

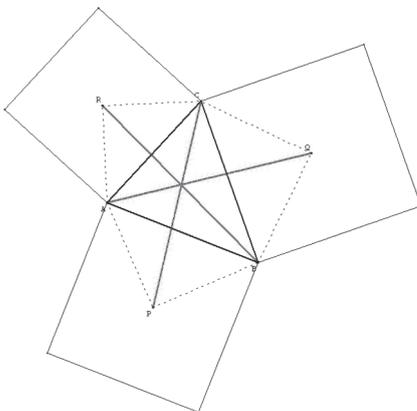
Vos exercices préférés pour la classe

Merci à Stéphan Manganeli (CARPENTRAS) de nous faire partager ces deux exercices. Le premier de niveau terminale S, le deuxième au niveau de 1èreS voire seconde. Voici ce qu'il dit : « *Je suis particulièrement attiré par des exercices a priori pas évidents mais pour lesquels le recours à un logiciel peut fortement aider.* »

Exercice 1

Cet énoncé a été posé dans une version particulière « repérée », au Bac S, Polynésie, Juin 2012.

ABC est un triangle quelconque. On construit sur chacun de ses trois côtés, les carrés extérieurs. On note P, Q et R les centres de ces carrés. Établir la position relative entre les segments [AQ], [BR] et [CP].



1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus. Observer et conjecturer la position relative entre les trois segments.

2. Démonstration

Décoder le brouillon de solution ci-dessous, **justifier** les résultats qu'il indique et **rédigé** une résolution du problème posé.

$\frac{a-p}{b-p} = i$, j'isole p et j'obtiens ensuite $p = \frac{a-ib}{1-i}$; de même, on obtient des relations

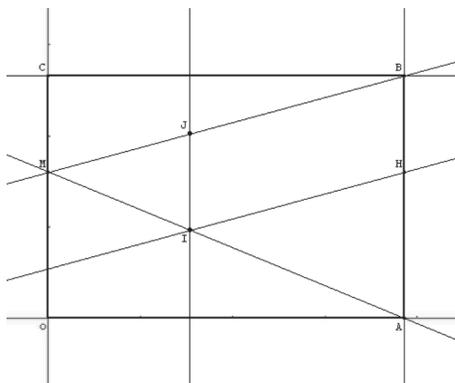
similaires pour q et r . On montre alors que $\frac{r-p}{q-a} = i$ et deux autres égalités similaires

qui permettent d'en déduire que les droites (PC), (QA) et (RB) sont des droites remarquables du triangle PQR...

Exercice 2

Cet exercice dit « de l'aileron », est extrait de « *Éléments de Géométrie* » par A.M. LEGENDRE, avec additions et modifications par M.A. Blanchet, 1864.

On considère un rectangle OABC et un point M sur le côté [OC]. On trace la parallèle à (MB) passant par H, projeté orthogonal de M sur [AB]. Cette droite coupe [MA] en I. La parallèle à (AB) passant par I coupe [MB] en J. Déterminer le lieu des points I et J lorsque M décrit le segment [OC].



1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus. Faire afficher les traces que laissent I et J, lorsque M décrit le segment [OC] et indiquer à quel type de courbe cela fait penser...

2. Démonstration

(a) On se place dans le repère orthogonal $(O ; \overline{OA}, \overline{OC})$ et on note k la longueur OM. Déterminer alors, en fonction de k , les équations réduites des droites (AM) et (BM), puis celle de la parallèle à (BM) passant par H.

(b) Montrer alors que l'abscisse x de I vérifie $x = 1 - k$, puis que l'ordonnée de I vérifie

$$y = x^2 - 2x + 1$$

et enfin que les coordonnées x et y de J vérifient

$$y = x^2 - x + 1.$$

(c) Donner alors la nature des deux morceaux de courbes avec leurs éléments caractéristiques.