# Fermat, Pascal et le problème des partis

**Bernard Parzysz**(*)

*Je vois bien que la vérité est la même à Toulouse et à Paris.*
(Pascal, lettre à Fermat du 29 juillet 1654)

On a déjà beaucoup écrit sur la correspondance de 1654 entre Pierre Fermat et Blaise Pascal sur le problème des partis. On en fait habituellement, en effet, le point de départ historique de la théorisation des probabilités. Je me contenterai donc ici de reprendre les grandes lignes de cet échange épistolaire en renvoyant à d'autres articles pour les détails. Reprenant à mon compte le commentaire de Denis Poisson, qui en 1837 écrit à ce propos qu' « *un problème relatif aux jeux de hasard, proposé par un janséniste à un homme du monde a été à l'origine du calcul des probabilités* » (début de l'introduction de [4], p. 1), je chercherai également, autant que possible, à percevoir les hommes derrière leur discours scientifique.

## 1. Introduction

### Le(s) problème(s)

Le « problème des partis » est devenu universellement célèbre(1) à la suite d'une correspondance entre Blaise Pascal et Pierre Fermat. Entre juillet et octobre 1654, Blaise Pascal et Pierre Fermat – le premier se trouvant à Paris et le second, soit à Toulouse (pendant les sessions du Parlement), soit à Beaumont-de-Lomagne – échangent plusieurs lettres dans lesquelles ils traitent, entre autres, du problème des partis(2).

Il s'agit là d'un problème multiforme qui, sous sa forme générale, peut s'énoncer ainsi :

> Plusieurs joueurs ont décidé de jouer ensemble à un jeu de hasard, le gagnant étant le premier qui aura remporté un nombre $n$ fixé de parties. Pour intéresser le jeu, ils ont tous misé la même somme. Or, malencontreusement le jeu doit être interrompu avant qu'aucun des joueurs n'ait gagné. Comment répartir équitablement la mise en fonction de la situation de chacun des joueurs ?

---

(*) Université d'Orléans & Laboratoire André-Revuz (univ. Paris-Diderot).
parzysz.bernard@wanadoo.fr

(1) Dans les pays anglo-saxons il est connu sous le nom de « problem of points » ou « problem of division of the stakes ».

(2) Cette appellation est due à Pascal, dont une annexe du *Traité du triangle arithmétique* (1654) s'intitule *Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties* (voir plus loin) ; le « parti » désigne ici la façon de répartir la mise totale.

**Les précurseurs**

Le problème est évoqué sous diverses formes dans plusieurs traités d'arithmétique commerciale dès la fin du 14 siècle [5], mais le texte le plus ancien dans lequel il est clairement énoncé [6] est la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* de Luca Pacioli (1494), où celui-ci déclare d'ailleurs que des « opinions diverses » ont déjà été formulées(3). Il sera plus tard traité par plusieurs auteurs, dont Girolamo Cardano (1539) et Niccoló Tartaglia (1556). Diverses solutions – parfois équivalentes, mais conduisant parfois à des résultats différents – sont proposées. Par exemple (cf. [5]), dans un texte manuscrit de Filippo Calandri (décédé en 1469), on trouve le cas de deux joueurs de longue paume qui ont prévu de jouer en six parties gagnantes(4). Malheureusement, la balle éclate et ils doivent s'arrêter alors que le premier a gagné 4 parties et le second 3. Calandri indique qu'il y a deux façons de répartir les mises : « *l'une est de faire la raison sur ce qui est fait et l'autre sur ce qui est à faire*. »(5). Autrement dit, le partage se fera, soit proportionnellement au nombre de parties gagnées par chacun (ici, 4/7 et 3/7), soit en raison inverse des parties manquantes (ici, 3/5 et 2/5). Calandri, qui est plutôt en faveur de la seconde solution, conclut cependant que « *parce que c'est un jeu de hasard on ne se porte pas garant que ce soit la vérité précise*. »(6). Quant à Pacioli, qui opte pour la première solution, il est contredit un peu plus tard par Tartaglia qui donne le contre-exemple suivant : si le premier a gagné une partie et le second aucune, alors le premier devrait empocher la totalité de la mise, ce qui paraît totalement injuste.

C'est Antoine Gombaud (1607 - 1684), chevalier de Méré, qui posa le problème à Pascal, probablement en 1654, sous une forme que l'on peut énoncer ainsi :

> Deux joueurs sont convenus de jouer à un jeu de hasard en trois parties gagnantes, et ont pour cela misé chacun 32 pistoles. Mais le jeu doit être interrompu avant la fin. Comment doivent-ils se partager les 64 pistoles ?

## 2. La correspondance (d'après [1], [2], [3])(8)

La correspondance entre Pascal et Fermat au sujet du problème des partis nous est connue de façon incomplète, par trois lettres du premier et deux du second.

(3) Cependant, Meusnier [5] étudie notamment un manuscrit italien anonyme du début du 15e siècle qui résout plusieurs problèmes à trois joueurs d'une façon préfigurant celle de Pascal.

(4) On notera que le jeu de paume – ainsi que, dans un autre problème, le tir à l'arbalète – peuvent difficilement être assimilés à des jeux de hasard (avec équiprobabilité des issues), mais Calandri fait comme si…Pascal et Fermat, eux, mentionneront explicitement un « jeu de hasard ».

(5) Traduction de N. Meusnier.

(6) Id.

(7) Malgré son titre, il n'était pas plus noble que Fermat. Il a écrit plusieurs essais sur « l'honnête homme », mais c'est Pascal qui, indirectement, l'a rendu célèbre.

(8) Des liens permettant la consultation de ces ouvrages se trouvent sur le site web de l'APMEP.

**Lettre de Pascal à Fermat (29 juillet 1654)**

Pascal, à ce moment vient de terminer son *Traité du triangle arithmétique*. Dans une annexe, l'auteur commençait par poser deux principes : le premier était que, si dans tous les cas un joueur est certain de gagner une certaine somme, elle lui revient d'office ; le second stipulait que, « *si le jeu est de pur hasard* » et qu'une certaine somme revient à l'un des joueurs s'il gagne, et à l'autre s'il perd, il en revient la moitié à chacun des joueurs. Avec comme corollaire que, si une certaine somme revient à un joueur s'il gagne, et une autre s'il perd, ce joueur reçoit cette dernière, plus la moitié de la différence entre les deux sommes (c'est-à-dire la moyenne des deux).

Antérieurement à la lettre du 29 juillet, il semble y avoir eu une première lettre de Pascal à Fermat et une réponse de Fermat, mais elles n'ont malheureusement pas été retrouvées. Pascal envisage alors successivement plusieurs situations :

1^er^ cas : il ne manque aucune partie à l'un des joueurs et « quelques-unes » à l'autre. Alors tout va au premier d'après le premier principe.

2^e^ cas : il manque une partie à chacun des joueurs. Alors la somme est partagée par moitié en vertu du second principe.

3^e^ cas : il manque une partie à un joueur et deux à l'autre. Alors le premier reçoit les ¾ de la somme d'après le corollaire.

4^e^ cas : il manque une partie à un joueur et trois à l'autre. En utilisant le résultat précédent et en appliquant de nouveau le corollaire, le premier joueur reçoit les 7/8 de la somme.

De même, les cas suivants – ceux où il manque une partie à l'un des joueurs et $n$ parties à l'autre ($n > 3$) – sont résolus de proche en proche

Pascal conclut en disant : « *Voilà une des manières de faire les partis. Il y en a deux autres, l'une par le triangle arithmétique, et l'autre par les combinaisons.* » Il entreprend alors d'utiliser le triangle arithmétique pour traiter le cas général, soit « *deux joueurs, à chacun desquels il manque un certain nombre de parties pour achever* », sur la base de quelques exemples génériques(9) .

La même année, dans une lettre, Pascal pose ce problème à Fermat et celui-ci lui répond. Malheureusement cette réponse n'a pas été conservée, et nous ne pouvons que la conjecturer à partir des lettres de Pascal.

Pascal expose sa méthode régressive à Fermat. Il commence par étudier le cas d'un jeu en trois parties gagnantes, et, de façon analogue à ce qu'il a fait dans le Traité, envisage successivement trois situations. En appelant A et B les joueurs (qui ont misé chacun 32 pistoles) :

1er cas : A a gagné deux parties et B une seule.

(9) P.-L. Hennequin [6] propose une version visuelle de la démarche en considérant le cheminement sur un quadrillage.

2$^e$ cas : A a gagné deux parties, et B aucune.

3$^e$ cas : A a gagné une partie, et B aucune.

En échangeant éventuellement les rôles de A et B, ces trois cas contiennent en effet toutes les possibilités où il n’y a pas égalité des parties gagnées entre les deux joueurs.
On voit que l’ordre des trois cas est fondamental, puisque c’est sur lui que se fonde l’argumentation : le premier cas se résout directement, le deuxième se ramène au premier, et le troisième au deuxième ; Pascal procède donc de façon régressive, en remontant de 3 parties jouées à une seule. Le cas le plus complexe est donc le troisième – celui où A a gagné une partie et B aucune –, et Pascal généralise le problème : Étant donné tel nombre de parties qu’on voudra, trouver la valeur de la première ? Autrement dit : Dans un jeu à $n$ parties gagnantes, comment répartir les mises lorsque A a gagné une partie et B aucune ? Il donne sa solution – partie en français et partie en latin[10] – en prenant l’exemple de $n = 9$, mais il avoue qu’il n’a pu la justifier que « par les combinaisons », et non pas en utilisant la méthode régressive. Il trouve que la somme qui revient à A est égale à la moitié des mises, plus la moitié d’une fraction qui est le quotient du produit des $n - 1$ premiers nombres impairs par celui des $n - 1$ premiers pairs.

**Lettre de Pascal à Fermat (24 août 1654)**

Pascal y revient sur le problème des partis et décrit la méthode de Fermat (« *voici comment vous procédez* »), ce qui nous en fournit un précieux aperçu. Fermat se base sur le nombre maximum de parties à jouer. Pour l’illustrer, Pascal prend comme exemple le cas où il manque deux parties à A et trois à B, et dit qu’il faudrait au plus 4 parties pour terminer le jeu.

Il utilise la métaphore du jeu de pile ou face, ou plus exactement celle du lancer d’un « *dé à deux faces* », où chaque lancer correspond à une partie (si le lancer donne a, c’est A qui gagne ; si elle donne b, c’est l’inverse). Il présente les $2^4$ résultats possibles des 4 lancers sous forme de tableau (voir ci-contre). Dans la colonne de gauche le résultat d’une série de 4 lancers est codé comme un quadruplet ; dans celle de droite est indiqué le joueur gagnant : 1 pour A, 2 pour B. Pascal accepte la méthode de Fermat, qui considère des parties fictives qui dans la réalité ne seraient pas jouées. Mais il signale néanmoins que Roberval[11] (1602 – 1675) contestait cette façon de faire, « *vu que la condition naturelle du jeu est qu’on ne jouera plus dès qu’un des joueurs aura gagné* ». Il profite de l’occasion pour faire l’apologie de sa propre méthode, mais réfute néanmoins l’objection de Roberval en disant que rien n’empêche de continuer à jouer lorsque l’un des joueurs aura gagné, puisque cela n’aura aucun effet sur la répartition de la somme en jeu. Notons au passage que l’objection de

| | |
|---|---|
| a a a a | 1 |
| a a a b | 1 |
| a a b a | 1 |
| a a b b | 1 |
| ---------- | |
| a b a a | 1 |
| a b a b | 1 |
| a b b a | 1 |
| a b b b | 2 |
| ---------- | |
| b a a a | 1 |
| b a a b | 1 |
| b a b a | 1 |
| b a b b | 2 |
| ---------- | |
| b b a a | 1 |
| b b a b | 2 |
| b b b a | 2 |
| b b b b | 2 |

(10) Il écrit d’ailleurs : « *Je vous le dirai en latin, car le français n’y vaut rien*. ».
(11) Gilles Personne « de Roberval » n’était pas plus noble que les précédents : le village de Roberval (Oise) était son lieu de naissance.

Roberval n’est pas sans intérêt pour un enseignant, car elle montre que remplacer une expérience aléatoire par une autre fondée sur le même modèle peut être perçu comme illégitime par certains élèves, pour qui l’analogie n’apparaît pas évidente ; il importe alors de montrer « *l’égalité des deux conditions* », comme l’écrit Pascal [7].

Pascal s’attaque ensuite à un jeu de hasard auquel jouent trois joueurs, tel qu’il manque une partie au joueur A et deux parties aux joueurs B et C. De façon analogue à ce qui précède, il montre qu’il suffit de trois parties au plus pour terminer le jeu, et il remplace cette fois l’expérience aléatoire par le lancer simultané de trois dés à trois faces (« *on jette trois dés à la fois* […,] *qui aient chacun trois faces* »), en incluant les parties fictives selon la méthode de Fermat, ce qui lui donne le tableau suivant, dans lequel la 1ère colonne note les trois faces apparues.

| | | | |
|---|---|---|---|
| a a a | 1 | | |
| a a b | 1 | | |
| a a c | 1 | | |
| ------- | ---- | | |
| a b a | 1 | | |
| a b b | 1 | 2 | |
| a b c | 1 | | |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| a c a | 1 | | |
| a c b | 1 | | |
| a c c | 1 | | 3 |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| b a a | 1 | | |
| b a b | 1 | 2 | |
| b a c | 1 | | |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| b b a | 1 | 2 | |
| b b b | | 2 | |
| b b c | | 2 | |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| b c a | 1 | | |
| b c b | | 2 | |
| b c c | | | 3 |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| c a a | 1 | | |
| c a b | 1 | | |
| c a c | 1 | | 3 |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| c b a | 1 | | |
| c b b | | 2 | |
| c b c | | | 3 |
| ------- | ---- | ---- | ---- |
| c c a | 1 | | 3 |
| c c b | | | 3 |
| c c c | | | 3 |

Bizarrement, et contrairement à ce qu’il avait fait dans le cas de deux joueurs, Pascal affecte une colonne à chacun des trois joueurs (notés 1, 2 et 3) et fait figurer deux joueurs dans certaines des lignes du tableau (voir ci-contre). Par exemple, pour la ligne abb, il note que, puisqu’il y a un a, le joueur A gagne parfois, et puisqu’il y a deux b, le joueur B peut lui aussi gagner.

Ceci est dû au fait que, victime de son choix d’un lancer simultané de dés indifférenciés, il « oublie » de tenir compte de l’ordre des résultats (étant donné que les parties sont jouées successivement). Nous dirions aujourd’hui qu’il n’a pas choisi un bon modèle d’expérience aléatoire, et qu’il aurait été mieux inspiré de considérer trois lancers successifs d’un même dé.

| | |
|---|---|
| a a a | 1 |
| a a b | 1 |
| a a c | 1 |
| ------- | ---- |
| a b a | 1 |
| a b b | 1 |
| a b c | 1 |
| ------- | ---- |
| a c a | 1 |
| a c b | 1 |
| a c c | 1 |
| ------- | ---- |
| b a a | 1 |
| b a b | 1 |
| b a c | 1 |
| ------- | ---- |
| b b a | 2 |
| b b b | 2 |
| b b c | 2 |
| ------- | ---- |
| b c a | 1 |
| b c b | 2 |
| b c c | 3 |
| ------- | ---- |
| c a a | 1 |
| c a b | 1 |
| c a c | 1 |
| ------- | ---- |
| c b a | 1 |
| c b b | 2 |
| c b c | 3 |
| ------- | ---- |
| c c a | 3 |
| c c b | 3 |
| c c c | 3 |

S’il l’avait fait, il aurait obtenu – comme dans le cas de deux joueurs – un tableau à deux colonnes seulement, où pour chaque triplet apparaît un seul joueur gagnant (voir le tableau ci-contre, dans le style de Pascal).

Sur la base de son tableau, pour le moins maladroit, Pascal est alors contraint de suppléer à l’ordre « oublié » à l’aide d’un raisonnement plutôt alambiqué ; par exemple, il dit que, parmi les 19 cas comportant au moins un a (ceux qu’il a marqués 1), le joueur A :

– gagne sûrement dans 13 d’entre eux (car il n’y a ni deux b, ni deux c) ;

– doit partager à égalité avec un des deux autres joueurs dans les 6 autres (où il y a, soit deux b, soit deux c).

Cette description du jeu ne correspond pas à la réalité, puisqu’il n’y a qu’un seul gagnant pour chacune des 27 configurations, et jamais de partage entre deux joueurs. Pascal en déduit que, si la somme en jeu est d’une pistole, sur les 27 cas recensés le joueur A gagnera au total (1 × 13) + (½ × 6) pistoles, soit en moyenne 16/27 de pistole.

En procédant de façon analogue, il trouve que le joueur B et le joueur C auront chacun 5½ vingt-septièmes de pistole. Pascal doit sentir confusément que son raisonnement ne tient pas (« *si je ne me trompe, ce parti est mal juste* »), car il ressort l'argument de Roberval sur les parties fictives et conclut – sans le justifier – que le joueur A devrait avoir 17/27 de pistole, et chacun des deux autres 5/27 de pistole.

**Lettre de Fermat à Pascal (29 août 1654)**

Il s'agit d'une réponse à une lettre perdue de Pascal. Fermat commence par attester de la convergence de vues entre Pascal et lui : « *nos pensées s'ajustent si exactement qu'il semble qu'elles aient pris une même route et fait un même chemin : vos derniers traités du Triangle arithmétique et de son application en sont une preuve authentique.* ». Il ajoute qu'il est d'accord avec la réponse trouvée par Pascal au problème des trois joueurs : « la division de l'argent doit se faire en dix-sept, cinq et cinq », en ajoutant un peu perfidement et de façon allusive : « *de quoi la raison est manifeste et se prend toujours du même principe, le premier a pour lui dix-sept hasards égaux, lorsque chacun des autres n'en a que cinq* ».

**Lettre de Fermat à Pascal (25 septembre 1654)**

Dans cette lettre qui répond à celle du 24 août, Fermat répond à Pascal que l'argument contre les parties fictives ne tient pas, puisque « *cette fiction d'étendre le jeu à un certain nombre de parties, ne sert qu'à faciliter la règle, et (suivant mon sentiment) à rendre tous les hasards égaux* ». Il explicite alors la solution au problème des trois joueurs qu'il avait seulement évoquée dans sa lettre précédente, en reprenant le modèle du dé à trois faces de Pascal, mais en considérant trois lancers successifs d'un même dé – modèle bien adapté, comme nous l'avons vu –. En outre, pour faire plaisir à son correspondant et à Roberval, il ne considère que les parties réellement jouées et, comme lui, s'intéresse aux gains du joueur A :

- en une partie, il a une chance sur 3 de gagner ;
- en deux parties il a 2 chances sur 9 (ba ou ca) ;
- en trois parties, il a 2 chances sur 27 (bca ou cba).

Soit au total 17 chances sur 27. Il conclut en disant que « *l'extension à un certain nombre de parties n'est autre chose que la réduction de diverses fractions à un même dénominateur* » et, ajoute une phrase destinée à apaiser l'éventuelle frustration de Pascal : « *Voilà en peu de mots tout le mystère, qui nous remettra sans doute en bonne intelligence, puisque nous ne cherchons l'un et l'autre que la raison et la vérité* ».

**Lettre de Pascal à Fermat (27 octobre 1654)**

Pour clore la question, Pascal se déclare entièrement satisfait de la solution de Fermat, et même il lui décerne la palme : « *votre méthode pour les partis [...] est entièrement vôtre, et n'a rien de commun avec la mienne, et arrive au même but facilement.* ».

## 3. Commentaires

1) *Du point de vue mathématique*, on aura remarqué que ni Pascal, ni Fermat, ne parlent de probabilités, mais de « hasard égal » [9] ; la notion qu'ils considèrent est celle d'espérance mathématique. C'est en effet à la somme d'argent que chacun des joueurs peut espérer recevoir qu'ils s'intéressent, comme le fera un peu plus tard Christian Huygens dans *De ratiociniis in ludo aleae*(12) [10] : « *Avoir p chances d'obtenir a et q chances d'obtenir b, les chances étant équivalentes, me vaut* $\frac{pa+qb}{p+q}$ » (proposition 3). Pour lui comme pour ses prédécesseurs, le mot « chance » correspond à un nombre entier (il s'emploie donc au pluriel) et désigne une notion voisine du nombre de cas. Ce n'est véritablement qu'avec Jacques Bernoulli (1654 – 1705) que la notion de probabilité sera dégagée [9]. On voit par exemple ici que, même si l'expression ci-dessus pouvait s'écrire $\frac{p}{p+q}a+\frac{q}{p+q}b,$, les fractions de l'unité n'interviennent pas. Dans son ouvrage, Huygens poursuit, en le formalisant, le travail de Pascal et Fermat sur les partis. Voici sa proposition 4 :

> *Supposons que je joue contre une autre personne à qui aura gagné trois parties, et que j'ai déjà gagné deux parties, et lui une. Je veux savoir quelle partie de l'enjeu m'est due au cas où nous voulons interrompre le jeu et partager équitablement les mises.*

Notons que dans son ouvrage Huygens, reprenant fidèlement la méthode de Pascal, résout le problème des partis, dans quatre cas d'un jeu à deux joueurs (propositions 4 à 7), puis dans le même cas que lui d'un jeu à trois joueurs (proposition 8), avant d'aborder des problèmes de dés, également envisagés par Pascal et Fermat.

2) *Du point de vue humain*, on voit ici se confronter deux caractères et deux variétés opposées d'intelligence. D'un côté Pascal, qui a le souci de convaincre en exposant dans le détail son raisonnement. De l'autre Fermat, qui reste souvent elliptique et se contente d'exposer les grandes lignes de sa démarche, sans s'attarder à en vérifier tous les détails (sa note marginale à propos du « grand théorème » en est un célèbre exemple). Legendre a d'ailleurs écrit à son sujet : « *On a de lui un grand nombre de théorèmes intéressants, mais il les a laissés presque tous sans démonstration.* » ([11], préface). À tel point que Pascal se sent obligé, dans sa lettre du 29 juillet, de reprendre en détail le raisonnement de Fermat pour être sûr de l'avoir bien compris. Celui-ci ne se départit de sa concision pour entrer dans le détail que pour rectifier le raisonnement bancal de Pascal relatif au cas de trois joueurs (lettre du 25 septembre), et encore cette lettre n'a-t-elle que trois pages (les deux autres ne font qu'une ou deux pages), tandis que celles de Pascal comportent une dizaine de pages, sauf celle du 27 octobre qui n'est en fait qu'un accusé de réception.

3) *Du point de vue sociétal*, les savants de l'époque se plaisaient à se poser des questions mathématiques par lettre : ayant réussi à résoudre un problème, ils

(12) Du raisonnement dans les jeux de hasard.

demandaient à leur correspondant s'il pouvait résoudre ce même problème. C'est ainsi, par exemple, qu'en 1669 Christian Huygens, qui est à Paris, écrit à son frère Louis, demeuré à La Haye, au sujet d'un problème d'espérance de vie : « *J'avoue que j'ai eu assez de peine d'en venir à bout, mais à vous il n'en sera pas de même* »(13). Il en va de même ici : Pascal vient de mettre la dernière main à son *Traité du triangle arithmétique*, et il soumet à Fermat un problème qui en est issu. Est-ce pour pouvoir faire étalage de sa science devant lui ? Certainement pas, car le Traité est déjà écrit, et peut-être déjà paru. Parce qu'il n'est pas sûr que sa méthode soit bonne ? « *Je veux vous ouvrir toutes mes raisons, et vous me ferez la grâce de me redresser, si j'erre, ou de m'affermir, si j'ai bien rencontré ;* (…) *car je ne me tiendrai pour certain que lorsque vous serez de mon côté*. » (Pascal, 24 août). Ce n'est pas impossible. Pour se rassurer ? « *Je ne doute plus maintenant que je ne sois dans la vérité, après la rencontre admirable où je me trouve avec vous* » (Pascal, 29 juillet). Quoi qu'il en soit, le défi est alors une façon courante chez les « savants » de faire progresser la connaissance. Mais ce n'est pas toujours le cas, et il s'agit parfois d'une vraie demande de solution : « *La démonstration en est très malaisée, et je vous avoue que je n'ai pu encore la trouver pleinement ; je ne vous la proposerais pas pour la chercher, si j'en étais venu à bout*. » (Fermat, 29 août).

Tout ceci reste – du moins au premier abord – très courtois, et on s'envoie volontiers des compliments. Petit florilège :

> *Je ne puis m'empêcher de vous dire que je reçus hier, de la part de Monsieur de Carcavi, votre lettre sur les partis, que j'admire si fort que je ne puis vous le dire*. (Pascal, 29 juillet)
>
> *Plus je vous connais, plus je vous admire et vous honore*. (Pascal, 29 juillet)
>
> *Je recevrai votre réponse avec respect et avec joie*. (Pascal, 24 août)

On n'est pas non plus en peine de remarques acerbes vis-à-vis des collègues :

> *M. de Méré n'avait jamais pu trouver la juste valeur des partis, ni de biais pour y arriver.* (Pascal, 29 juillet)
>
> *[M. de Méré] a très bon esprit, mais il n'est pas géomètre ; c'est, comme vous savez, un grand défaut*. (Pascal, 29 juillet).

…Et c'est même le cas vis-à-vis l'un de l'autre, même si c'est à fleuret moucheté :

> *Il semble que vous ne vous souveniez plus que tout ce qui se fait après que l'un des joueurs a gagné ne sert plus de rien*. (Fermat, 25 septembre).

## 4. Conclusion

Cette correspondance entre deux savants du 17e siècle, courte mais fondatrice, nous montre la science en train de se faire, ainsi que l'avantage que peut procurer l'émulation lorsque l'on réfléchit à plusieurs sur un même problème dans le respect mutuel. On y voit aussi la toute première émergence d'une théorie nouvelle, où des concepts qui ne sont pas encore clairement définis sont utilisés efficacement pour

(13 Dans [11], p. 35.

résoudre des problèmes. On y voit encore, avec le recul de trois siècles et demi, que des questions qui, à première vue, semblent futiles, peuvent être à l'origine de théories importantes, ayant des applications, non seulement dans beaucoup de domaines mais encore dans notre vie de tous les jours, même si nous n'en sommes pas toujours conscients.

Je pense qu'il est bon, lorsqu'on le peut, de montrer à nos élèves que la science est faite par des hommes – et des femmes – qui vivent dans leur époque comme nous dans la nôtre, avec des occupations du même ordre ; on voit par exemple Fermat se déplacer, en septembre, de Toulouse, où il travaille, à sa campagne de Beaumont-de-Lomagne :

> *La fin du parlement augmente mes occupations, et j'ose espérer de votre bonté que vous m'accorderez un répit juste et quasi nécessaire*. (Fermat, 29 août)

> *Je vous écris de la campagne, et c'est ce qui retardera par aventure mes réponses pendant ces vacations*. (Fermat, 25 septembre)

Ces lettres sont accessibles à des lycéens avec un accompagnement convenable les situant dans leur contexte historique et scientifique, et je suis d'avis de les faire étudier, si possible sans les réduire strictement à leur partie « utile », en conservant leurs éventuelles digressions qui y mettent de la vie. Certains collègues l'ont déjà fait, et on pourra lire avec profit [7], [13], [14] et [15]. Celles et ceux qui voudraient approfondir le sujet peuvent également consulter [16], [17], [18 et [19].

## Bibliographie


### A- Textes sources

[1] Fermat, P. *Œuvres*. Tome deuxième (P. Tannery, éd.). Gauthier-Villars 1894. http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6213616t/f312.item.r=fermat%20oeuvres.lang ES

[2] Pascal, B. *Œuvres*. Tome quatrième. Ed. Lefèvre, Paris 1819. http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6439197f/f376.image

[3] Pascal, B. *Œuvres complètes*, tome II : oeuvres diverses, 1623-1654 (rév. J. Mesnard). Ed. Desclée de Brouwer 1970. http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k62826k/f10.image

### B- Autres textes

[4] Poisson, D. (1837) *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*. Ed. Bachelier, Paris.

[5] Meusnier, N. (2007). Le problème des partis bouge… de plus en plus. *Journ@l électronique d'histoire des probabilités et de la statistique*, 3/1. www.jehps.net

[6] Coumet, E. (1965) Le problème des partis avant Pascal. *Archives internationales d'histoire des sciences* n° 72-73, pp. 245-272. www.jehps.net

[7] Hennequin, P.-L. (2007) Comment calculer des probabilités avec Blaise Pascal. *Bulletin de l'APMEP* n° 471, pp. 603-605. http://www.apmep.fr/Paul-Louis-Hennequin

[8] Parzysz, B. (2009) Des expériences aléatoires au modèle, via la simulation. *Repères-IREM* n° 74, pp. 91-103.

[9] Pichard, J.-F. (2001) Les probabilités au tournant du 18e siècle. *Autour de la modélisation en probabilités* (M. Henry, éd.). Presses Universitaires de Franche-Comté. Besançon, pp. 13-45.

[10] Huygens, C. (1657). *De ratiociniis in ludo aleae*. Œuvres complètes de Christiaan Huygens (en français), tome 14 : Calcul des probabilités. Travaux de mathématiques pures. Ed. Nijhoff, La Haye 1920.
http://www.biodiversitylibrary.org/item/69683#page/9/mode/1up

[11] Legendre, A. M. (1798). *Essai sur la théorie des nombres*. 2e édition 1808. Ed. Courcier, Paris.

[12] Dupâquier, J. (1996). *L'invention de la table de mortalité*. Presses Universitaires de France.

[13] Aldon, G. (2015) Pascal, Fermat et le problème des partis. Textes et Documents pour la Classe n° 1098, pp. 34-35. Ed. Canopé-CNDP.

[14] M:A.T.H. (1986) Le problème des partis de Pacioli à Pascal et Fermat. Brochure n° 61, pp. 100-144, Ed. IREM Paris-7.
http://irem-fpb.univ-lyon1.fr/feuillesprobleme/feuille11/enonces/documentsmere/experimentation.pdf

[15] Vogel, N. (1999). Nos élèves refont l'histoire des probabilités. *L'Ouvert* n° 95, pp. 1-14. Ed. Université de Strasbourg.
https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/L_Ouvert/n095/o_95_1-14.pdf

[16], Derriennic, Y. (2003) Pascal et les problèmes du chevalier de Méré. De l'origine du calcul des probabilités aux mathématiques financières d'aujourd'hui. *Gazette de la Société Mathématique de France* n° 97, p. 45-71.

[17] Henry, M. (2007) Naissance des probabilités du 17e au 18e siècle, de Huygens à Bernoulli. *Bulletin de l'APMEP* n° 471, pp. 519-533.

[18] IREM (2005) *L'espérance du Hollandais, ou le premier traité de calcul du hasard*. Commission inter-IREM Épistémologie et Histoire. Ed. Ellipses.

[19] Bühler, M (2015) Probabilités : un problème historique en classe. *Bulletin de l'APMEP* n° 514, pp. 264-274.