Un exemple mélant Géologie, Sciences physiques et Mathématiques : la datation des roches

Rémi Belloeil

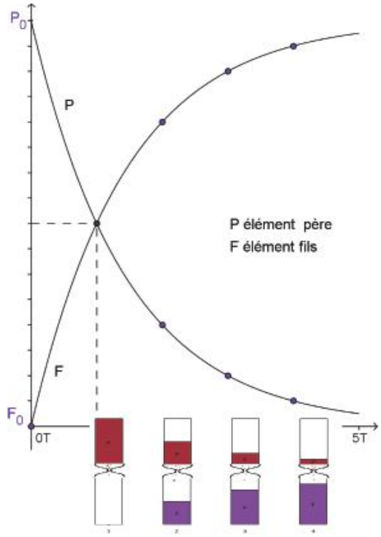
Principe de la méthode

La datation dite absolue repose sur la présence d'éléments radioactifs en très faible quantité dans les minéraux et les roches.

Un élément radioactif dit « **élément père** » P se désintègre spontanément en un autre élément « **l'élément fils** » F en émettant une particule riche en énergie : rayonnement β (électrons) ou γ (photons).

La désintégration de tout élément radioactif constitue une véritable « horloge » car elle se fait en suivant une loi mathématique immuable de **décroissance exponentielle en fonction du temps**. Quelle que soit la quantité d'élément père présente au départ, il faut toujours le même temps pour que cette quantité soit réduite de moitié.

Cette durée caractéristique est sa *période radioactive* T ou *demi-vie*.



On peut aussi remarquer que pour une durée fixée, le pourcentage de diminution est toujours le même.

Connaissant la quantité P_0 à l'instant initial, on peut calculer la quantité P à l'instant T qui sera $P_0/2$ puis à l'instant 2T qui sera donc $(P_0/2)/2 = P_0/4$, à 3T : $P_0/8$ et ainsi de suite.

Les quantités sont divisées par 2 chaque fois que le temps augmente d'une demi-vie, autrement dit, ces quantités sont multipliées par 0,5 à chaque période de demi-vie.

Les quantités ainsi obtenues forment donc une suite géométrique de raison 0,5.

En fait, l'évolution ne se fait pas brutalement au bout d'une demi-vie mais progressivement au cours du temps.

Sur une durée égale à une fraction de T, par exemple T/3, la quantité d'éléments P aura diminué d'un certain pourcentage p%, et sera de $T - p/100 \times T = (1 - p/100)$ T soit qT, puis sur la durée T/3 suivante, elle va diminuer du même pourcentage donc être à nouveau multipliée par $(1 - p/100)$ donc par q, et au bout d'une troisième durée égale à T/3, elle aura été multipliée par q^3 et comme il se sera écoulée une durée égale à la demi-vie, la quantité aura été divisée par 2 autrement dit multipliée par 0,5. Ainsi

(*)

$q^3 = 0{,}5$ donc $q = \sqrt[3]{0{,}5}$ que l'on peut écrire $q = 0{,}5^{1/3}$. Les quantités correspondant à des durées successives de T/3 forment une suite géométrique de raison $q = 0{,}5^{1/3}$; au bout de n durées égales à T/3, la quantité d'éléments P sera $P_0 \times \left(0{,}5^{1/3}\right)^n$ que l'on note $P_0 \times 0{,}5^{n/3}$.

Plus généralement, si $t/T = n/d$ alors la quantité correspondante est $P = P_0 \times 0{,}5^{n/d}$.

Ainsi, $P = P_0 \times 0{,}5^{t/T}$ ou $P = P_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} = P_0 \times \frac{1}{2^{t/T}}$, P_0 étant la quantité d'isotope père initiale.

On en déduit que $P_0 = P \times 2^{t/T}$ où t est l'âge de formation du minéral et P la quantité d'éléments père à l'instant t.

Une autre écriture de la formule $P = P_0 \times 0{,}5^{t/T}$ est $P = P_0 \times \left(0{,}5^{1/T}\right)^t = P_0 \times q^t$ avec $q = 0{,}5^{1/T}$ ce qui montre encore plus le lien avec les suites géométriques, et de façon plus continue avec la fonction exponentielle de base q.

D'une manière générale, la quantité d'isotope fils présente actuellement dans le minéral est la somme des atomes fils F_0 présents initialement et de ceux formés par la désintégration de l'isotope père, soit $F = F_0 + F_d$.

Dans le cas général, la quantité d'isotope fils F_d formé est égale à la quantité d'isotope père désintégré (un atome de P donne un atome F_d) et peut s'écrire $(P_0 - P)$ d'où :

$F = F_0 + (P_0 - P)$, P = quantité d'isotope père présent actuellement dans le minéral.

$F = F_0 + (P \times 2^{t/T} - P)$, P_0 = quantité d'isotope père initiale présente à la formation du minéral.

$F = F_0 + P\,(2^{t/T} - 1)$, t = âge de formation du minéral. T = demi-vie de l'élément « père ».

Les quantités d'isotopes père P et fils F (mesurables dans l'échantillon) sont donc reliées à l'âge de formation du minéral par une équation simple.

Le géochronomètre $^{87}Rb/^{87}Sr$.

Principe.

L'isotope 87 du Rubidium ^{87}Rb est radioactif et se désintègre en Strontium 87 (^{87}Sr) stable.

Sa période est d'environ T = 50 Ga (48,8 10^9 ans) et $1/T \approx 2{,}05\ 10^{-11}$

Lors de la cristallisation d'une roche apparaissent différents minéraux. Ceux-ci emprisonnent l'isotope radioactif ^{87}Rb et les éléments ^{87}Sr et ^{86}Sr (tous deux stables) présents dans le magma.

Les différents minéraux d'une même roche n'ayant pas la même composition chimique, ils incorporent des proportions différentes de Rubidium (Rb) et de Strontium (Sr). En revanche, au moment de la cristallisation, la proportion relative des deux isotopes du Sr (celle qu'on retrouverait dans le magma) est la même pour

tous les minéraux. Le rapport initial $^{87}Sr_0/^{86}Sr_0$ est donc le même pour tous les minéraux de la roche alors que le rapport $^{87}Rb/^{86}Sr$ sera variable, puisque ^{87}Rb se désintègre.
Au cours du temps, la désintégration du ^{87}Rb en ^{87}Sr aura pour conséquence :
– une augmentation du rapport $^{87}Sr/^{86}Sr$ (du ^{87}Sr étant apporté par la désintégration de ^{87}Rb),
– une diminution du rapport $^{87}Rb/^{86}Sr$ (^{87}Rb se désintégrant et engendrant du ^{87}Sr).
La validité de la méthode repose alors sur deux hypothèses : (1) les échantillons proviennent de roches qui ont été cristallisées à la même époque, et (2) les proportions relatives de Strontium et de Rubidium ne sont pas uniformes dans les échantillons.

Établissement de l'isochrone

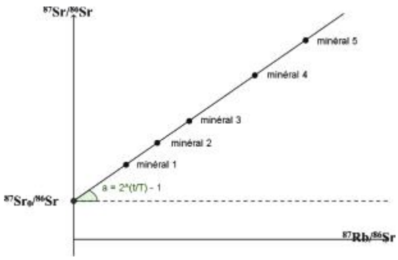
On ne connaît **ni la quantité initiale de ^{87}Sr (F_0)** présente lors de la cristallisation de la roche, **ni la quantité initiale de ^{87}Rb (P_0)**. Ce que l'on peut mesurer aujourd'hui, ce sont les quantités ^{87}Sr et ^{87}Rb, ainsi que ^{86}Sr qui est constant.
L'équation générale $F = F_0 + P\,(2^{t/T} - 1)$ devient alors

$$\boxed{{}^{87}\mathrm{Sr} = {}^{87}\mathrm{Sr}_0 + {}^{87}\mathrm{Rb}\left(2^{t/T} - 1\right)}$$

Cette équation a 2 inconnues : $^{87}Sr_0$ et t.
En divisant chaque terme de l'équation encadrée par la quantité fixe (et non nulle) ^{86}Sr, on obtient :

$$^{87}Sr/^{86}Sr = {}^{87}Sr_0/^{86}Sr + {}^{87}Rb/^{86}Sr\,(2^{t/T} - 1).$$

Nous écrivons cette équation pour des minéraux différents mais de même âge (hypothèse 1) ; pour l'échantillon numéro i, notons x_i le rapport $^{87}Rb/^{86}Sr$, et y_i le rapport $^{87}Sr/^{86}Sr$ dans cette équation (ces rapports diffèrent d'un échantillon à l'autre d'après l'hypothèse 2). $a = (2^{t/T} - 1)$ est constant et $b = {}^{87}Sr_0/^{86}Sr$ est aussi constant.
On obtient $y_i = ax_i + b$.
C'est l'équation d'une droite qu'on appelle **courbe isochrone**. En reportant sur un graphique les points (x_i, y_i), on doit observer un alignement plus ou moins précis.
(pas toujours aussi beau que sur la figure dessous !)



Il reste à ajuster une droite approchant au mieux tous ces points (par la méthode des moindres carrés par exemple) et à en calculer le coefficient directeur a. On en déduira le temps t écoulé depuis la cristallisation :
Comme $a = 2^{t/T} - 1$ alors :
$\mathrm{Log}(a + 1) = \mathrm{Log}(2^{t/T})$,
$\mathrm{Log}(a + 1) = (t/\mathrm{T}) \times \mathrm{Log}(2)$

donc $t = \mathrm{T}\dfrac{\mathrm{Log}(a+1)}{\mathrm{Log}(2)}$..

Plus le temps passe, plus le coefficient t/T est élevé et plus le coefficient directeur de la droite $(2^{t/T} - 1)$ est grand, et plus la concentration de ^{87}Sr est grande, plus les ordonnées des points sont élevées.