

MATLAN : L'apprentissage des mathématiques et des langues par la recherche et la coopération.

Hubert Proal(*)

Vous pouvez trouver la version complète de cet article incluant les documents officiels à l'adresse : http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/sites/www.lyc-altitude/spip/IMG/pdf/document_accompagnement-ap-matlan-fev2016.pdf

Les ateliers MATH.en.JEANS (MeJ) sont des ateliers scientifiques et techniques comme définis par la circulaire n° 2004-086 du 25/5/2004. Ils ont la particularité d'être ouverts à tous les élèves, indépendamment de leur niveau (et de leur classe), de leur faire appréhender le travail personnel et collectif de manière innovante et de les mettre en contact avec des universitaires. Il nous est apparu normal, en 2011, d'inclure cet atelier dans le cadre de l'Accompagnement Personnalisé (AP) car il répondait aux trois axes de ce dispositif⁽¹⁾ : soutien, approfondissement et aide à l'orientation. En 2014, l'atelier MeJ a été inclus dans un dispositif ERASMUS+ MATLAN⁽²⁾ (*L'apprentissage des mathématiques et des langues par la recherche et la coopération*) qui l'a enrichi d'une pratique de l'anglais et d'outils d'évaluation positifs pour les élèves. Le document suivant va vous permettre de mieux comprendre le dispositif MATLAN, de saisir de quelle façon il répond aux axes de l'AP et comment le mettre en place dans vos établissements.

I. Dispositif MATLAN

MATLAN est un dispositif ERASMUS⁽³⁾ mis en place du 1^{er} octobre 2014 au 31 août 2016 entre le Colégiul National Emil Racovita de Cluj-Napoca (Roumanie) et le Lycée d'Altitude de Briançon (France). Il a pour objectif l'apprentissage des mathématiques et des langues par la recherche et la coopération.

Comme tous les projets MeJ, des élèves volontaires travaillent toute l'année par petits groupes sur un sujet de recherche à leur niveau. Ils sont encadrés par un ou plusieurs enseignants et suivis par un chercheur qui a défini les sujets en début d'année. Des séminaires sont organisés entre les établissements « jumelés ». Les élèves, travaillant sur le même sujet, mettent en commun leurs résultats. Ces échanges peuvent se dérouler de différentes manières : soit en se déplaçant, soit par vidéo-conférences, soit par chat ou par le biais d'une plateforme coopérative. Dans tous les cas, ils se font en anglais (oral et écrit). Fin mars ou début avril, a lieu le

(*) hubert.proal@ac-aix-marseille.fr

(1) circulaire n° 2010-013 du 29/01/2010.

(2) Site de MATLAN : <http://matlanproject.weebly.com/>.

(3) Également régulé par la circulaire n° 2014-1-RO01-KA201-002699.

congrès des ateliers MeJ, à l'occasion duquel les jeunes des deux établissements exposent leurs résultats à l'oral. À l'issue du congrès, une production écrite sous forme d'article ou de poster est attendue des élèves.

Il va de soi que les élèves de MeJ ne sont pas sélectionnés par un examen ou par leur niveau en mathématiques. À raison d'une heure par semaine, de septembre à juin, les élèves se retrouvent pour réfléchir à leur sujet. Ce travail régulier de leur part, qui s'inscrit dans la durée et qui est valorisé par des participations à des manifestations scientifiques, va donner un autre regard sur les mathématiques aux élèves en difficulté et un approfondissement aux autres. L'organisation personnelle mais aussi le travail d'équipe, souvent expérimental, nécessaire pour progresser dans la réflexion sur le sujet, changent considérablement les rapports entre les élèves et les enseignants. Sans contrainte de temps, les méthodes et les outils de travail apparaissent comme une nécessité pour progresser dans le sujet et favorisent l'acquisition de compétences propres à la recherche.

Les échanges, en anglais, par vidéo-conférences ou lors des rencontres entre les établissements français et étrangers travaillant sur le même sujet, permettent aux élèves de pratiquer une langue étrangère. Ce travail transdisciplinaire et collaboratif sur LEUR projet mathématique facilite la pratique de l'anglais et donne lieu à une correspondance entre jeunes (facebook, chat). Il est complété par la rédaction, par les élèves, de newsletters. Cette collaboration doit conduire à la présentation orale commune lors du congrès des ateliers MeJ. Sa préparation donne à chaque chercheur en herbe l'occasion irremplaçable d'une prise de conscience des résultats obtenus (par lui, par son groupe et par le groupe jumeau) et d'une nouvelle réorganisation de connaissances, aussi bien celles qui ont été investies dans la situation que celles qui sont apparues au cours de la recherche : mises au point, mises en ordre et mises en forme sont nécessaires à la présentation des travaux au congrès, face à la critique d'une communauté scientifique élargie. D'autres participations à des manifestations scientifiques sont l'occasion pour les élèves de valoriser leurs recherches, de développer des compétences de popularisation (vulgarisation) des mathématiques et d'avoir une ouverture culturelle. En fin d'année scolaire, chaque sujet doit fournir un article scientifique qui sera validé par les chercheurs de l'atelier et par le comité d'édition de l'association MeJ. Un exercice de rédaction commune va mettre en œuvre d'autres compétences.

Les séminaires, le congrès et les participations à des manifestations scientifiques permettent d'avoir une ouverture culturelle mais aussi des rencontres et des discussions avec des chercheurs professionnels. Ce sont des occasions de réfléchir à l'orientation post-bac d'autant plus que certaines manifestations sont organisées au sein d'universités.

II. Organisation du dispositif sur une année scolaire dans le cadre de l'AP

Juin-juillet : il faut aligner une heure pour toutes les classes d'un même niveau pour l'AP ; déterminer un enseignant volontaire pour assurer l'AP-MATLAN, durant toute l'année et sur un niveau donné. Commencer à élaborer, en équipe avec le

chercheur, des sujets de recherche. Organiser un jumelage avec un pays étranger.

En début d'année il est distribué aux familles une plaquette qui explique en quoi consiste l'AP-MATHLAN, et quel est le travail attendu de la part des élèves volontaires qui s'inscrivent à cette AP. Les élèves peuvent participer à une ou deux séances pour tester si le dispositif leur convient. Après quoi ils s'engagent à être présents à l'heure d'AP (un appel est réalisé à chaque séance), et, dans la mesure du possible, à participer aux vidéo-conférences et aux actions dans l'établissement ou à l'extérieur.

Lors des premières séances, en septembre, les sujets sont présentés (si possible par le chercheur) et les groupes se forment, de 2 à 4 élèves. On peut constituer deux groupes sur un même niveau pour un même sujet. Des rencontres sont organisées entre les élèves de niveaux différents qui travaillent sur le même sujet.

Durant une séance, l'enseignant est là pour écouter les élèves, discuter avec eux, proposer comment vérifier une hypothèse, ou monter une expérience. Il essaie de comprendre les idées des élèves en leur demandant des exemples. Il arrive que durant une séance, il suive un seul groupe.

Chaque groupe rédige un cahier de recherche où il note ses résultats et ses tests. Les élèves peuvent travailler au tableau ou sur ordinateur s'ils le souhaitent : les fichiers sont alors stockés sur une plate-forme collaborative commune à tous les groupes qui travaillent sur le même sujet, y compris ceux de l'établissement jumeau.

En novembre, on demande à chaque groupe un résumé de ses pistes de recherches et on détermine les sujets qui seront présentés lors des premiers séminaires, effectués par vidéo-conférence. Par la suite, un séminaire a lieu chaque mois : en novembre, décembre, janvier et février.

En décembre nous demandons à chaque élève de remplir une fiche de travail collaboratif. Les fiches d'expérimentations sont remplies au fur et à mesure de l'utilisation d'outils : tableau, GeoGebra, tableur, ...

En février nous demandons pour chaque sujet un plan d'article.

En mars, nous profitons de la semaine des maths ou d'une journée portes ouvertes pour faire présenter leurs résultats à chaque groupe : c'est une répétition avant le congrès

Fin mars, début avril, c'est le Congrès des ateliers Maths en Jean. Les élèves remplissent la fiche de communication orale.

En avril et mai, ils rédigent un article scientifique ou un poster et complètent alors la fiche collaborative et la fiche de communication écrite.

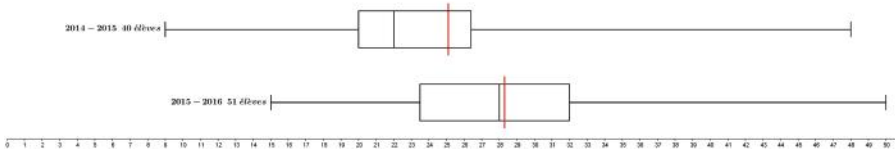
III. Retour quantitatif sur ces deux années.

Pour l'année 2014-2015, sur 40 élèves (9 secondes, 21 premières et 10 terminales), en moyenne les élèves ont effectué **25 heures de présence dans l'établissement** (en séances de travail / séminaires / semaine des maths / vidéo-conférences / préparation) et **43 heures en extérieur**⁽⁴⁾ (lors de séminaires / forums et salon / congrès / visites de laboratoires / concours / ...)

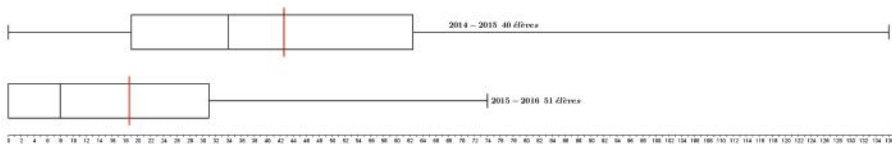
Pour l'année 2015-2016, 51 élèves (16 secondes, 10 premières et 25 terminales).

(4) Déplacements non inclus.

72 % des élèves de l'année dernière ont poursuivi l'atelier cette année. En moyenne les élèves ont effectué 28 heures de présence dans l'établissement et 19 heures en extérieur .



Diagrammes en boîte du nombre d'heures effectuées par les élèves de MeJ dans le lycée



Diagrammes en boîte du nombre d'heures effectuées par les élèves de MeJ à l'extérieur du lycée

Cette augmentation du nombre d'heures effectuées dans le lycée entre les deux années peut s'expliquer par le fait que de nombreux événements ont été organisés cette année dans le lycée : une réunion transnationale, une réunion de dissémination et un accueil des élèves roumains. À l'inverse, les déplacements ont été moins nombreux cette année : pas de stage wolfram, pas d'échange avec Cluj, pas de finale des concours C-Génial et Faites de la science. Une participation au colloque Dédra-MATHS-isons a du être annulée à la suite des attentats en Belgique.

IV. Compétences développées.

L'idée des ateliers de recherche du projet MatLan est de mettre des jeunes élèves (15-19 ans) dans la même situation qu'un chercheur en mathématiques « professionnel ». Notre expérience de ce type d'atelier nous conduit à définir un schéma des compétences qui sont développées lors des séances de recherche.

Cette représentation est le fruit d'une expérience acquise lors de nos précédents ateliers de recherche en mathématiques et nous avons voulu établir une liste incluant à la fois des compétences transversales propres à toute activité de recherche et des compétences propres aux mathématiques.

Pour aider les élèves à développer ces compétences, nous avons établi des grilles d'aides sur 3 axes : résolution collaborative de problèmes, expérimentation, popularisation des mathématiques. Notre ambition n'est pas de juger ou classer les élèves entre eux mais de lister avec eux les compétences qu'ils peuvent développer et de valoriser ainsi leur travail et leurs efforts.

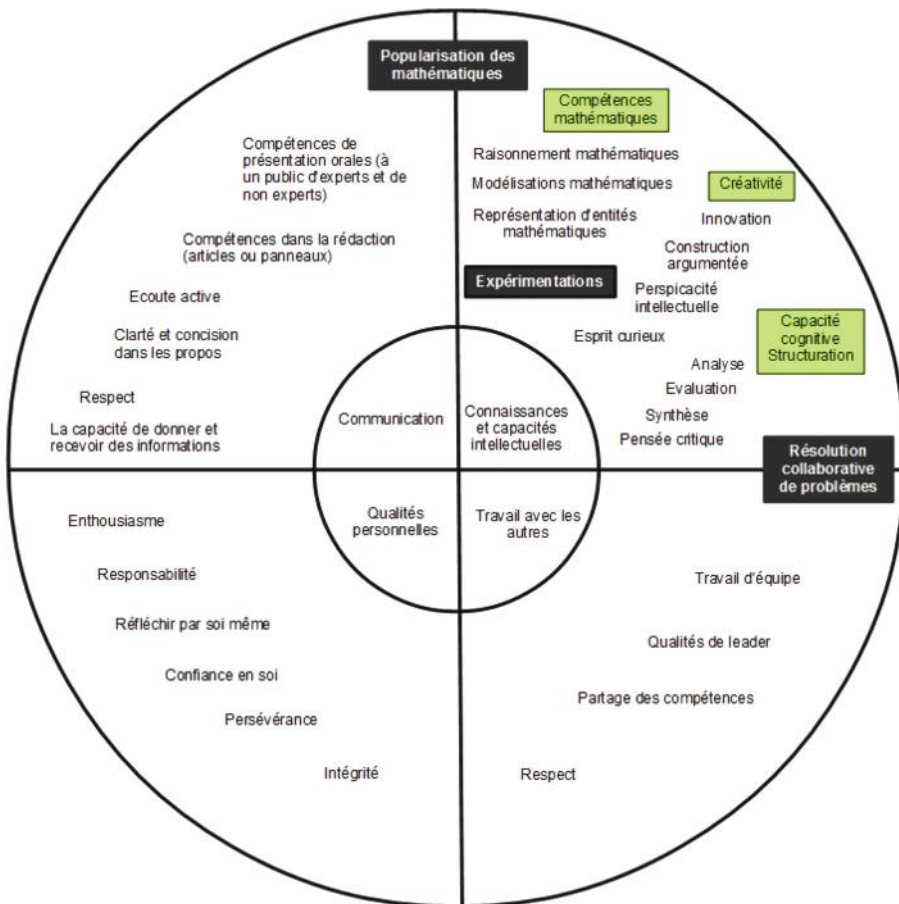


Diagramme des compétences développées lors des séances d'AP

La compétence « pratique d'une langue étrangère » n'apparaît pas dans ce diagramme car nous pensons pas que ce soit une compétence liée à un travail de recherche en mathématiques. Les élèves des deux établissements communiquent en anglais (ou parfois en français pour les élèves roumains), cela leur fait comprendre le rôle de cette langue dans la communication scientifique. Les étudiants roumains ont été évalués en français au début du projet puis deux ans après : pour la plupart, ils ont beaucoup progressé. Voici le commentaire des enseignants d'anglais de nos élèves français :

« Ce travail transdisciplinaire a permis aux élèves du projet MATHLAN de manipuler la langue dans un réel but de communication. La langue anglaise n'est plus un simple objet d'observation mais un moyen de développer et d'échanger des idées pour aboutir à un projet final. Ces tâches, au travers des activités mathématiques, ont permis aux élèves de développer une plus grande aisance et une plus grande spontanéité dans la prise de parole. En effet, l'appréhension, voire l'inhibition rencontrée parfois par les élèves pour prendre la parole en langue anglaise ont ici

complètement disparu au profit de l'avancement des projets mathématiques ». Pour mener leur projet par groupe, les élèves ont dû utiliser des stratégies de contournement face aux difficultés lexicales ou grammaticales en reformulant, en paraphrasant, en cherchant des synonymes, des équivalents... Ils ont aussi installé naturellement entre eux, par ce travail collaboratif, des pratiques bienveillantes d'auto-et d'inter-correction dans le but primordial de se faire comprendre et d'aller donc plus loin dans leur recherches.

Ainsi l'implication dynamique et la mise en activité des élèves leur ont non seulement permis d'acquérir des connaissances mathématiques mais également culturelles, pragmatiques et langagières. Ce travail croisé entre deux disciplines a renforcé leur volonté et leur détermination dans l'apprentissage de la langue vivante. L'élève est ici au centre de son propre apprentissage linguistique, élément moteur qui va faire avancer ses recherches par le biais de la langue.

V. Exemples de sujets.

L'élaboration des sujets se fait dès le mois de juin. Ils sont le résultat d'échanges entre l'équipe éducative et le chercheur.

Les sujets doivent être facilement accessibles, leur compréhension ne doit nécessiter que peu ou pas d'outils mathématiques. Ils ne doivent pas être découpés par difficultés et doivent pouvoir être abordés de plusieurs manières ; ils doivent se présenter comme des problèmes ouverts qui n'ont pas forcément une solution unique.

La démarche attendue de la part des élèves n'est pas une recherche sur internet en vue de construire un exposé mais la mise en œuvre d'outils et de méthodes mathématiques propres aux élèves pour faire évoluer le problème. Le plus important n'est pas « la » solution mais la démarche.

Il arrive qu'un sujet ne conduise pas à des résultats intéressants : on ne peut pas savoir à l'avance comment les élèves vont faire évoluer leur problème.

La liste des sujets de MATH.en.JEANS est bien longue, vous pouvez la consulter à cette adresse : <http://www.mathenjeans.fr/Sujets>

Nous vous présentons ici quelques sujets de ces dernières années avec une analyse à posteriori.

Modélisation de croissance de cristaux (sujet 2015-2016)

On modélise la croissance d'un cristal de la manière suivante :

En partant d'un cube (étape 0), plaçons un cube identique sur chacune de ses faces pour obtenir le « cristal » n° 1 (étape 1). Puis rajoutons des cubes sur toutes les faces pour obtenir le « cristal » n° 2 (étape 2) et continuons ainsi de suite.

Que pouvez-vous dire de la structure après plusieurs évolutions.

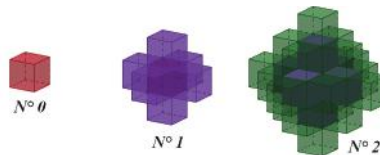


Illustration associée au sujet sur la modélisation de croissance de cristaux

Les quatre élèves de Seconde qui ont travaillé sur ce sujet ont compté le nombre de cubes « manuellement », elles ont réalisé des maquettes puis, suite à des échanges avec les autres groupes, elles ont compté le nombre de cubes en faisant un dessin de la coupe du cristal.

Les trois élèves de Première ont compté « manuellement » le nombre de cubes, de sommets, de cubes sur la dernière couche et le diamètre. Elles ont essayé de trouver des formules en représentant par exemple les valeurs dans un repère. Elles ont obtenu certaines formules par récurrence mais étant donné qu'elles n'avaient pas encore traité les suites en classe, elles ont fabriqué leur propre notation.

Les deux élèves de terminale ont essayé d'obtenir la formule donnant le nombre de cubes en manipulant des formules sommatoires. Leur manque de rigueur et l'absence de prises de notes font que cela a été un éternel recommencement.

La croissance des cristaux

La croissance de notre cristal : On part d'un cube, on rajoute un cube sur chaque face visible, et ainsi de suite.

Evolution (n) : 0 1 2 3 4 5 6

Nombre de faces (V)	6	30	78	150	246	366	510
On a ajouté :		24	48	72	96	120	144
Soit		24n	24n	24n	24n	24n	24n

Hypothèse : $V(n+1) = V(n) + 24(n+1)$

Nombre de cubes : $C_{n+1} = C_n + 4(n+1) + 2$, $C_1 = 1$, $C_n = \frac{1}{3}(4n^2 + 6n + 3)$

Nombre de cubes visibles : $U_{n+1} = U_n + 8(n-1) + 12$, $U_1 = 6$, $U_n = 4n^2 + 2$

Nombre de sommets visibles : $W_{n+1} = W_n + 8(n+1) + 8$, $W_1 = 8$, $W_n = 4n^2 + 12n + 8$

Tableau des valeurs :

Evolution	0	1	2	3	4	5	6
Diamètre (d)	1	3	5	7	9	11	13
Nombre de cubes (C)	1	7	25	63	129	231	377
Cubes visibles (U)	1	6	18	38	66	102	146
Nombre de faces (V)	6	30	78	150	246	366	510
Nombre de sommet externes (W)	8	24	48	80	120	168	224

Panneaux des élèves en français et en anglais

Localisation ou « mais où est donc passée Mémé ? » (sujet 2015-2016)

Nous devons placer un nombre minimal de faisceaux (segments) dans une maison donnée pour être en mesure de savoir dans quelle pièce se trouve une personne. Chaque faisceau est capable de nous dire le nombre de fois qu'il a été coupé. Comment disposer les faisceaux pour savoir à tout moment où se trouve la personne ?

Pour ne pas orienter les élèves, volontairement il n'a pas été fourni un plan de maison avec un exemple. Du coup certains groupes ont interprété différemment le sujet et ont cherché à disposer un faisceau laser sur un encadrement de porte pour qu'il « couvre » au maximum l'entrée ou encore disposer des faisceaux dans une pièce pour avoir la plus grande « densité » de faisceaux.

Extrait du cahier de recherche du groupe de seconde sur la localisation

La démarche de certains groupes a été d'étudier d'abord des cas à deux pièces, puis trois pièces (alignées ou « circulaires »), d'élaborer des hypothèses et de les tester dans des cas où il y a plus de pièces. Il est intéressant de constater l'apparition d'une modélisation du sujet où seulement les pièces et les liaisons entre pièces sont importants (un graphe). Les élèves sont en train de réfléchir à la programmation de leurs résultats, chose qui est loin d'être évidente. Par contre les élèves roumains ont eux réalisés un programme qui permet de traiter le problème.

La fougère ou les L-systèmes (sujet 2014-2015)

Nous disposons d'un alphabet composé de deux lettres : B (bourgeon) et F (tige)

Nous définissons deux règles :

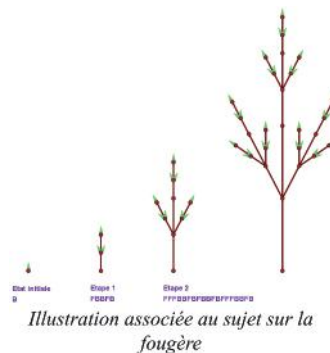
$B \rightarrow F[+B][-B]FB$ (tige, bourgeon à droite, bourgeon à gauche, tige, bourgeon)

$F \rightarrow FF$ (tige, tige)

Étudier la suite (longueur, nombre de B et de F), déterminer la longueur de la branche centrale, réaliser un programme, changer l'alphabet et les règles....

L'article des élèves est publié sur le site de MeJ à l'adresse : [//www.mathenjeans.fr/sites/default/files/2015-fougere-cluj_briancon-fr.pdf](http://www.mathenjeans.fr/sites/default/files/2015-fougere-cluj_briancon-fr.pdf)

Les groupes français ont réalisé quelques étapes « à la main » et ils ont compté le nombre de B et de F. Les élèves roumains ont rapidement programmé ce système et



ils ont obtenu le nombre de B et F pour de nombreuses étapes. Il est facile de trouver la logique de la suite du nombre de B, suite géométrique, même pour les élèves de seconde mais par contre pour celle du nombre de F c'est plus laborieux. La recherche de la longueur de la branche centrale a permis aux élèves de seconde d'avoir des résultats intéressants mais ce sont les élèves de terminales qui leur ont expliqué la notation sous forme de suite. Un bel exemple de l'utilité des notations mathématiques.

Les échanges entre les deux établissements ont été instructifs puisque cela a permis de trouver plusieurs formules pour le nombre F et de montrer par des méthodes différentes que ces formules étaient identiques :

$$F_n = 3F_{n-1} + 2^n = \sum_{k=1}^n 2^k \times 3^{n-k} = 2(3^n - 2^n)$$

L'aspect programmation de ce sujet pourrait être abordé en ISN. D'ailleurs voici un extrait (en anglais) de la production des élèves roumains :

« *The C++ algorithm uses 2 main void functions: one (called "line") that uses the IndexedLineSet (VRML archive for 3D projects) to create the line between 2 certain points in a plan ; the fern we use is similar to a fractal, it creates itself from an earlier generation ; the second function (called "fern_creation") places points in the plan so they respect the rule of the algorithm; these function has 3 coordinates (because IndexedLineSet and Cortona are used for 3D designs), that is why we use the function recursively 3 times (one for right side, one for the left and one for the Oy axis). In the right, the fern goes Pi/7 degrees and one unity of measure (variable l), the same for the left part, and it goes 2 times the unity of measure in height. »*

Les ascenseurs (futur sujet)

Dans une tour de 10 étages (0, 1, 2, ..., 9) il y a deux ascenseurs. Il y a un seul bouton par étage pour appeler l'ascenseur, mais on doit signaler si l'on monte ou si l'on descend.

Comment programmer les ascenseurs pour que le système soit le plus efficace possible ?

Ce dernier énoncé est un exemple de création d'un sujet : suite à une discussion avec un collègue, nous nous sommes demandé comment sont programmés les ascenseurs. La formulation ci-dessus est le premier jet du sujet, et bien des questions se posent encore : volontairement nous ne définissons pas « l'efficacité » du programme : est-ce que les élèves vont travailler sur le temps d'attente ou sur le coût énergétique ? Doit-on proposer moins d'étages et moins d'ascenseurs ou revient-il aux élèves de réduire la difficulté du sujet avec un exemple plus simple ? Lorsque les élèves auront proposé un programme, comment tester son efficacité ? Seront-ils en mesure de développer un programme pour simuler de manière aléatoire des appels d'ascenseurs ? à défaut sommes-nous capables de leur en fournir un ? Quelles pistes le chercheur et les enseignants peuvent-ils proposer si les élèves sèchent ? Est-ce que ce sujet convient à tous les niveaux du lycée ?

La liste des sujets de MATH.en.JEANS s'allonge d'année en année : on peut en trouver un grand nombre à l'adresse suivante : <http://www.mathenjeans.fr/Sujets>.