Souvenirs, souvenirs...

La réforme des "maths modernes" vue par un débutant

Marc Roux(*)

Je vous parle d'un temps que les moins de cinquante ans ne peuvent pas connaître[1]. En ce temps-là, le collège unique n'existait pas, à onze ans les enfants étaient définitivement engagés dans l'une des deux voies : courte (CEG) ou longue (lycées, qui comprenaient donc un premier cycle) ; le choix entre les deux était fait (ou subi) sur des critères scolaires mais surtout sociaux. La distinction lycée classique/lycée technique était également très nette ; et il restait quelques lycées non mixtes ! Ces précisions sur le contexte sont indispensables pour comprendre la suite. Pour davantage de détails historiques, en particulier sur le rôle de l'APMEP dans cette réforme, le lecteur se reportera à l'article « *Les années des mathématiques modernes* », d'Éric Barbazo, dans le BV 490 « Spécial centenaire ». Je me bornerai ici à des souvenirs personnels, étayés par des documents d'époque.

J'ai débuté dans le métier en 1969, à Lyon. Après une année dans un lycée technique commercial (séries G : secrétariat, comptabilité, etc) où les programmes restaient très classiques, en 1970 j'ai été affecté au lycée de jeunes filles de Saint-Just. En premier cycle, on y utilisait les fiches Galion. J'ai ainsi plongé simultanément dans les programmes rénovés et dans les techniques pédagogiques innovantes.

Ma première réaction fut le plaisir de retrouver des notions découvertes dans mes études : théorie des groupes, relation d'équivalence, et tutti quanti. Deux ans plus tard[2], au lycée Marcel Gimond d'Aubenas (Ardèche), je continuais mes efforts pour mettre à la portée des cinquièmes et quatrièmes des notions comme relation d'équivalence, groupe, …, et parallèlement inculquer à des premières et terminales D[3] les définitions d'espace vectoriel, application linéaire, anneau, isomorphisme, … Peut-être conscient de vivre une époque historique, j'ai conservé jusqu'à présent de nombreux documents de cette époque.

Je ne développerai ici que ce qui concerne le premier cycle. Dans le deuxième, deux traits marquants dans les programmes étaient :

– l'algèbre linéaire : applications linéaires, changements de base, calcul matriciel (en dimension 2),

(*) marc.roux15@wanadoo.fr

(1) Incorrigible passéiste, je fais allusion à une chanson de Charles Aznavour, qu'ils ne connaissent peut-être pas non plus !

(2) Après l'entracte du service militaire obligatoire, autre réalité aujourd'hui quasiment oubliée.

(3) Section à prédominance SVT et physique, équivalent de notre S sans spécialité maths.

– les probabilités, jusqu'à l'inégalité de Bienaymé-Tchebycheff et la loi faible des grands nombres (y compris les démonstrations).

Le premier cycle.

Il y a lieu de bien distinguer quatre domaines, même si, à l'époque, un débutant comme moi avait tendance à confondre les trois premiers :

– les programmes, rédigés par la commission Lichnérowicz, qui ne comprenait aucun enseignant de premier cycle(4) ;
– les instructions, rédigées le plus souvent par l'Inspection Générale ;
– les manuels ;
– ma pratique personnelle.

1. Les programmes.

Ils sont prévus pour un horaire hebdomadaire de 4 heures, dont une heure en groupe de 24 élèves au maximum (voir annexes). Leur caractéristique, bien connue, est d'inclure des notions qui, de nos jours, ne se rencontrent pas avant les études post-baccalauréat : relations d'équivalence et d'ordre, groupes, … Ils sont concis, les niveaux d'approfondissement et les savoir-faire exigibles n'y sont pas précisés. On pourra y noter :

– Le vocabulaire ensembliste dès la 6ème, y compris les symboles $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, $\varnothing$, les relations ; mais il est précisé que ces notions sont « mises en évidence à partir de l'étude de situations concrètes ». La relation d'équivalence est en 5ème, où l'on rencontre seulement des *exemples de relation d'ordre*. Les notions de bijection et de groupe sont en 4ème.
– L'introduction des nombres relatifs dès la 6ème, avec addition et soustraction ; leur multiplication et division sont vues en 5ème.
– Le calcul algébrique (calculs sur les polynômes, identités, exemples d'équations et inéquations) apparaît en 4ème.
– Les fractions n'apparaissent qu'en 4ème.
– La géométrie reste concrète en 6ème/5ème : *objets géométriques et physiques*, *mesures*, *méthodes de repérage*, *étude concrète de l'espace* ; en 4ème elle devient progressivement axiomatique : « *il est absolument indispensable que de nombreuses manipulations, des exercices pratiques utilisant les instruments de dessin aient précédé à la fois l'énoncé des axiomes et tout raisonnement* » ; ce n'est qu'« *à la fin de l'année* [que] *la géométrie, née de l'expérience, devra apparaître aux élèves comme une véritable théorie mathématique* ». Les vecteurs sont définis en 4ème comme classes d'équivalence de bipoints. Dans le programme de 3ème, d'apparence plus classique en première lecture, le vocabulaire acquis (applications, bijections, groupes) est utilisé constamment tant en analyse (fonctions numériques) qu'en géométrie (isométries, …).

(4) Source : B.V. n° 258 de mai-septembre 1967, p. 245, qui donne la liste complète des membres.

2. Les instructions

Elles sont très détaillées ; elles « *confient aux professeurs, pour une période de quatre ans, l'initiative d'une expérimentation élargie à l'ensemble des établissements* ». J'en extrais les quelques citations suivantes[5] :

– « *C'est en quatrième que commencera l'enseignement méthodique du raisonnement déductif* ».
– Au sujet des nombres relatifs : « *ne pas introduire dès le début des symboles comme* +4 *et* −3 ; *on pourra proposer des exercices nombreux avec des notations diverses, par exemple :* 3*g*, 4*p* *(g pour gain, p pour perte) ;* 3*g*, 4*d* *(g pour gauche, d pour droite)* ; 3↓ , 4↑ *(*↓ *, en dessous,* ↑ *en dessus)* ».
– Au sujet de la géométrie : « *en cinquième il s'agit uniquement de constatations physiques* […] *; en troisième le raisonnement logique apparaîtra dans quelques séquences* ».
– Les travaux dirigés : « *une heure distincte leur est consacrée, les élèves étant éventuellement scindés en deux groupes* ».
– « *Il est souhaitable que des professeurs chargés de classes parallèles confrontent fréquemment leurs expériences et s'accordent pour rédiger des fiches communes* ».

On remarque des phrases en accord avec des positions que l'APMEP a toujours défendues :

– « *former* [les élèves] *aux démarches suivantes : se mettre en présence d'un problème, aborder une recherche et la poursuivre, percevoir les indices qui en font infléchir le cours, rédiger enfin les résultats obtenus avec le souci de les rendre communicables* » ;
– donner aux mathématiques un aspect culturel : « *une connaissance convenable des mathématiques dans leur logique et leur symbolisme, ainsi qu'un emploi habituel des ressources de leur langage, sont des éléments indispensables d'une formation humaine* » ;
– ne pas négliger les manipulations concrètes, ni l'interdisciplinarité : « *L'étude de chacun des chapitres du programme de sixième et de cinquième s'accompagne de travaux pratiques* », dont des thèmes pourront être trouvés « *dans des éléments d'astronomie, en liaison avec la géographie* » ;
– ne pas parachuter brutalement un vocabulaire abstrait : « *l'acte de nommer consacre normalement la prise de possession définitive d'une notion* ».

3. Les manuels.

Je me propose d'étudier la façon dont les programmes et les instructions étaient traduits dans la pratique à travers trois exemples de notions typiques des programmes de l'époque : relation d'équivalence, axiomatique de la géométrie, notion de groupe.

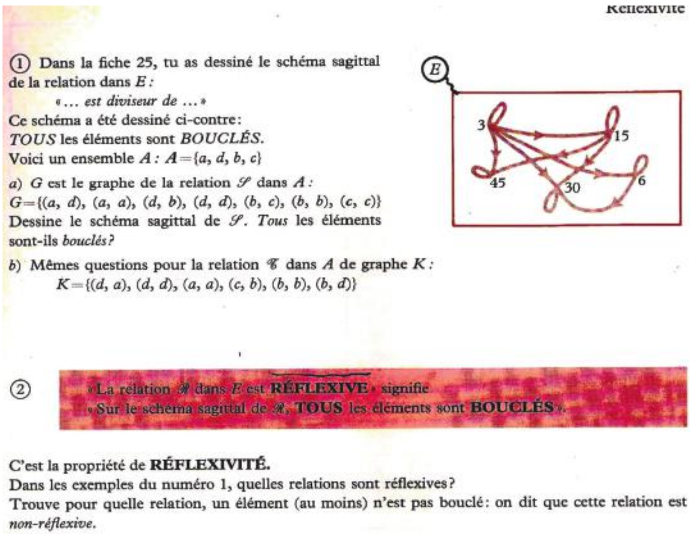
3.1. Les relations d'équivalence.

Les instructions disent à leur sujet : « *bien des exercices auront fait rencontrer en sixième des relations d'équivalence* […] *; en cinquième il convient de*

(5) Texte intégral des instructions : voir annexe 1.

relier logiquement les notions d'équivalence et de classes d'équivalence ». Les fiches Galion s'efforcent de respecter les consignes à la lettre :

Fig 1 : première d'une série de 6 fiches titrées « équivalence et ordre », la fiche 27 de Galion 5 s'appuie sur un exemple étudié antérieurement pour introduire la réflexivité :



Réflexivité

① Dans la fiche 25, tu as dessiné le schéma sagittal de la relation dans E :

« … est diviseur de … »

Ce schéma a été dessiné ci-contre :

TOUS les éléments sont *BOUCLÉS*.

Voici un ensemble A : $A = \{a, d, b, c\}$

a) G est le graphe de la relation $\mathscr{S}$ dans A :

$G = \{(a, d), (a, a), (d, b), (d, d), (b, c), (b, b), (c, c)\}$

Dessine le schéma sagittal de $\mathscr{S}$. *Tous* les éléments sont-ils *bouclés* ?

b) Mêmes questions pour la relation $\mathscr{C}$ dans A de graphe K :

$K = \{(d, a), (d, d), (a, a), (c, b), (b, b), (b, d)\}$

② « La relation $\mathscr{R}$ dans E est **RÉFLEXIVE** » signifie « Sur le schéma sagittal de $\mathscr{R}$, **TOUS** les éléments sont **BOUCLÉS** ».

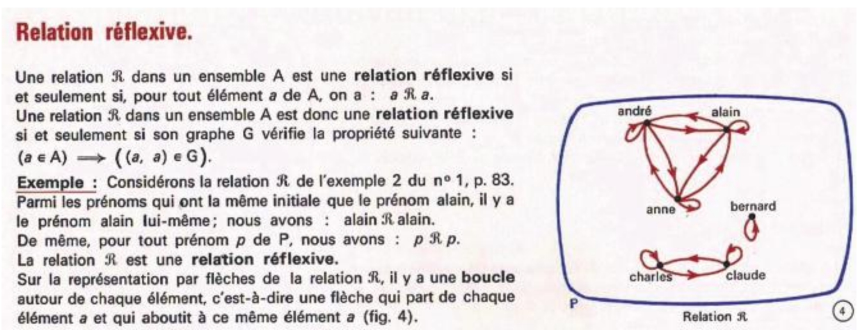
C'est la propriété de **RÉFLEXIVITÉ**.

Dans les exemples du numéro 1, quelles relations sont réflexives ?

Trouve pour quelle relation, un élément (au moins) n'est pas bouclé : on dit que cette relation est *non-réflexive*.

D'autres manuels n'ont pas ce souci de progressivité dans l'introduction des notions ; voici par exemple la présentation de la même notion dans le Monge/Guinchan/Pelle (Belin) :

Fig 2 : la définition de la réflexivité, chez Monge :



Relation réflexive.

Une relation $\mathfrak{R}$ dans un ensemble A est une **relation réflexive** si et seulement si, pour tout élément a de A, on a : $a \,\mathfrak{R}\, a$.

Une relation $\mathfrak{R}$ dans un ensemble A est donc une **relation réflexive** si et seulement si son graphe G vérifie la propriété suivante : $(a \in A) \Longrightarrow ((a, a) \in G)$.

Exemple : Considérons la relation $\mathfrak{R}$ de l'exemple 2 du nº 1, p. 83. Parmi les prénoms qui ont la même initiale que le prénom alain, il y a le prénom alain lui-même ; nous avons : alain $\mathfrak{R}$ alain.

De même, pour tout prénom p de P, nous avons : $p \,\mathfrak{R}\, p$.

La relation $\mathfrak{R}$ est une **relation réflexive**.

Sur la représentation par flèches de la relation $\mathfrak{R}$, il y a une **boucle** autour de chaque élément, c'est-à-dire une flèche qui part de chaque élément a et qui aboutit à ce même élément a (fig. 4).

Poussons plus loin la comparaison : Galion consacre 7 fiches, soit 14 pages, à l'introduction des propriétés de réflexivité, symétrie et antisymétrie, transitivité, puis des notions de relation d'équivalence et d'ordre(6) ; les partitions en classes sont l'objet de la fiche 28, après « réflexivité » mais avant « symétrie » et « transitivité ».

(6) Au 21ème siècle, ce serait l'occasion d'évoquer une polysémie troublante : le tri de données informatiques renvoie à une relation d'ordre, le tri des déchets correspond à une relation d'équivalence.

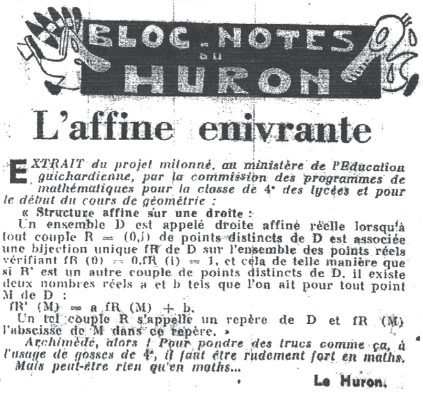
Monge arrive à la définition de l’équivalence en 3 pages 1/2, suivies de 3 pages 1/2 sur les partitions en classes d’équivalence, puis consacre un chapitre distinct à la relation d’ordre.

Je me permets ici une appréciation subjective (avec un recul de 45 ans) : chez Galion, la partition en classes est un peu escamotée, alors que c’est la raison d’être même de la relation d’équivalence, celle qui ouvre la voie aux ensembles-quotients, premier pas, selon moi, vers l’abstraction, celle qui permet de regrouper des individus multiples en un unique concept. Quand, en sciences de la vie, on étudie « le cheval », il s’agit bien d’une classe d’individus ayant un certain nombre de mêmes caractéristiques.

3.2. L’axiomatisation de la géométrie :

Elle doit se faire en 4ème (voir 1.)

On a beaucoup glosé sur une définition de la droite, donnée dans les Commentaires du Programme de 4ème (décembre 1971)[7] et qui fut alors jugée si absconse qu’elle eut les honneurs du Canard Enchaîné du 2 décembre 1970.



BLOC-NOTES DU HURON

L’affine enivrante

EXTRAIT du projet mitonné, au ministère de l’Education guichardienne, par la commission des programmes de mathématiques pour la classe de 4e des lycées et pour le début du cours de géométrie :

« **Structure affine sur une droite** :

Un ensemble D est appelé droite affine réelle lorsqu’à tout couple R = (0,i) de points distincts de D est associée une bijection unique fR de D sur l’ensemble des points réels vérifiant fR (0) = 0, fR (i) = 1, et cela de telle manière que si R’ est un autre couple de points distincts de D, il existe deux nombres réels a et b tels que l’on ait pour tout point M de D :

fR’ (M) = a fR (M) + b.

Un tel couple R s’appelle un repère de D et fR (M) l’abscisse de M dans ce repère. »

Archimède, alors ! Pour pondre des trucs comme ça, à l’usage de gosses de 4e, il faut être rudement fort en maths. Mais peut-être rien qu’en maths...

Le Huron.

En fait le programme n’impose rien : « *On pourra adopter comme axiomes ceux qui sont indiqués dans les commentaires ; mais d’autres choix demeurent légitimes* ». L’APMEP s’était émue et avait protesté contre cette définition, évidemment à cent lieues de ce que peut assimiler un adolescent de 13 ans ; pourtant elle est reprise quasi-textuellement dans le manuel codirigé par son ancien président (1960-1962) André Revuz :

Fig 4 : Queysanne-Revuz 4e, page 243 :

DÉFINITION D’UNE DROITE RÉELLE

Un ensemble Δ d’éléments appelés points est une droite réelle, s’il existe une famille de bijections de Δ sur l’ensemble des nombres réels, appelées graduations de Δ vérifiant l’axiome suivant :

Pour deux graduations quelconques g et g' de la même droite réelle Δ, il existe deux nombres réels a et b, tels que pour tout point M de Δ

$$g'(M) = a \cdot g(M) + b$$

Le nombre réel g (M) est appelé **abscisse** dans la graduation g du point M.

Galion 4 (édition nouvelle, 1975), après trois fiches de dessin géométrique dont une sur « Translations sur quadrillage », établit la « règle du jeu » dans les fiches 18 « dessin et raisonnement » et 19 « Translations dans le plan » :

(7) Voir sur le site de l'APMEP : http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Barbin-APMEP-R-forme_math-

Fig 5 : Extrait de Galion 4, fiche 18 :

(4) La géométrie consiste à faire des *raisonnements* sur des êtres mathématiques (points, droites, ...etc...
que tu vas étudier progressivement dans les fiches suivantes.
Ces êtres mathématiques peuvent se représenter par des dessins (points, droites, flèches, ...).
Le raisonnement géométrique peut seul apporter la preuve de certaines propriétés observées sur le dessin :

- alignement de points ...
- parallélisme de droites ...
- droites concourantes ...etc...

Les *démonstrations* de la géométrie utilisent *les mêmes* procédés logiques que les démonstrations de l'algèbr
Pour démontrer :

« Quels que soient les entiers a, b, c
$a - (b + c) = a - b - c$ »

il ne te suffit pas de contrôler l'égalité sur des exemples (si nombreux soient-ils).
De même, les constatations faites sur un ou plusieurs dessins ne suffisent pas pour *démontrer* un théorèn de géométrie.
Mais les dessins en géométrie, les exemples en algèbre, sont fort utiles pour faire pressentir un théorèn avant qu'il soit démontré, pour illustrer un théorème, pour aider à raisonner. Donc, même si la fiche n' propose pas, même si un énoncé n'en demande pas, tu as intérêt à faire des dessins.

Fig 6 : Extrait de Galion 4, fiche 19 :

(3) En mathématique, nous avons désigné le plan par Π.
Nous allons introduire des translations dans Π : elles auront toutes les propriétés des translations sur un quadrillage.
Pour cela, nous allons choisir des règles du jeu, appelées *axiomes*. Les premiers concernent les translations.
D'autres axiomes viendront plus tard : les propriétés du plan seront ainsi peu à peu précisées.

On remarque que le mot « axiome » n'est pas vraiment défini, que ces « règles du jeu » sont adoptées sans indiquer clairement qu'elles sont choisies en accord avec les propriétés constatées sur les dessins.

Comparons avec ce qu'on trouve dans le manuel Queysanne-Revuz (Nathan) : le *chapitre 16. Le plan, ses points, ses droites* s'ouvre par deux paragraphes sur le « plan physique » et les « droites physiques », puis introduit précautionneusement les objets mathématiques :
Fig 7: de l'objet physique à l'objet mathématique selon Queysanne-Revuz

(3) En mathématique, nous avons désigné le plan par Π.
Nous allons introduire des translations dans Π : elles auront toutes les propriétés des translations sur un quadrillage.
Pour cela, nous allons choisir des règles du jeu, appelées *axiomes*. Les premiers concernent les translations.
D'autres axiomes viendront plus tard : les propriétés du plan seront ainsi peu à peu précisées.

Nous sommes donc amenés à remplacer par l'esprit ces objets physiques que sont, le point physique, la droite physique et le plan physique par des modèles purs qui sont : *le point mathématique, la droite mathématique* et le *plan mathématique*, nous dirons plus simplement : le point, la droite et le plan.

Ces objets mathématiques seront soumis à des lois très strictes qui doivent en faire le modèle idéal qui permettra d'abord, de traduire les propriétés les plus fécondes des objets physiques correspondants, puis d'en découvrir de nouvelles peut être moins visibles expérimentalement.

Le jeu mathématique consistera à se placer dans la situation d'une personne intelligente, mais qui n'aurait aucune expérience physique, à qui on demanderait de tirer les conséquences de ces lois que nous appellerons « **axiomes** ».

Pour simplifier le travail de déduction nous ne donnerons pas dès le début tous les axiomes de la géométrie du plan, mais seulement ceux qui nous permettront d'obtenir les premières propriétés des points et des droites du plan. Aussi il ne faudra pas s'étonner quand quelques axiomes nouveaux viendront s'ajouter à notre première collection.

Nous essayerons bien entendu chaque fois de justifier l'introduction de ces nouveaux axiomes par une expérimentation qui permettra d'en trouver la forme physique sur la représentation physique de notre géométrie.

Suit le texte des axiomes d'incidence, qui définissent plan et droites.

Fig 8 : Les axiomes d'incidence (Queysanne-Revuz)

DÉFINITION

Soit Π un ensemble dont les éléments sont appelés **points** et $\mathfrak{D}$ un ensemble de parties de Π. On dira que Π est un **plan mathématique** et que tout élément de $\mathfrak{D}$ est une **droite mathématique,** quand les axiomes suivants appelés **axiomes d'incidence** sont vérifiés.

i_1) $\mathfrak{D}$ est non vide et toute droite Δ de $\mathfrak{D}$ est une partie propre non vide de Π.

i_2) Toute paire de points distincts est incluse dans une droite et une seule.

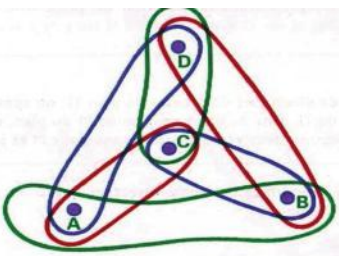
i_3) Pour toute droite Δ et tout point A n'appartenant pas à Δ, il existe une droite unique contenant A et dont l'intersection avec Δ soit vide.

(Ce dernier axiome est appelé axiome d'Euclide.)

Un peu plus loin, pour montrer que ces axiomes ne suffisent pas, on introduit le « plan à quatre points » :

Fig 9 : Le plan à quatre points

fig. 15



Considérons même (fig. 15) l'ensemble Π' dont les seuls éléments sont ces quatre points. $\Pi' = \{A, B, C, D\}$; on sait qu'il n'y a pas trois points alignés dans Π'.

Appelons droites les six parties : $\{A, B\}$, $\{A, C\}$, $\{A, D\}$, $\{B, C\}$, $\{B, D\}$, $\{C, D\}$.

Cet ensemble Π' vérifie-t-il les trois axiomes d'incidence ?
Pour chacune de ces droites combien y a-t-il de droites disjointes de cette droite ?

Ce modèle peut donc être considéré comme un plan, puisqu'il vérifie les axiomes d'incidence définissant un plan; cependant il ne répond pas à notre intuition, car l'expérience montre que notre plan physique a plus de quatre points distincts.

Ceci nous fait comprendre que de nouveaux axiomes devront être ajoutés à nos axiomes d'incidence pour que notre plan mathématique soit un meilleur modèle du plan physique.

Le but du jeu était de sortir (plus ou moins progressivement) du concret pour entrer dans le monde des Idées. Ainsi Queysanne-Revuz, dans un chapitre intitulé

Graduations de la droite, étudie la « droite physique », à grand renfort de dessins représentant des règles graduées, mais conclut par la définition litigieuse citée plus haut.

1.2.3. La notion de groupe.

J'évoquerai plus brièvement ce sujet, surtout pour remarquer que, ni dans le programme ni dans les manuels, sa dimension historique n'était évoquée : le nom d'Évariste Galois n'apparaît pas, les groupes ne sont vus que comme généralisation, à d'autres ensembles, des opérations + et × sur les nombres. Des exemples de groupes finis sont néanmoins étudiés.
Fig 10 : Introduction des groupes dans Galion 4 (précisons que, dans la fiche 4, H est un ensemble à 4 éléments munis d'une loi sans élément neutre, et que le G de la fiche 3 est l'ensemble des parties de {a, b})

Groupe

1 Dans les fiches précédentes, tu as étudié un certain nombre de lois de composition dans différents ensembles.
Complète le tableau suivant (on a admis l'associativité pour certaines lois) :

	Ensemble	Loi	La loi est-elle associative ?	Y a-t-il un **élément neutre** ? Si oui, lequel ?	*Chaque élément* de l'ensemble a-t-il un **symétrique** ?
	N	+	oui		
	Z	+	oui		
	Z	×	oui		
Fiche 3	*G*	∩	oui		
Fiche 3	*G*	∪	oui		
Fiche 3	*G*	Δ	oui		
Fiche 3	*G*	\			
Fiche 4	*H*	•			

Pour certaines de ces lois, tu as mis en évidence les propriétés suivantes :
- La loi de composition est **associative**.
- Il existe un **élément neutre** pour cette loi de composition.
- **Tout** élément de l'ensemble possède un élément **symétrique** pour la loi de composition.

En 3ème on trouvera un exemple important : le groupe des isométries du plan. Mais ce chapitre semble avoir rapidement disparu, dans un allègement de programme , puisque je l'avais barré manuellement, à une date inconnue mais avant 1977.

4. La mise en application concrète, telle que je l'ai vécue.

Au lycée Saint-Just j'ai été intégré sans difficulté notable à une équipe déjà soudée, qui bénéficiait depuis l'année précédente d'un dispositif expérimental : heures de mathématiques d'un même niveau alignées, élèves répartis en groupes de niveau ; 5 heures de mathématiques pour les groupes les plus faibles, contre 4 dans l'horaire officiel ; une heure de concertation nous permettait d'harmoniser nos progressions, de prévoir des devoirs communs, et de muter des élèves d'un groupe à l'autre en cours d'année, en fonction de leurs résultats. Ces mutations, assez rares, créaient une émulation chez les meilleurs éléments des groupes à 5 heures, qui rêvaient de gagner une heure de liberté ; mais n'allaient pas sans grincements de dents dans le sens de la « descente », élèves et parents protestant contre la double peine d'une marque d'« infamie » et d'une heure de cours supplémentaire. J'avais la chance d'enseigner dans un groupe de 5ème à 4 heures. Les réunions montrèrent vite que l'heure supplémentaire n'était pas une panacée : dans les groupes à 5 heures le rythme et le niveau d'assimilation des connaissances restaient inférieurs à ce qu'ils étaient dans les groupes « élitistes ».

Nous employions les fiches Galion, « tout naturellement », dirai-je, puisque l'origine de ce nom n'est autre que « gars de Lyon ». Un paragraphe entier des instructions était consacré à « *L'emploi des fiches* ». Lyon était l'une des rares villes(8) où existait déjà un IREM, dirigé par Maurice Glaymann (qui avait été président de l'APMEP de 1966 à 1968, et à ce titre avait fortement contribué à la création des dits IREM). Nous étions tous, je crois, adhérents de l'APMEP, qui était favorable à la réforme, et, manque de recul aidant, je n'avais guère de regard critique sur celle-ci. Je faisais mon possible pour faire entrer mes élèves dans l'abstraction. Exemples d'explications orales :

- notion d'axiome : « *pour démontrer un théorème, de quoi peut-on se servir ? De quelque chose dont on est déjà certain, par exemple d'un théorème n° 2 (ou de plusieurs) ; mais comment a-t-on pu démontrer ce théorème 2 ? grâce à un théorème n° 3 ! Etc, etc. Mais il faut bien commencer quelque part ! C'est-à-dire partir de quelque chose qu'on considère vrai à coup sûr, sans l'avoir démontré. Cette affirmation, vraie mais sans démonstration, on appelle ça un axiome* »(9)
- différenciation entre un objet et son image : « *Vous n'avez jamais vu une droite, et vous n'en verrez jamais !* » ; ou encore : « *Si vous avez faim et qu'on vous amène la photo d'un bifteck, vous aurez toujours aussi faim !* »

À propos des relations d'équivalence, j'ai un souvenir précis : les élèves parvenaient rapidement à dire, avec justification, si une relation était ou n'était pas réflexive, symétrique, transitive, d'équivalence, d'ordre ; mais ils avaient beaucoup plus de difficultés à déterminer les classes.

À partir de 1972, à Aubenas, j'ai encore utilisé les fiches Galion en premier cycle ; mais là n'existaient ni groupes de niveau, ni cinquième heure pour les « faibles », ni heure de concertation ; l'hétérogénéité des classes a posé quelques problèmes. Chez les parents d'élèves s'est développée une opposition aux fiches, d'ordre économique : les manuels étaient à la charge des familles ; les fiches, prévues pour qu'on écrive directement dessus, n'étaient pas revendables.

D'autre part je pris peu à peu conscience de certains excès, notamment au niveau *du vocabulaire, suivant trop strictement cet extrait des instructions : « Dès cet âge (6ème-5ème) la langue mathématique a ses exigences particulières pour la propriété des termes et pour la correction de la syntaxe* ». Par exemple, selon la fiche 41 de Galion 6, intitulée « *Système métrique* », en cours de maths, on dit « la centimètre-mesure », il est interdit de dire « la mesure, en centimètres » (mais à la maison, c'est toléré) !

---

(8) Trois, avec Paris et Strasbourg

(9) Cette conception de l'axiomatique n'est certes pas celle que j'ai ultérieurement acquise grâce à de multiples lectures ; mais elle a au moins le mérite d'être accessible à un adolescent.

On pouvait aussi constater une insuffisance de résultats dans le domaine des mathématiques « de tous les jours » peut-être par réduction du temps qui y était consacré. Ainsi dans la marge d'une fiche d'exercices de Galion, portant sur des calculs de longueurs , avais-je écrit en 1977 « résultats ***catastrophiques*** ».

Conclusion.

Cette plongée dans des souvenirs fort anciens m'inspire les réflexions suivantes, dont j'assume et revendique l'entière subjectivité :

- C'était pour moi une période professionnellement heureuse et facile ; en effet : 1) j'étais jeune (ça compte !) ; 2) j'avais à enseigner des savoirs fraîchement acquis.
- Si l'enseignant avait la prudence d'éviter les excès de formalisme, les élèves ne ressentaient pas plus de difficultés qu'à d'autres époques ; les taux de réussite au bac étaient tout à fait honorables (sans atteindre les sommets des années récentes), et les cas de deuxième échec après redoublement étaient exceptionnels.
- Les intentions affichées dans les extraits cités des instructions vont à l'encontre de l'accusation de « bourbakisme » souvent prononcée contre la réforme(10).
- En premier cycle un effort de renouvellement pédagogique a été concomitant à la réforme ; il n'a malheureusement pas été prolongé dans le second cycle.
- Des excès et exagérations impardonnables, au premier rang desquels la définition de la droite évoquée plus haut, ont été montés en épingle, alors qu'ils auraient pu être gommés sans douleur. Je n'avais pas à l'époque le sentiment que la réforme avait échoué ; j'ai longtemps espéré que les décideurs sauraient trouver un équilibre entre d'une part les difficultés pédagogiques et politiques, d'autre part la volonté d'enseigner les mathématiques de l'époque plutôt que celles des siècles précédents.
- Les mathématiques étaient considérées alors comme un domaine intellectuel à part entière, et non comme une discipline de service. L'enseignement n'était pas tourné vers la résolution de problèmes. Les notions étaient « contemplées » plus que considérées comme outils ; les exercices se bornaient souvent à la vérification de l'assimilation d'un vocabulaire (« *telle relation est-elle une relation d'équivalence ? Telle loi est-elle une loi de groupe ?* ») Pourtant, comme l'écrivent Caroline Ehrardt et Renaud d'Enfer(11), à cette époque « *les mathématiques modernes sont érigées en un langage universel, commun à l'ensemble des sciences […] pour lesquelles [elles] peuvent fournir des modèles* ». Mais dans l'enseignement primaire et secondaire, la mathématisation du réel était rejetée à l'extérieur du champ mathématique, la coupure était quasi totale avec les autres disciplines et avec

(10) Pour nos plus jeunes lecteurs, rappelons que le groupe Bourbaki, dans ses ouvrages, procède toujours du général au particulier, qu'il donne les définitions avant tout exemple, qu'il sépare strictement le domaine mathématique du monde concret ; et aussi, qu'il ne s'adresse pas à des collégiens ni lycéens !

(11) *Apprendre les maths, à quoi ça sert ?* Le Square, 2016.

les applications ; on a pu dire que les mathématiques souffraient d'une forme d'autisme.

- La réforme s'est faite dans un contexte où les pourcentages d'élèves admis en lycée, et plus encore de ceux engagés dans les filières scientifiques, étaient sans commune mesure avec ce qu'ils sont actuellement. Elle est entrée en collision avec la création du collège unique. Cette massification des études secondaires, dont on ne peut qu'approuver le principe, est la principale des raisons qui interdisent définitivement le retour à des programmes aussi ambitieux et sélectifs.
- À ceci s'est ajoutée une résistance de la part des enseignants en place depuis longtemps et peu familiers des notions nouvelles ; en particulier les nombreux PEGC qui enseignaient dans la voie 3.
- Toutefois, pour pallier ce manque de formation, ont été mis en place et développés les IREMs , qui perdurent contre vents et marées : c'est une retombée positive de la réforme.
- Je continue à penser que « abstraction » n'est pas un « gros mot », je continue à espérer que les mathématiques resteront ou redeviendront un chemin d'accès à la pensée abstraite, qui bien sûr est plus ou moins approfondie selon les individus, mais qui différencie l'espèce homo sapiens de l'homo faber.

On trouvera sur le site de l'APMEP, les annexes suivantes :

1. Brochure ministérielle Horaires, Programmes, Instructions, 1970
2. Programmes 4ème-3ème 1971-72
3. Programmes Terminales toutes sections, 1971
4. Programmes Terminale C 1972
5. Extrait des instructions pour la classe de 4e, 1971.

Merci à Pierre Legrand pour ses conseils, et pour avoir complété ma documentation.