classe effectue un test constitué de deux problèmes à résoudre, où le premier (respectivement le deuxième) problème est semblable à la première (respectivement deuxième) tâche du jour précédent.

L'objectif 1 est atteint si nous pouvons constater des différences de notes au test entre une partie de la classe et l'autre, c'est-à-dire que la première partie de la classe fait mieux le deuxième problème et vice-versa.

Si l'objectif 1 est atteint, une discussion intéressante peut être faite avec la classe pour montrer et expliquer les résultats aux élèves, dans le but d'atteindre l'objectif 2.

Plus de détails sur le cadre théorique sous-tendant cette activité sont rapportés dans la Section 2. Plus de détails sur l'organisation et sur le déroulement de l'activité, effectuée en décembre 2014, se trouvent dans la Section 3. Nous analysons les résultats dans les Sections 4 et 5 tandis que nos conclusions sont rapportées dans la Section 6.

2. Cadre théorique

Qu'est-ce qu'une tâche « simple » ou une tâche « complexe », en mathématiques ?

Pour préciser le concept de tâche « simple » nous citons la définition que Robert (2003) utilise pour une tâche simple et isolée.

> *Les applications simples et isolées qualifient des tâches pour lesquelles les mises en œuvre de propriétés mathématiques déjà rencontrées dans le cours sont :*
> *- indiquées : les élèves savent ce qui est à utiliser ;*
> *- simples : les élèves n'ont pas à adapter les propriétés qu'ils ont écrites dans leur cours. Il suffit de remplacer des données générales par des données particulières ;*
> *- et isolées : les élèves n'ont pas à articuler plusieurs aspects, ni à mettre en fonctionnement simultanément plusieurs propriétés, même simples, ni à travailler successivement dans plusieurs domaines de travail.*

Dans une tâche « complexe », c'est-à-dire une tâche qui n'est pas simple ou qui n'est pas isolée, les élèves par contre ont à adapter leurs connaissances, soit en introduisant des étapes (utilisation non simple), soit en articulant ensemble plusieurs connaissances ou plusieurs domaines de travail (utilisation non isolée), soit en reconnaissant des modalités d'application (synthèse de la définition de Robert, 2003).

L'intérêt de cette définition vient de la question que Robert (2003) se pose, question qui concerne chaque enseignant de mathématiques : *pour qu'un apprentissage des mathématiques s'enclenche chez beaucoup d'élèves, les tâches simples et isolées suffisent-elles ?* Autrement dit, si les élèves n'ont à faire que des activités simples et isolées, *auront-ils ou non des difficultés à construire le sens de ce qu'ils font, même si, apparemment, ils réussissent dans ce type de tâches et si la classe se déroule « comme il faut »* ?.

L'hypothèse de l'auteur est que *le sens se construit en partie grâce à des activités, mais à condition que celles-ci conduisent à la fois à une conceptualisation et à une organisation des connaissances entre elles*. Il est donc essentiel qu'il y ait un *travail* *d'adaptation qui permet une utilisation plus variée, non simple ou non isolée, qui engage par exemple dans une réflexion pour reconnaître ce qui doit être mis en fonctionnement*, étant donné que *la conceptualisation nécessite pour s'élaborer (chez beaucoup d'élèves) des activités variées et surtout pas toujours dans le même sens*.

Cette idée est clairement en lien avec la théorie de la variation selon laquelle, sans la prise en compte d'un certain nombre de variations, certains apprentissages ne sont pas possibles (Marton, 2000). Les travaux de Vergnaud sur les champs conceptuels indiquent aussi clairement qu'il est nécessaire de faire des tâches complexes et de mobiliser différents types de connaissances pour apprendre (Vergnaud, 1983).

Or, comme remarqué par Robert, 2003 et par Roditi, 2001 (cité par Robert, 2003) après des entretiens avec des enseignants et après l'analyse d'enregistrements vidéo de séances d'enseignement, les enseignants de mathématiques ont souvent tendance à aider un peu trop les élèves lors du démarrage d'une activité ou dans l'organisation d'une démarche à suivre.

Il y a plusieurs raisons à cette « pente naturelle » vers la simplification des tâches : *en premier lieu la pression du temps, combinée à la fois avec le principe d'avoir fait quelque chose d'utile dans la séance*.

Mais la cause parfois la plus forte est pourtant la « pression des élèves » :

> *Ceux-ci résistent à un effort qui ne serait pas tout de suite couronné de succès, à l'incertitude, ils supportent très mal l'attente et beaucoup semblent avoir une représentation assez figée de ce qu'ils ont à faire en classe de mathématiques : appliquer des formules, résoudre des équations, etc. En aucun cas ils n'admettent de chercher sans savoir tout de suite ce qu'ils cherchent, ce qui est évidemment paradoxal. À la limite, ils tolèrent mieux des calculs un peu compliqués* (Robert, 2003).

Comme il a déjà été dit, la simplification de la tâche fait « tourner la classe » mais risque fortement de diminuer la qualité de l'apprentissage.

Si nous considérons la taxonomie des habiletés cognitives qui sont, de la plus simple à la plus complexe (Anderson et Krahtwohl, 2001) :

> *Mémoriser, Comprendre, Appliquer, Analyser, Évaluer, Créer,*

En donnant toujours des indications ou des démarches à suivre aux élèves, nous risquons de rester au premier niveau, c'est-à-dire la mémorisation, ou de nous limiter à l'application d'une méthode sans comprendre ni analyser. En tout cas, le risque est de n'arriver jamais à la compréhension.

Autrement dit, en utilisant la classification de compétences de Rey et al (2006, cité par Demonty et al, 2015), le risque est de rester toujours au premier degré (compétences élémentaires, comme savoir exécuter une opération) sans jamais parvenir au deuxième degré (compétences élémentaires avec cadrage, c'est à l'élève de déterminer quelle est la procédure qui convient) ni au troisième degré (compétences complexes, comme savoir traiter une nouvelle situation).

Notre première hypothèse, en lien avec notre première question de recherche et conformément à l'hypothèse de Robert (2003), est donc que la qualité de l'apprentissage des élèves (c'est-à-dire, selon notre « définition simplifiée », la capacité à résoudre des problèmes mathématiques) est supérieure si les élèves s'entrainent sur des tâches non simples ou non isolées.

Une deuxième hypothèse, en lien avec la deuxième et troisième questions de recherche, est que cette pression des élèves envers la simplification des tâches pourra être réduite si les élèves sont plus conscients du fait qu'on apprend mieux en effectuant des tâches plus difficiles, sans simplification.

Par cette deuxième hypothèse, nous entrons dans le domaine de la métacognition, c'est-à-dire de la « cognition sur la cognition » :

> *La métacognition se réfère aux connaissances du sujet sur ses propres processus et produits cognitifs. Elle renvoie aussi au contrôle actif, à la régulation et à l'orchestration de ces processus.* (Flavell, 1985, cité par Doly, 2006)

Souvent mise en relation avec la notion piagétienne de « prise de conscience », la métacognition a été mise en lien avec les caractéristiques des élèves qui sont en réussite scolaire, c'est-à-dire qui sont « experts en apprentissage ». De plus, de nombreuses études montrent que l'enseignement des stratégies métacognitives, c'est-à-dire des « outils de la pensée », a un impact important sur la qualité de l'apprentissage des élèves (Doly, 2006).

À l'aune de ces éléments théoriques, nous pouvons reformuler notre deuxième objectif en disant que nous allons interagir avec les élèves de manière métacognitive pour stimuler leur prise de conscience sur ce savoir métacognitif : on n'apprend pas les mathématiques en faisant des calculs de manière passive. Le vrai but est d'apprendre à raisonner, c'est pourquoi il ne faut pas « économiser sur l'effort intellectuel », par exemple en demandant toujours quelle est la marche à suivre ou en se limitant à mémoriser sans comprendre. Notamment, l'effort de trouver la méthode individuellement est très important et il ne faut donc pas paniquer face à des tâches apparemment difficiles.

En outre, nous pouvons supposer que le savoir métacognitif qui reste aux élèves après une activité telle que celle que nous présentons dans cet article pourrait aussi infléchir le nombre de ceux pour lesquels *le savoir s'arrête à l'action. Ces élèves ne réussissent pas à traduire en représentations mentales, encore moins en concepts, l'ensemble des tâches qu'on leur propose et les cours correspondants.* (Robert et al, 1999)

Un travail de recherche dans ce sens serait très intéressant mais ce discours va bien au-delà des objectifs de cet article.

3. Déroulement et données

Notre activité se déroule sur 4 périodes (séances) de 50 minutes. En premier lieu la classe, une 2ème Lycée constituée par 20 élèves de 15 et 17 ans, est divisée en deux groupes, que nous appellerons groupe A et groupe B. Dans chaque groupe, les élèves forment des binômes. Les binômes sont constitués par l'enseignant afin que :
- les élèves plus forts en mathématiques (en termes de note habituelle), ainsi que les élèves moins forts, soient également distribués dans les groupes A et B,
- les binômes soient constitués par des élèves de niveau comparable, pour éviter qu'ils ne soient passifs pendant l'activité.

Le travail en binômes semble idéal pour cette activité, parce que la tâche à accomplir sans l'aide de l'enseignant appelle effectivement à l'échange entre élèves. L'utilité de ces échanges, quand les élèves se lancent sur des tâches non simples ou non isolées, est aussi affirmée par Robert (2003).

Ensuite, l'enseignant propose deux exercices à faire : un exercice pour la première période (qu'on appellera Tâche 1) et un exercice pour la deuxième période (Tâche 2). Tout le monde fait les mêmes tâches mais avec une différence importante : le groupe A a des indications sur comment réaliser la Tâche 1, tandis que le groupe B a des indications sur la Tâche 2.

Ces indications sont constituées par une démarche à suivre qui transforme la tâche en une succession de tâches simples et isolées, en lien avec notre cadre théorique. De plus, à l'issue des deux tâches préparatoires, chaque élève doit dire quelle était la tâche la plus difficile à son avis. À titre d'exemple, voici les consignes de la Tâche 1 pour le groupe A et pour le groupe B.

Tâche 1 (groupe A)

1. Écrire « l'équation du faisceau des droites » qui passent par le point P(4 ; 6). Marche à suivre :

(a) Partir de l'équation $y = mx + q$.

(b) Substituer à x et à y les coordonnées du point P.

(c) Résoudre l'équation par rapport à q, c'est-à-dire trouver $q = ...$ (en fonction de m).

(d) Substituer l'expression trouvée pour q dans l'équation $y = mx + q$, pour obtenir une équation en x, y et m. Pour chaque valeur de m, l'équation caractérise les points d'une droite passant par le point P (vérifier en substituant les coordonnées de P à x et y).

2. Trouver la droite du faisceau qui passe par le point Q(8 ; 9). Marche à suivre :

(a) Partir de « l'équation du faisceau » trouvée au point 1.

(b) Substituer à x et à y, dans l'équation, les coordonnées du point Q.

(c) Résoudre l'équation (en m) que vous avez obtenue.

(d) Substituer cette valeur de m dans « l'équation du faisceau » pour trouver l'équation de la droite passant par P et Q (vérifier que les coordonnées de P et Q satisfont l'équation).

3. Déterminer une équation de la médiatrice du segment [PQ]. Marche à suivre :

(a) Trouver les coordonnées du milieu M du segment [PQ] en utilisant la formule $(x_M\ ; y_M) = \big((x_P + x_Q)/2\ ; (y_P + y_Q)/2\big)$.

(b) Cette médiatrice passe par M et a un coefficient directeur m' égal à l'opposé de l'inverse du coefficient directeur m que vous avez trouvé pour la droite passant par P et Q (point 2). Donc $m' = -1/m$ (trouver la valeur de m').

(c) Écrire l'équation $y_M = m'x_M + q$. La résoudre pour trouver la valeur de q.

(d) Une équation de la médiatrice cherchée est donc $y = m'x + q$ (à écrire avec les bonnes valeurs de m' et de q). Vérifier que M appartient à cette droite.

Tâche 1 (groupe B)

1. Écrire « l'équation du faisceau des droites » qui passent par le point P(4 ; 6).
2. Trouver la droite du faisceau qui passe par le point Q(8 ; 9).
3. Déterminer une équation de la médiatrice du segment [PQ].

Nous pouvons constater que la Tâche 1 est vraiment la même pour les deux groupes mais que le groupe B n'a pas d'indications sur comment l'effectuer (également pour la Tâche 2, où le groupe A n'a pas d'indications). Évidemment d'autres résolutions sont possibles pour un élève « expert » mais ces élèves viennent de découvrir la géométrie cartésienne.

Les élèves ne connaissent pas les raisons du partage en deux groupes et le but de l'activité, pour éviter que le résultat ne soit influencé par leurs représentations ou leurs attentes par rapport à leur performance.

De plus, il est important de remarquer que les deux tâches portent sur deux concepts différents qui ont été introduits mais sur lesquels les élèves n'ont pas encore effectué d'exercices. La Tâche 1 porte sur l'utilisation du concept de faisceau de droites tandis que la Tâche 2 porte sur l'identification de lieux géométriques délimités par des droites dans le plan. Une description plus détaillée des consignes se trouve dans (Lodone, 2016), mais nous soulignons que la seule caractéristique importante est qu'il s'agit de deux concepts différents, précédemment introduits, sur lesquels les élèves n'ont pas encore effectué d'exercices.

Le jour suivant, pendant la troisième période de l'activité, qui se déroule sur 4 périodes, les élèves font un test qui contient un problème du même type que la Tâche 1 et un problème du même type que la Tâche 2.

Ils sont informés dès le début que le test sera noté, mais ils n'ont pas été prévenus à l'avance afin d'éviter qu'ils se préparent chez eux. En fait, notre but est de n'évaluer que l'impact, sur l'apprentissage, des activités faites en classe. C'est la raison pour laquelle le test conclusif est strictement individuel.

Du point de vue de la méthodologie, nous avons procédé comme suit. Les Tâches 1 et 2 ne sont pas notées, s'agissant de tâches purement préparatoires. L'évaluation de l'activité est effectuée uniquement sur la base du test conclusif : chaque élève a une note pour le Problème 1 et une note pour le Problème 2. La correction du test est effectuée classiquement : chaque exercice vaut un certain nombre de points et la note est calculée à partir du total de ces points. Ce qui nous intéresse afin de mettre en évidence des différences dans l'apprentissage provoquées par la présence ou l'absence d'une simplification/démarche à suivre, c'est la moyenne de chaque groupe sur chaque problème. Plus exactement, nous dirons avoir vérifié que les élèves apprennent « mieux » en effectuant des tâches moins simples si la moyenne du groupe A est meilleure sur le Problème 2 et si la moyenne du groupe B est meilleure sur le Problème 1.

Pour finir, après la correction du test, les résultats sont mis en commun et discutés pendant la quatrième période (la séance finale). C'est surtout à ce moment-là que l'interaction entre l'enseignant et les élèves porte sur des aspects métacognitifs.

4. Analyse des données

Après la correction du test final, les résultats ont été analysés comme rapporté en Figure 1.

Les quatre premières colonnes (de « Tâche 1 » à « Probl. 2 ») rapportent la réponse que l'élève a donnée à la question : « Quels étaient la tâche et le problème les plus difficiles ? »

Dans les colonnes « Points P1 » et « Points P2 », nous montrons les points que chaque élève a obtenus pour le problème 1 et pour le problème 2 du test final, sur un maximum de 10 points. S'agissant d'une école sur le modèle italien, la note va de 1 à 10, la suffisance étant 6 sur 10 et pour cette activité la note minimale a été fixée à 4 sur 10 (les notes de 0 à 3 sont normalement peu utilisées).

À partir des points, la note est calculée dans les colonnes « Note P1 » et « Note P2 » selon la formule : Note = 4 + 0.6*Points. Cependant, pour ne pas perdre de précision, la note n'est pas arrondie.

La colonne « Note TOT » représente la moyenne de ces deux notes, qui est aussi la note finale pour les élèves. Pour comparaison, la colonne « Dern. TEST » montre la note de l'élève au dernier test de mathématiques effectué précédemment dans la classe.

Figure 1. Résultats de l’analyse de l’activité.

	Opinion (plus diff.)		Opinion (plus diff.)		Résultats		Notes			
GROUPE A	Tâche 1	Tâche 2	Probl. 1	Probl. 2	Points P1	Points P2	Note P1	Note P2	Note TOT	Dem. TEST
Chi.		1	1		7	9	8.20	9.40	8.80	7.21
Pe.	1			1	1	9	4.60	9.40	7.00	4.86
Ke.		1	1		6	10	7.60	10.00	8.80	6.68
Chr.		1	1		6	10	7.60	10.00	8.80	6.36
And.		1	1		0	10	4.00	10.00	7.00	4.64
Ju.		1	1		1	10	4.60	10.00	7.30	4.43
Ma. S.		1	1		5	6	7.00	7.60	7.30	6.04
Jo. R.	1			1	1	4	4.60	6.40	5.50	5.18
Ale.	1		1		0	7	4.00	8.20	6.10	5.71
mar.		1	1		0	8	4.00	8.80	6.40	5.39
	30%	70%	80%	20%			5.62	8.98	7.30	5.65

	Opinion (plus diff.)		Opinion (plus diff.)		Résultats		Notes			
GROUPE B	Tâche 1	Tâche 2	Probl. 1	Probl. 2	Points P1	Points P2	Note P1	Note P2	Note TOT	Dem. TEST
La.		1	1		7	10	8.20	10.00	9.10	4.86
Am.		1	Absent							6.46
An.	1		1		1	0	4.60	4.00	4.30	4.43
So. A.	1		1		1	10	4.60	10.00	7.30	7.54
Chi.		1		1	10	7	10.00	8.20	9.10	7.64
Rap.		Absent								4.21
Dav.	1		1		0	4	4.00	6.40	5.20	4
Sa.		1	1		2	10	5.20	10.00	7.60	6.14
Ce.		1		1	4	10	6.40	10.00	8.20	4.43
Si.	1		1		0	7	4.00	8.20	6.10	5.07
	44%	56%	75%	25%			5.88	8.35	7.11	5.48

En regardant la Figure 1, nous pouvons faire au moins deux remarques.

Premièrement, le résultat le plus intéressant est constitué par la moyenne des notes pour chaque activité et pour chaque groupe. Nous pouvons voir que le Groupe A, qui avait la « démarche à suivre » pour la Tâche 1, a une moyenne de 5.62 sur le problème 1, tandis que le Groupe B a une moyenne de 5.88. Au contraire, sur le problème 2 où le Groupe A n’avait pas d’aide pour la Tâche correspondante, sa moyenne est 8.98 contre une moyenne de 8.35 pour le Groupe B.

Cela nous permet de proposer une réponse à notre première question de recherche: il semble vérifié en termes de notes que les élèves qui ont dû effectuer des exercices complexes ont globalement de meilleurs résultats par rapport à ceux qui n’ont fait que des tâches simples et isolées. Il est intéressant de remarquer que ce qui compte est l’effort intellectuel et non pas le fait d’avoir réussi l’exercice, étant donné que plusieurs élèves n’ont pas terminé la tâche préparatoire.

Nous pouvons déjà anticiper les deux limites principales de cette manière de procéder, dont nous reparlerons dans les dernières Sections. Premièrement, nous évaluons la différence d’apprentissage en utilisant uniquement la note numérique, qui a l’avantage d’être quantitative mais qui évidemment ne peut pas représenter tous les aspects de l’apprentissage. Deuxièmement, du point de vue de la significativité statistique, l’échantillon n’est pas énorme et le t-test donne $p = 0.78$ pour la différence des notes du Problème 1 et $p = 0.45$ pour la différence des notes du Problème 2. Si nous considérons l’hypothèse qu’au moins une des deux différences ne soit pas due au hasard, nous obtenons $p = 0.35$ (ce qui correspond à une probabilité de 35 % que les deux différences soient dues au hasard).

De plus, en lien avec les objectifs reformulés dans la Section 2, il serait intéressant de vérifier que les élèves ont dû faire plus d'effort intellectuel si la tâche n'était pas simplifiée.

En effet, en regardant les quatre premières colonnes en Figure 1, nous pouvons voir que chaque Tâche est considérée globalement plus difficile par le groupe qui n'avait pas d'indications : la Tâche 1 est considérée plus difficile par le groupe B (44 % contre le 30 % du Groupe A), la Tâche 2 est considéré plus difficile par le Groupe A (70 % contre le 56 % du Groupe B).

Au contraire, chaque problème est considéré légèrement plus difficile par le groupe qui avait la démarche à suivre sur la Tâche correspondante : le problème 1 est considéré plus difficile par le groupe A (80 % contre le 75 % du Groupe B), le problème 2 est considéré plus difficile par le Groupe B (25 % contre le 20 % du Groupe B).

En conclusion la différence dans la perception de la difficulté a tendance à confirmer qu'en général, après avoir fait plus d'effort sur un type de problème, celui-ci est ressenti comme moins difficile.

Nous avons aussi remarqué que plusieurs élèves ont terminé la tâche simplifiée en moins de 50 minutes tandis que certains élèves n'ont pas terminé la tâche non simplifiée.

Le temps serait donc mieux utilisé en envisageant par exemple un peu plus d'une période pour les tâches sans simplification et un peu moins d'une période pour les tâches simplifiées.

4.1 Interaction métacognitive

Pour une transcription complète de l'interaction entre l'enseignant et les élèves sur le sens de cette activité, voir Lodone (2016).

Nous avons commencé par un questionnement, pour voir si les élèves arrivent à comprendre le sens de cette activité et de l'analyse des notes : « regardez ici... Le groupe A, qui avait la marche à suivre pour la Tâche 1, a fait mieux le Problème 2 dans le test. Et le groupe B, qui avait la marche à suivre pour la Tâche 2, a fait mieux le Problème 1 au test. Qu'en déduisez-vous ? ». Ensuite nous avons explicité le message : « On voit que si vous n'avez pas de marche à suivre, et que vous devez raisonner, vous êtes ensuite mieux capables de résoudre ce type de problèmes. Vous ai-je convaincus ? ». Pour finir, nous avons encore questionné les élèves, pour nous assurer qu'ils avaient vraiment compris et nous avons encore explicité le sens de l'activité, pour permettre à tous d'assimiler le message.

Nous pouvons dire que les réponses semblent montrer que le message est arrivé à destination, au moins superficiellement. Par exemple quand l'enseignant a demandé : « Alors, au test vous avez mieux résolu le problème qui était sans marche à suivre dans les tâches préparatoires. Vous ai-j convaincus ? », les élèves ont répondu : « Oui, oui ». L'enseignant a alors rebondi : « Mais pourquoi cela selon vous ? » et les élèves ont répondu : « Parce qu'on a raisonné ! ».

4.2 Comparaison avec une autre classe

Une autre manière pour vérifier de manière « quantitative » l'impact de cette activité s'est présentée grâce au fait que l'auteur enseignait aussi dans une classe « parallèle » où le programme de mathématiques est exactement le même.

Nous pouvons donc nous demander si, après cette activité, la moyenne de notre classe a changé de manière significative par rapport à l'autre classe, où les mêmes sujets et exercices (Tâches 1 et 2, Problèmes 1 et 2) ont été présentés de manière « traditionnelle », c'est-à-dire avec la démarche habituelle : explications, exemples, exercices en classe et devoirs.

Pour plus de détails sur la comparaison entre les moyennes de classe au long de l'année, sur les mêmes tests, voir Lodone (2016). Le message que nous pouvons en déduire est que l'impact sur la moyenne de classe est faible ou absent.

Avec nos données il n'est donc pas possible de répondre positivement à la troisième question de recherche, c'est-à-dire si notre activité pourrait avoir un impact positif à long terme.

Cette réponse négative est probablement due en premier lieu au facteur temps, c'est-à-dire au fait que l'activité s'est déroulée sur 4 périodes seulement. Il faudrait sans doute répéter ce genre d'activités plusieurs fois pour avoir un impact visible de la méthode d'étude. Deuxièmement, cette comparaison a encore la limite d'être basée sur les notes, qui ne représentent pas la totalité des aspects de l'apprentissage.

En effet, l'impression subjective de l'enseignant est que la résistance de la classe face aux tâches complexes a diminué notamment par rapport à l'autre classe, mais vérifier cet aspect de manière quantitative est au-delà des finalités de cet article.

5. CONSTATS

Nous pouvons constater que nos objectifs ont été globalement atteints. Plus exactement, après l'analyse détaillée dans la Section 4, nous pouvons proposer des réponses à nos questions de recherche.

Q1) *Est-il possible de vérifier que les élèves apprennent mieux, c'est-à-dire, que leur capacité à résoudre des problèmes mathématiques est meilleure, si les tâches qu'ils ont à faire ne sont pas simples ?*

Oui, notre principal résultat est que nous avons vérifié cette différence en termes de notes avec une probabilité de 65 % (du point de vue de la significativité statistique). Comme vu dans la Section 4, nous pouvons mettre en évidence une petite différence entre la performance des élèves qui s'entraînent sur des tâches simples et isolées par rapport à celle des élèves qui ont dû effectuer les mêmes tâches mais sans aucune simplification.

Notre résultat nous semble intéressant parce qu'il s'agit d'une différence qui s'est créée en deux périodes de cours seulement. Afin que l'effet soit plus évident, il faudrait répéter l'expérience sur plusieurs séances, par exemple sur un module didactique tout entier.

Q2) *Est-il possible, dans le cadre de cette activité, de rendre les élèves plus conscients de l'importance de leur effort et de leur réflexion personnelle ?*

Oui, cette activité nous a permis de montrer aux élèves que, parfois, moins ils sont aidés par l'enseignant, plus ils apprennent. Notamment, nous avons pu les faire réfléchir sur le fait que ce qui compte pour bien apprendre les mathématiques c'est l'effort intellectuel, même sans terminer forcément les tâches à accomplir. Nous leur avons montré cela grâce aux différences dans les moyennes des notes en Figure 1. L'interaction entre l'enseignant et les élèves semble indiquer que le message est arrivé à destination.

Q3) *Est-il possible de vérifier si cette activité a un impact positif à long terme ?*

Nous avons essayé de vérifier si une amélioration avait eu lieu en faisant une comparaison avec une autre classe, comme vu dans la Section 4.2.

Nos données nous disent qu'il n'est pas possible de mettre en évidence une telle amélioration en termes de notes, avec notre méthode. Cependant, l'impression personnelle et subjective de l'auteur est qu'elle a eu lieu pour beaucoup élèves, notamment en termes de diminution de la « pression » vers une simplification des tâches dont nous avons parlé dans la Section 2.

Il serait intéressant d'envisager des recherches ultérieures afin de vérifier cette amélioration de manière quantitative, par exemple en regardant si les « demandes de simplification » des élèves diminuent après une telle activité, mais cela est au-delà des finalités de cet article.

6. Conclusions

Le bilan que nous pouvons faire de l'activité présentée dans cet article est globalement positif. Comme détaillé dans la Section 5, nous proposons en effet une réponse positive pour nos deux premières questions de recherche tandis que nous ne sommes pas arrivés à répondre à la troisième.

Du point de vue des apports de ce travail pour la pratique d'enseignant de l'auteur, l'idéation et la mise en place de cette activité ont été stimulantes en tant qu'exercice de planification et de réalisation d'une activité « non conventionnelle ». De plus, l'interaction « métacognitive » avec les élèves a été intéressante et instructive en tant que tentative de mise en œuvre d'éléments théoriques sur la métacognition et de questionnement métacognitif. Certainement que, pour apprendre à raisonner logiquement, il ne suffit pas de savoir qu'il faut raisonner. Mais nous avons montré que l’activité présentée dans cet article contribuait à augmenter la motivation des élèves face à une tâche non simple, ce qui peut ensuite faciliter le travail de l’enseignant.

A posteriori, nous voyons des aspects qui peuvent être améliorés. Notamment, les notes en Figure 1 montrent clairement que les élèves ont trouvé le Problème 2 nettement plus simple par rapport au Problème 1. Un choix différent des tâches et des problèmes du test pourrait sans doute rendre nos résultats encore plus visibles : par exemple, des tâches algébriques pour la Tâche 1 et géométriques pour la Tâche 2.

D’autre part, nous sommes conscients des limites de notre méthodologie de recherche. Premièrement, la note chiffrée ne qualifie pas complètement l’apprentissage, pourtant nous avons choisi de travailler avec les notes afin de pouvoir obtenir des résultats quantitatifs.

De plus, nous avons évalué le test conclusif en utilisant la méthode d’évaluation et l’échelle auxquelles les élèves sont habitués : il n’est pas exclu que les résultats puissent changer légèrement avec une méthode d’évaluation différente. L’un des aspects positifs est que nous n’avons pas créé des graves disparités dans la classe, sinon nous devrions envisager des séances de compensation pour équilibrer le niveau des élèves.

Du point de vue de la recherche, notre travail nous semble intéressant parce que, normalement, les auteurs considèrent comme un postulat le fait que les élèves résolvent des tâches non simples ou non isolées pour bien apprendre les mathématiques, voir par exemple Robert (2003). Dans notre cas, par contre, nous avons pu vérifier cette affirmation de manière quantitative, malgré ses limites. Notre résultat nous semble intéressant car, lors de recherches sur les séances d’apprentissage de méthodes de résolution de problèmes, comme Julo (2002) l’explique, le constat est généralement négatif :

> *Des recherches enfin, et ce sont sans doute les plus convaincantes, essaient tout simplement d’analyser les effets de séquences plus ou moins longues d’apprentissage des méthodes de résolution de problèmes. L’habituel constat d’une absence de transfert pour la résolution de problèmes « du tout-venant » conclut généralement ces recherches mais des analyses plus fines montrent aussi des effets intéressants au niveau de l’attitude des élèves (persévérance plus grande dans la recherche d’une solution par exemple) ou encore au niveau de leur conception des mathématiques* (Higgins, 1997). *L’ennui, bien sûr, est que ces progrès, dont beaucoup [...] ont le sentiment qu’ils sont bien réels, ne se retrouvent pas au niveau des performances et ne sont donc pas « utiles » aux élèves.* (Julo, 2002)

Enfin, des activités didactiques du même type que celle que nous avons préparée et analysée pourraient bien constituer le point de départ pour des recherches ultérieures.

Il serait aussi possible de vérifier si la « résistance » de la classe face à des tâches complexes diminue. En fait, comme déjà dit et comme remarqué par Julo (2002), après des séances de méthodes de résolution de problèmes, on finit souvent en constatant une absence de transfert pour la résolution de problèmes, mais *des analyses plus fines montrent aussi des effets intéressants au niveau de l'attitude des élèves (persévérance plus grande dans la recherche d'une solution par exemple) ou encore au niveau de leur conception des mathématiques*.

Il serait donc intéressant d'étudier de plus près une amélioration quantitative dans notre cas, par exemple en regardant jusqu'à quel point les « demandes de simplification » des élèves diminuent après une telle activité et interaction métacognitive.

Pour finir, il serait aussi possible d'envisager des activités du type de celle que nous venons de présenter pour stimuler la prise de conscience des élèves par rapport à d'autres savoirs métacognitifs comme, par exemple, l'importance de l'utilisation de méthodes algébriques à la place de méthodes arithmétiques (en lien avec le travail de Demonty et al, 2015).

Références

ANDERSON L. et KRAHTWOHL, D. et al. (2001). A taxonomy for learning, teaching and assessing, Anderson et Krathwohl (Eds.).
DEMONTY I., FAGNANT A. et DUPONT V. (2015). Analyse d'un outil d'évaluation en Mathématiques : entre une logique de compétences et une logique de contenu. *Mesure et évaluation en éducation*, **38**, n.2, 1-29.
DOLY A.-M. (2006). La métacognition : de sa définition par la psychologie à sa mise en œuvre à l'école. *Apprendre et comprendre,* RETZ-Paris (Eds.)
JULO J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution des problèmes ? *Grand-N*, **69**, p.31 à p.52.
LODONE P. (2016), Mémoire de diplôme, Haute École Pédagogique de Lausanne, http://doc.rero.ch.
MARTON F. et TRIGWELL K. (2000). Variatio est mater studiorum. *Higher Education Research and Development,* **19**, 381-395.
ROBERT A. (2003). Tâches mathématiques et activités des élèves, une discussion sur le jeu des adaptations introduites au démarrage des exercices cherchés en classe de collège. *Petit-x*, **62**, 61-71.
ROBERT A. et LATTUATI M. et PENNINCKX J. (1999). L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique. Ellipses (Eds.).
VERGNAUD G. (1983). Multiplicative Structures. In Lesh R., Landau M. (Ed.). Acquisition of mathematics concepts and processes, Academic Press, pp. 127-174.