Quelles mathématiques pour tous ?

François Moussavou(*)

Les Cahiers Pédagogiques ont publié en mai 2016 dans leur numéro 529 un dossier intitulé « Des maths pour tous », coordonné par Guillaume Caron et Rémi Duvert. On trouvera une recension du dossier complet dans la rubrique « matériaux pour une documentation ». Voici un article issu de ce dossier.

Comment concilier la formation de base du futur citoyen et la spécialisation progressive des études préparant aux professions scientifiques ?

Mathématiques pour tous – Mathématiques pour spécialistes – Mathématiques pour experts

Quelles mathématiques pour tous ? une question qui interroge…

Les mathématiques semblent être la matière où la question de l'articulation entre les contenus de l'enseignement secondaire et la formation des futures élites de la discipline est la plus présente.

On peut trouver plusieurs justifications (ou au moins plusieurs explications) à une telle préoccupation : l'idée, déjà, que tous les élèves doivent bénéficier d'un enseignement en mathématiques et que celui-ci doit nécessairement commencer dès leur plus jeune âge (contrairement, par exemple, à l'enseignement du droit) ; l'idée (reçue) qu'un certain nombre de notions ne peuvent plus être acquises passé l'adolescence, sorte de déclinaison (et de translation) du fameux « tout est joué avant 6 ans ». L'acceptation, enfin, que l'apprentissage de cette discipline reste l'apanage exclusif de l'école, que ni le monde associatif, ni l'ouverture culturelle apportée par la structure familiale, n'ont de rôle à jouer dans l'apprentissage des mathématiques. Il ne viendrait pas à l'idée d'un professeur d'EPS de se demander si telle ou telle réforme des programmes risquerait de priver l'athlétisme français de futurs champions alors que chaque modification des contenus de l'enseignement secondaire voit surgir le spectre de la fin de l'excellence mathématique de la France et de la disparition de représentants tricolores parmi les futurs récipiendaires de la médaille Fields.

La permanence de cette question à propos d'un enseignement des mathématiques qui permettrait de concilier les exigences de la formation de citoyens éclairés et celles des futures élites scientifiques et techniques, laisse penser que ce sont là les deux seules vocations de l'apprentissage de cette science.

Les mathématiques du socle : les mathématiques pour tous.

Les mathématiques pour tous devraient donc intégrer dans leurs contenus tout ce qu'il semble nécessaire que les futurs mathématiciens (ou plus largement, les futurs scientifiques, ingénieurs et enseignants en sciences) aient vu avant de débuter leurs

(*) francois.moussavou@free.fr

études universitaires et tout ce qu'il semble nécessaire que tout le monde ait appris avant la fin de la scolarité obligatoire : les mathématiques pour tous. En 2005, le socle commun de connaissances et compétences, s'est proposé d'expliciter ce contenu au travers d'une compétence regroupant : *Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique*. La plupart des programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire ont évolué pour être en cohérence ou en conformité avec les attentes de ce socle commun.

Un des aspects les plus visibles de l'adaptation des programmes à cette « mathématique du citoyen » aura été l'arrivée à la fois progressive et massive d'un enseignement de statistique et de probabilités : l'élève, futur adulte, doit être capable de comprendre l'information chiffrée dispensée quotidiennement dans l'actualité et le discours politique ; l'école se doit de lui donner les moyens d'y parvenir.

Entre 2005 et 2016, le collège va donc travailler à fournir à chaque élève le bagage mathématique minimal, grâce au socle commun, tout en préparant, à travers ce qui est dans le programme sans être dans le socle, les futurs bacheliers scientifiques et technologiques à affronter les exigences des classes de premières S, ES et STI.

Mais qu'en est-il des futurs élèves et apprentis de la voie professionnelle ?

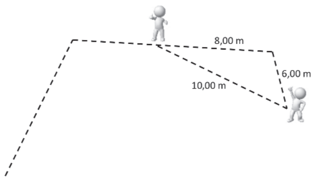
Mathématiques pour spécialistes :

On enseigne les mathématiques parce qu'elles sont utiles ; elles sont utiles parce qu'elles sont partout. Si on en croit cette assertion, on devrait retrouver un contenu mathématique dans chaque activité professionnelle sans qu'il soit pour autant nécessairement le même que celui des *mathématiques citoyennes*. L'articulation entre les mathématiques du socle et les mathématiques utiles et nécessaires à chaque profession se doit donc, elle aussi, d'être interrogée.

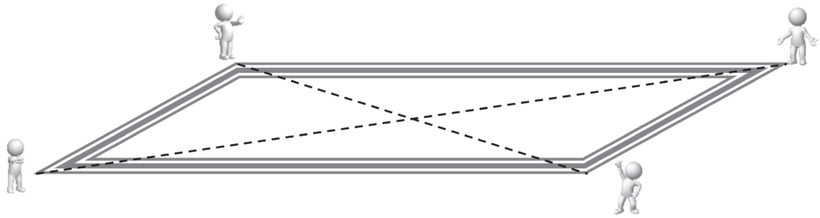
Un exemple : la géométrie dans les métiers du bâtiment :

Les élèves engagés dans les filières professionnelles des métiers du bâtiment (CAP maçon, baccalauréat professionnel organisation et réalisation du gros œuvre, …) n'ont pas vocation, même s'ils en ont aujourd'hui la possibilité, à devenir des spécialistes des mathématiques. À l'issue de leurs quatre années de collège, ils s'engagent pourtant dans des formations où l'utilisation des mathématiques est très présente. Si l'on regarde les contenus des référentiels professionnels ou que l'on interroge les enseignants de spécialité ou les acteurs de ce secteur d'activité, on peut rapidement se convaincre que pour les diplômes de niveau V et IV, les connaissances mathématiques mises en jeux sont avant tout géométriques : la géométrie des grandeurs avec les déterminations de volumes et de superficies ou les calculs de longueurs inaccessibles, la géométrie des directions au travers, par exemple, du contrôle de la verticalité, le repérage dans l'espace et dans le plan où vont intervenir les coordonnées cartésiennes, les coordonnées polaires et avec elles, tout un bagage lié à la trigonométrie…

Un exemple qui pourrait paraître trivial prend appui sur une des premières étapes de la construction d'un bâtiment ; celle-ci consiste à tracer au sol l'empreinte de la future construction : c'est l'implantation. Très souvent, cette étape revient à tracer un rectangle de grandes dimensions, dont on connait longueur et largeur. Reporter des longueurs reste une opération assez facile ; s'assurer de la présence d'un angle droit « aux quatre coins du rectangle » est une chose nettement moins aisée.



Une des techniques utilisées va consister à mettre en œuvre une déclinaison du célèbre « 3,4,5 » pour tracer chacun des côtés du rectangle, puis à contrôler la qualité de l'implantation en mobilisant quatre personnes et deux cordeaux de même longueur, pour utiliser « la méthode des diagonales ».



Cette suite d'opérations pourrait paraître extrêmement simple (si ce n'est du point de vue pratique, au moins du point de vue mathématique) ; pourtant, pour être clairement comprise et pas simplement exécutée, elle nécessite la mobilisation et la mise en relation de savoirs géométriques conséquents pour un élève directement issu d'une classe de troisième :

- La définition d'un rectangle comme un quadrilatère possédant un angle droit à chacun de ses sommets et la propriété des côtés égaux deux à deux.
- Une application du théorème de Pythagore sous sa forme réciproque pour construire un angle droit.
- Et enfin, l'utilisation d'une propriété caractéristique des parallélogrammes rectangles.

Cette problématique, qui pourrait être celle d'un maçon devant construire *une maison tournée vers le sud au milieu d'un futur grand jardin*, devient nettement plus complexe lorsque l'on va demander à un technicien du gros œuvre ou des travaux publics (c'est-à-dire à un élève de terminale professionnelle) d'insérer un bâtiment avec une orientation précise dans un environnement urbain déjà très dense. Dans cette situation, il va devoir utiliser les techniques et les outils de la topographie afin de réaliser l'implantation correcte des constructions ; ce type d'opérations, qui peut aussi bien donner lieu à des exercices théoriques lors des épreuves écrites du baccalauréat qu'à des exercices pratiques lors de l'évaluation des compétences professionnelles du candidat, nécessite, entre autres, de savoir « passer des coordonnées rectangulaires aux coordonnées polaires » et réciproquement. On peut se faire une idée de ce qui est attendu des futurs bacheliers à travers l'extrait de l'épreuve écrite de technologie du baccalauréat *Technicien Organisation et Réalisation du Gros Œuvre* de 2016, reproduit en annexe de ce texte.

Ce lien entre géométrie et métiers du bâtiment est à la fois ancien et toujours présent ; la place de l'enseignement de la géométrie au collège a elle, par contre, beaucoup évolué pour considérablement se restreindre. Dans un monde d'informations chiffrées où les quadrants numériques remplacent de plus en plus les quadrants à aiguille, la statistique s'invite dans les programmes de l'enseignement secondaire, au détriment de la géométrie. À ce déficit de connaissances et de pratique des jeunes s'engageant dans les formations des métiers du bâtiment, il faut ajouter que la place de la géométrie au collège, souvent vue et utilisée par les enseignants de mathématiques comme le lieu privilégié de l'apprentissage de la démonstration, n'est pas celle qu'elle a au lycée professionnel, où elle sert avant tout d'outil et de support à des calculs.

Les nouveaux programmes du cycle 4 du collège, qui entreront en vigueur en septembre 2016, voient le retour des transformations du plan dans le cours de géométrie. Cet objet d'enseignement était jusqu'alors considéré comme étant d'un niveau mathématique élevé (si l'on voit la géométrie comme l'étude mathématique du rapport à l'espace physique, alors les figures géométriques sont les outils d'étude de ce rapport et les transformations sont les outils d'étude des figures ; travailler sur les transformations, c'est donc s'intéresser à « l'outil d'étude de l'outil »). La justification donnée au retour de cet enseignement au collège est pourtant bien différente de l'image que beaucoup d'enseignants en avaient sans doute gardée : il s'agit de fournir aux futurs élèves et apprentis (ébénistes, carreleurs, couturiers, …) des outils pour penser les notions de symétrie ou de rotation : c'est un exemple flagrant d'une prise en compte par l'enseignement obligatoire des besoins mathématiques de spécialisation non scientifiques.

En guise de conclusion :

Déterminer les contenus d'enseignement de mathématiques pour la scolarité obligatoire reste un exercice particulièrement difficile. Il faut tenir compte des besoins qu'auront les futurs citoyens évoluant dans une société en perpétuelle mutation et de plus en plus technologique ; il faut préparer et « armer » ceux qui, dans chaque génération, choisiront de s'orienter vers des carrières scientifiques ; il faut également permettre aux élèves qui s'engageront, immédiatement après la troisième, dans des formations professionnelles, d'avoir les bases mathématiques jugées nécessaires pour acquérir les compétences de chaque métier. À l'intersection de cette triple exigence, il faut aussi bien sûr composer avec des horaires contraints et surtout avec la spécificité des capacités d'apprentissage et d'abstraction des enfants et des jeunes adolescents. Il faut enfin ne pas perdre de vue que la cohérence et l'articulation entre les différents contenus mathématiques enseignés doit être conjointement pensée dans les programmes du collège et dans ceux des lycées.

ANNEXE

Extrait de l'épreuve E 2 - UNITÉ U 22 : préparation et organisation de travaux du baccalauréat professionnel technicien du bâtiment organisation et réalisation du gros œuvre.

Question 3.1

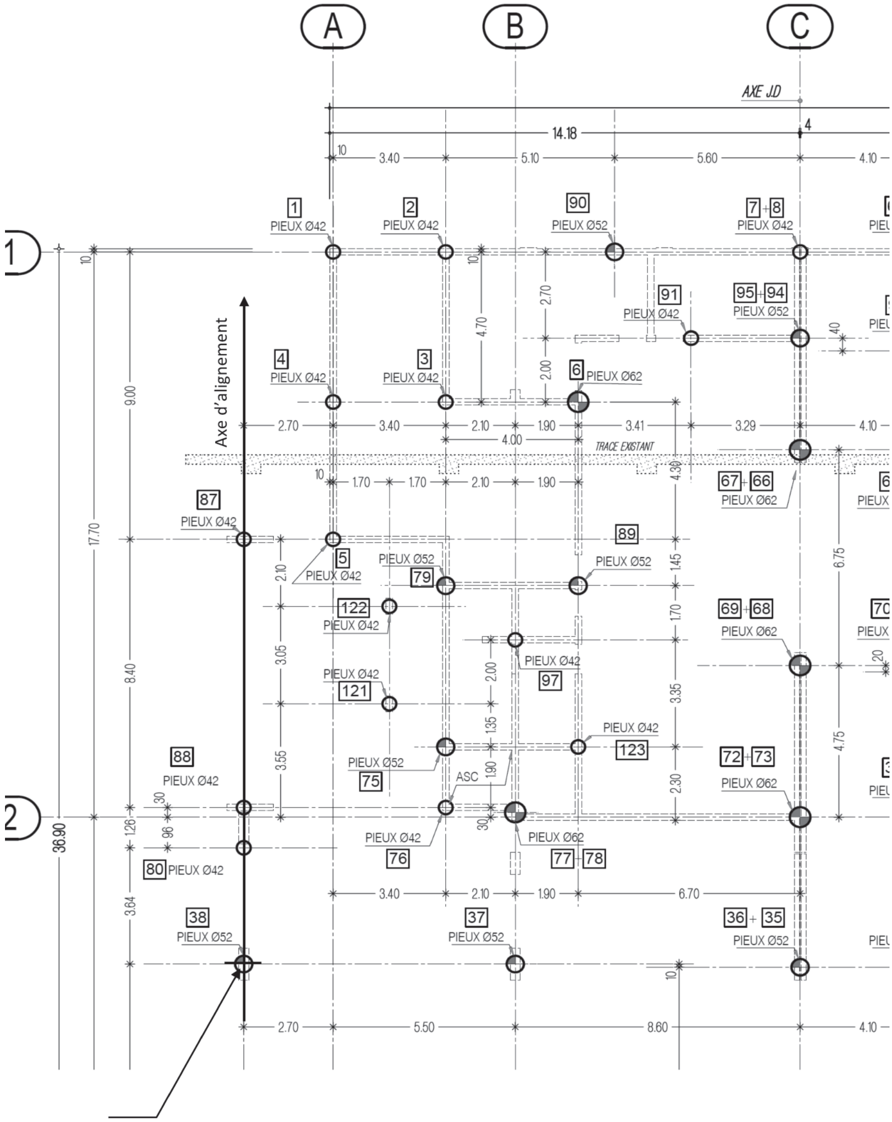
Calcul des coordonnées d'implantation des axes des pieux n° 3, 6, 37, 75, 89, 121 et 122 avant de réaliser l'implantation sur le terrain

Données complémentaires :
Le point de référence « 0 » est positionné dans l'axe du pieu n°38
L'alignement passe par l'axe du pieux n°87

N° des pieux	**Coordonnées rectangulaires**		**Coordonnées Polaires**	
	X (m)	**Y (m)**	**Distance (m)**	**Gisement (grade)**
2	6,10	22,30	$\sqrt{(6{,}1^2+22{,}30^2)} = 23{,}12$	Arc Tan (6,10/22,30) = 16,998
3				
6				
37				
75				
89				
121	**4,40**	**8,15**		
122	**4,40**	**11,20**		

EXTRAIT PLAN D'IMPLANTATION DES PIEUX

(Voir plan informatisé)



Point de référence « 0 »

Question 3.2 :

Le bureau d'étude confirme un changement de coordonnées polaires pour les pieux n° 121 et 122, en tant que chef de chantier, vous devez implanter les pieux 121 et 122

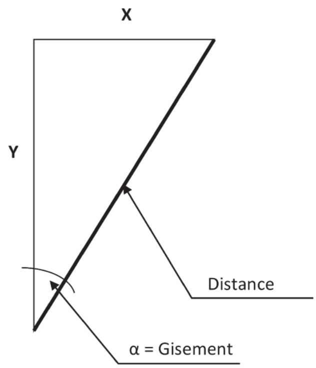
a) Tableau des nouvelles coordonnées polaires des pieux 121 et 122

N° des pieux	Coordonnées rectangulaires		Nouvelles Coordonnées Polaires	
	X (m)	Y (m)	Distance (m)	Gisement (grade)
121	....	....	9,08	29,04
122	....	....	11,89	21,838

Calculs justificatifs :

Point 121
- X = ...
- X = ... m
- Y = ...
- y = ... m

Point 122
- X = ...
- X = ... m
- Y = ...
- y = ... m

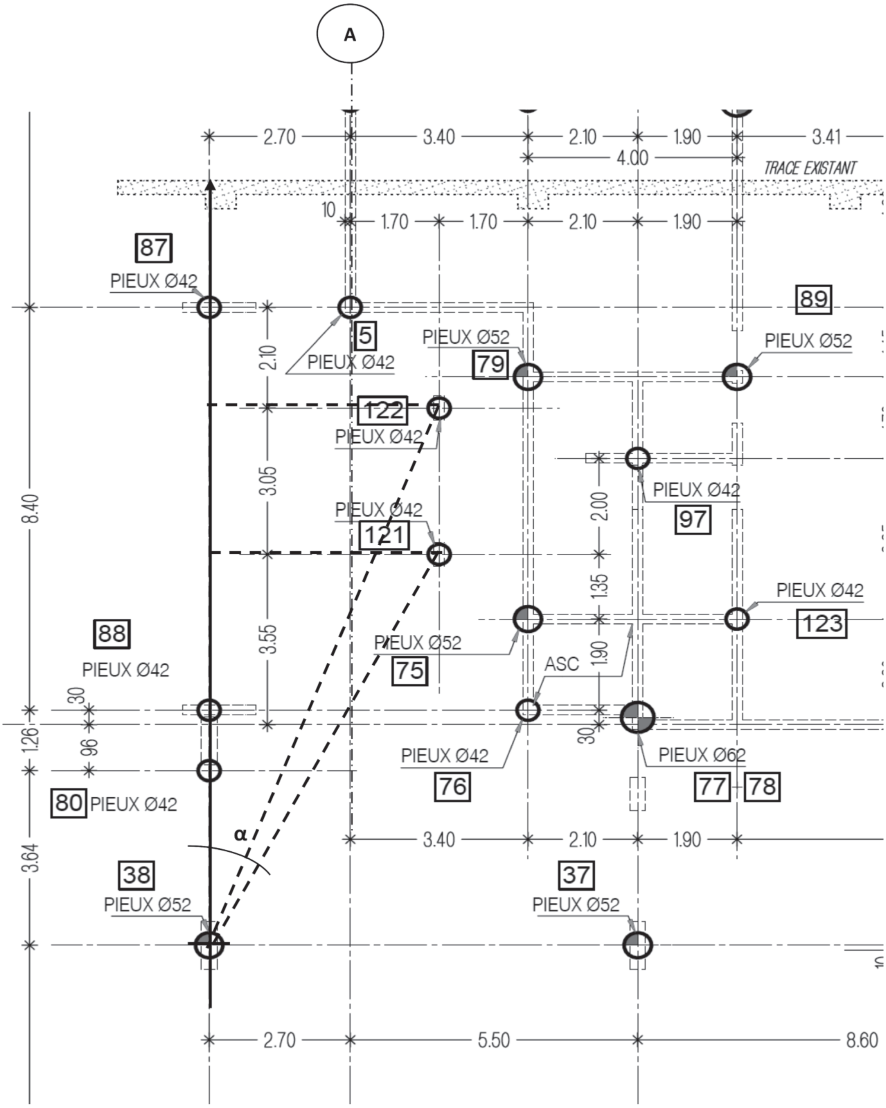


b) Modifications d'implantations apportés sur les pieux 121 et 122 ?

....
....
....
....

c) Méthode pour implanter le pieux 2 à l'aide du théodolite

....
....
....
....
....
....
....



Formule de référence :

X = Sin α x Distance

Y = Cos α x Distance

DETAIL PLAN DE FONDATION

IMPLANTATION PIEUX 121, 122