La Querelle sur les tangentes entre Descartes et Fermat

Anne Michel-Pajus(*)

Cette histoire peut nous intéresser pour de nombreuses raisons : son intérêt culturel (le milieu mathématique du XVIIème[(1)]) et épistémologique (trois approches des courbes : géométrique, algébrique et analytique), deux conceptions des mathématiques (recherche de méthodes ou de fondements).

Mais surtout elle permet de « prendre conscience, et faire prendre conscience à nos élèves, que les concepts mathématiques se sont construits petit à petit, qu'ils naissent souvent en réponse à des problèmes, que leur élaboration ne connait pas une progression linéaire, et surtout qu'elle ne peut être séparée de son contexte social et culturel. »[(2)]

Ainsi, ces textes où Fermat passe d'une recette sans explications à un exposé où les justifications nous semblent encore bien emberlificotées, en réponse à un Descartes qui semble n'y rien comprendre car il a en tête des implicites tout différents, peuvent servir à introduire ou approfondir en classe la notion de tangente et de nombre dérivé, montrer que les erreurs et incompréhensions ne sont pas l'apanage des élèves et n'ont pas un aspect uniquement négatif, puisqu'elles peuvent servir de point de départ pour une nouvelle analyse, et réfléchir à ce qu'est la rigueur que l'on attend d'eux.

L'histoire n'est pas facile à lire dans les textes sources, et d'ailleurs rien n'empêche le lecteur pressé de sauter directement du deuxième au cinquième épisode, mais il se priverait du jeu entre familiarité et étrangeté que proposent ces textes, que l'on peut aussi étudier avec le professeur de français. Ils sont tous disponibles en ligne. Notons que notre présentation en épisodes ne vise qu'à évoquer les principales étapes.[(3)]

La présentation ci-dessous n'a pour intention que de donner quelques repères, faciliter la lecture et indiquer des travaux qui permettent d'aller plus loin.

Prologue : La tangente au début du XVIIème

C'est la notion que l'on rencontre chez Euclide : « Une droite, qui touchant un cercle, et qui étant prolongée ne le coupe pas, est dite tangente au cercle»[(4)]. On sait aussi qu'« une perpendiculaire au diamètre d'un cercle et menée de l'une de ses extrémités, tombe en dehors de ce cercle ; dans l'espace compris entre cette perpendiculaire et la circonférence, on ne peut pas mener d'autre droite »[(5)]. C'était

(*) IREM PARIS 7
(1) évoqué par Maryvonne Spiesser dans ce même numéro du BV, p.
(2) Extrait de [C1].
(3) Cf. la Bibliographie en ligne sur le site APMEP « pour en savoir plus ».
(4) Cf. [S4] Livre III, déf 2, p. 57.
(5) Cf. [S4] Livre III, Prop 16, p.73 ; une activité sur ce thème est proposée aux élèves in [C3], p. 63-64.

aussi l'idée que s'en faisaient nos élèves en fin de collège, mais il semble qu'elle ait disparu avec la dernière réforme ! Bien qu'Apollonius ait déterminé des normales aux coniques par des propriétés d'extremum et les tangentes comme leurs orthogonales, il semble que cette partie de ses travaux (dans le Livre V), traduite tardivement, ne soit pas bien connue de nos protagonistes.(6)

Premier épisode : Descartes publie en 1637 une méthode générale pour trouver les tangentes

Descartes publie à Leyde sa *Géométrie* en appendice au fameux *Discours de la Méthode*. On ne connait alors aucun procédé général pour trouver les tangentes. De fait, Descartes donne une méthode pour trouver les normales : « Façon générale pour trouver des lignes droites, qui coupent les courbes données, ou leur *contingentes*, à angle droit »(7). Des courbes sont dites *contingentes* quand « elles se touchent sans se couper ».

Comme *contingente* à la courbe, Descartes va chercher un cercle. Chacun sait que, pour un cercle, les normales sont les droites qui passent par son centre. En généralisant, pour des points qu'il envisage évidemment comme réguliers, la tangente à la courbe coupera donc à angle droit la normale aux cercles contingents, en leur point de contact commun.

Il s'agit d'un calcul purement algébrique, utilisant ce que nous appelons la géométrie analytique, justement exposée au livre I de *La Géométrie*. Résumons-le en termes modernes :

Soit un point C sur une courbe donnée par son équation : une relation entre x et y. Notons que les coordonnées utilisées par Descartes ne sont pas tout à fait celles de notre « repère cartésien ». C étant projeté orthogonalement en M sur le diamètre(8) AG, ses coordonnées dans le repère d'origine A sont x = CM et y = AM

P est repéré sur AG par PA = v et Descartes pose CP = s.

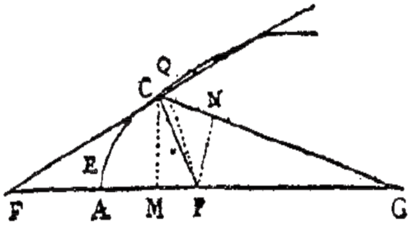
Le cercle de centre P passant par C est caractérisé par : CP² = CM² + MP², soit

$$s^2 = x^2 + (v-y)^2 = x^2 + v^2 - 2vy + y^2.$$

Ainsi, tout point du cercle est défini en fonction des paramètres s et v par :

$$x = \sqrt{s^2 - v^2 + 2vy - y^2}, \text{ et } y = v - \sqrt{s^2 - x^2}.$$

Fig. 1



En éliminant l'une des indéterminées, x par exemple, entre ces deux équations et l'équation de la courbe, Descartes obtient une relation entre y, s et v, qu'il appelle *équation fondamentale*. C'est l'équation aux y des points d'intersection de la courbe avec le cercle de centre P passant par C.

(6) Cf. [H1].

(7) Cf. [S1], p. 341 et suivantes, ou [C5] p. 44-47. La figure 1 provient de cette édition.

(8) Ce terme désigne l'axe de la parabole ; Il vient d'Apollonius, qui le définit comme « la droite qui menée de la ligne courbe coupe en deux parties égales toutes les lignes droites menées parallèlement à une droite quelconque »

Descartes donne alors des exemples de recherche de l'équation fondamentale, puis explique, dans un long développement, appuyé sur un schéma, comment déterminer P pour que le cercle soit contingent à la courbe , en relation avec le fait que les racines de l'équation fondamentale sont égales ou distinctes : « *Il faut considérer, que si ce point* P *est tel qu'on le désire, le cercle dont il sera le centre, & qui passera par le point* C*, y touchera la courbe* CE*, sans la couper : mais que si ce point* P*, est tant soit peu plus proche, ou plus éloigné du point* A *qu'il ne doit, ce cercle coupera la courbe, non seulement au point* C*, mais aussi en quelque autre. Puis il faut aussy considerer, que lorsque ce cercle coupe la ligne courbe* CE*, l'équation par laquelle on cherche la quantité x, ou y, […] contient nécessairement deux racines qui sont inesgales [..] plus ces deux points* C *et* E *sont proches l'un de l'autre, moins il y a de différence entre ces deux racines, & enfin elles sont entièrement égales s'ils sont tous deux joints en un ; c'est-à-dire si le cercle, qui passe par* C *y touche la courbe sans la couper* »[9].

Ce qui revient pour nous à exprimer l'existence d'une racine double de l'équation. Pour ce faire, Descartes montre sur des exemples comment écrire (par identification) le polynôme P, qui apparait dans l'équation fondamentale $P(y) = 0$, sous la forme $P(y) = (y - e)^2\, Q(y)$, où Q est un autre polynôme. Il obtient ainsi e - la racine double cherchée - qui sera la valeur de y au point de contact, et donnera enfin la valeur de v cherchée. Il se contente d'exemples : « *Car s'il fallait que je m'arrestasse a demontrer tous les théorèmes dont je fais quelque mention, je serois contraint d'escrire un volume beaucoup plus gros que je ne désire* ». Notons que cette méthode implique que l'équation de la courbe se ramène à une équation polynomiale - nous dirions que la courbe est algébrique - et que les calculs se compliquent vite quand le degré est élevé.[10]

Il conclut cette étude en montrant l'utilité de ces travaux : « *Au reste affin que vous sçachiés que la consideration des lignes courbes icy proposée n'est pas sans usage […,] je veux ajouter icy l'explication de certains Ovales, que vous verrés estre tres utiles pour la Theorie de la Catoptrique, & de la Dioptrique*. »

Deuxième épisode, Fermat envoie un Essai à Mersenne , qui le transmet à Descartes.

Fermat a une dizaine d'années de moins que Descartes[11]. Quelques mois auparavant, il avait déjà réussi à se procurer des extraits de *La Dioptrique* (publiée en même temps que *La Géométrie*), et avait critiqué la théorie de la réfraction de Descartes. Lorsque le Père Mersenne lui demande ses impressions sur *La Géométrie*, Fermat lui envoie un court essai : *Methodus ad disquirendam maximam et minimam*[12], dans lequel il expose une autre méthode, qu'il estime bien plus facile que celle de Descartes, et qu'il écrit par ailleurs avoir inventée en 1629[13]. Comme

(9) Cf. [S1] p. 345-346 ou [C5] p. 45.
(10) Cf. [S1], p.350-351.
(11) Cf. l'article Maryvonne Spiesser, dans ce dossier : Descartes est né en 1596, Fermat entre 1601 et 1609.
(12) Texte latin in [S6], p. 63-64, traduction in [S5], p 121-126.
(13) Cf. [H2], p. 358.

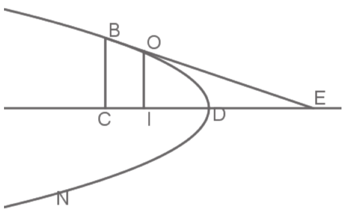
son nom l'indique, cet Essai porte sur la recherche du maximum et du minimum. La recherche des extrema se fait par *adégalisation*.(14) En termes modernes, si on cherche un extrema a de la fonction f (notion et notation étrangères à Fermat) on *adégalera* $f(a)$ et $f(a + \mathrm{e})$. C'est- à dire que l'on fera « comme si » ces expressions étaient égales. Divisant alors $f(a + \mathrm{e}) - f(a)$ par e (ou une puissance plus élevée de e si nécessaire), puis prenant $e = 0$, on obtient une équation dont la solution est a. L'auteur ne donne ni justification, ni explication sur l'idée sous-jacente à sa méthode. Notons qu'ici e n'est pas supposé petit, encore moins évanouissant, bien que cette méthode, pour une fonction polynômiale, revienne pour nous à annuler la dérivée en a.

La méthode pour les extrema est donnée sous forme de règle, assortie d'un exemple(15), et la recherche des tangentes, uniquement comme une application de cette méthode sur un exemple (la parabole). Voici un extrait :

DES TANGENTES DES LIGNES COURBES

Nous ramenons à la méthode précédente l'invention des tangentes en des points donnés à des courbes quelconques. Soit donnée, par exemple, la parabole BDN *(fig. 2), de sommet* D, *de diamètre* DC *; soit donné sur elle le point* B, *par lequel il faut mener la tangente à la parabole et rencontrant le diamètre en* E.

Fig 2



Si l'on prend sur la droite BE *un point quelconque* O, *dont on mène l'ordonnée* OI, *en même temps que l'ordonnée* BC *du point* B, *on aura :* $\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DI}} > \dfrac{\mathrm{BC}^2}{\mathrm{OI}^2}$, *puisque le point* O *est extérieur à la parabole. Mais* $\dfrac{\mathrm{BC}^2}{\mathrm{OI}^2} = \dfrac{\mathrm{CE}^2}{\mathrm{IE}^2}$, *à cause de la similitude des triangles. Donc* $\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DI}} > \dfrac{\mathrm{CE}^2}{\mathrm{IE}^2}$.

Or, le point B *est donné, donc l'ordonnée* BC *du point* B, *donc le point* C, *donc* CD. *Soit donc* CD $= d$, *donnée. Posons* CE $= a$ *et* CI $= e$ *; on aura* $\dfrac{d}{d-e} > \dfrac{a^2}{a^2+e^2-2ae}$..

Faisons le produit des moyens et des extrêmes : $da^2 + de^2 - 2dae > da^2 - a^2e$.
Adégalons donc, d'après la méthode précédente ; on aura, en retranchant les termes communs : $de^2 - 2dae \sim - a^2e$, *ou ce qui revient au même :* $de^2 + a^2e \sim 2dae$.
Divisez tous les termes par e *:* $de + a^2 \sim 2da$.

---

(14) L'*adégalisation* est une égalisation « approchée ». *Adégaliser* provient des premières traductions en français du verbe utilisé en latin par Fermat : *adaequare*, qui provient lui-même des traductions en latin du grec de Diophante par Xylander et Bachet de Méziriac. De même, le symbole ~ que l'on trouve parfois dans les traductions de Fermat n'apparait pas dans ses textes originaux en latin. Le préfixe ad ajoute une idée de proximité à aequare. On trouve aussi *adéquation* dans d'autres traductions.

(15) D'ailleurs intéressant pour l'utilisation en classe, cf. [C1], [C2], [C5].

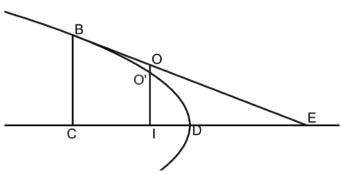
Supprimez de : il reste $a^2 = 2da$*, donc :* $a = 2d$.
Nous prouvons ainsi que CE *est double de* CD*, ce qui est conforme à la vérité.*(16)

Quel est le rapport avec les extrema ? Fermat n'en dit mot. Voici une interprétation possible: la « *propriété spécifique* » de la parabole est que le rapport $\dfrac{\mathrm{CB}^2}{\mathrm{CD}}$ est constant (nous dirions $y^2 = kx$). Le point B étant extérieur à la parabole, tous les points de la tangente menée d'un point du *diamètre* (l'axe de la parabole) sont extérieurs à la parabole, sauf justement le point de contact. Ce qui implique que la quantité $\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DI}} - \dfrac{\mathrm{BC}^2}{\mathrm{OI}^2}$, ou son égale $\dfrac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DI}} - \dfrac{\mathrm{CE}^2}{\mathrm{IE}^2}$, positive ou nulle, atteigne son minimum 0 quand le point O, qui se déplace sur la tangente, rencontre la courbe, c'est-à-dire coïncide avec B ou encore quand I, son projeté orthogonal sur le diamètre (l'axe EC), est en C.

Avec les notations de Fermat cela revient à trouver le minimum de $de^2 - 2da + a^2e$ (après réduction au même dénominateur et simplification).

Plus précisément, en trichant un peu (avouons que nous avons jeté un coup d'œil à la fin de l'histoire - épisode 5) et en ajoutant à la fig. 2 un point O′, intersection de la parabole avec OI nous pouvons comparer IO et IO′ :

Fig 3



Puisque O est sur la droite EB, on obtient $\dfrac{\mathrm{IO}}{\mathrm{CB}} = \dfrac{\mathrm{EI}}{\mathrm{EC}}$. Puisque O′ est sur la parabole, on obtient $\dfrac{\mathrm{IO}'^2}{\mathrm{CB}^2} = \dfrac{\mathrm{DI}}{\mathrm{DC}}$. Alors $\mathrm{IO}^2 - \mathrm{IO}'^2 = \mathrm{CB}^2\left(\dfrac{\mathrm{EI}^2}{\mathrm{EC}^2} - \dfrac{\mathrm{DI}}{\mathrm{DC}}\right)$. Avec les notations de Fermat, cette quantité est donc proportionnelle à $\dfrac{(a-e)^2}{a^2} - \dfrac{d-e}{d}$. La méthode revient donc à adégaler IO^2 et IO'^2.

Mais si l'on suit les notations de sa méthode des extrema, a = CE serait la variable et e = CI la variation de cette variable, mais d = CD est aussi variable... La dernière phrase du texte donne la valeur a pour la sous-tangente CE, mais en fonction de la variable d. Si l'on considère le problème tel qu'énoncé par Fermat, c'est B qui est fixé, et E cherché. Or, c'est à C (et donc à B) que Fermat impose une variation... Il ne détermine ni le point de contact B avec la tangente menée par E, ni l'intersection E de la tangente en B avec le diamètre, mais une propriété qui lie ces deux points dans la parabole, connue depuis Apollonius, et permet de trouver chacun des deux quand on connait l'autre. Ce flottement n'a rien d'étonnant puisque les notions de fonction et de variable n'ont pas encore été précisées…

Fermat donne d'autres exemples, mais pas de méthode générale.

(16) Cf. [S5], p. 122-123.

Troisième épisode : Descartes trouve que la règle ne fonctionne pas (janvier 1638)(17)

« *Premièrement donc, je trouve manifestement de l'erreur à la règle & encore plus en l'exemple qu'il en donne pour trouver les contingentes à la parabole* ». Tout comme nous sans doute, Descartes a cherché de quoi on voulait obtenir l'extremum. Comme il ne pense pas en termes de fonction, mais en termes géométriques, il cherche une grandeur géométrique. Supposant qu'il s'agit « *de la plus grande ligne que l'on puisse mener de E à la parabole* », il essaie la méthode de l'adégalisation entre EB et EO, sans résultat évidemment puisque, si l'on ne précise pas que tous les points de la droite (sauf B) doivent rester à l'extérieur de la parabole, on peut construire une droite qui rencontre la parabole aussi loin que l'on veut.

Conclusion de Descartes : « *[Fermat] ne suit nullement sa règle, comme il paroît assez de ce que son calcul ne se rapporte point à celui que je viens de faire. […] J'ose dire qu'on n'en peut trouver aucune, si bonne et si générale que la mienne, qui soit tirée d'un autre fondement.* »

Fermat est vexé : « *J'ai appris par votre lettre que ma réplique à M. Descartes n'étoit pas goutée, que même il avoit trouvé à redire à mes méthodes de maximis et minimis et de tangentibus, en quoi il avait trouvé Mrs de Pascal et Roberval de contraire sentiment et je soutiens que mes méthodes sont aussi certaines que la construction de la 1ère proposition des Elements. Peut-être que mes règles ayant [été] proposées trop nuement et sans démonstration, elles n'ont pas été entendues ou qu'elles ont paru trop aisées à M. Descartes qui a fait tant de chemin et a pris une voie si pénible pour ces tangentes dans sa Géométrie.[…] Je ne vous enverrai plus rien pour M. Descartes, puisqu'il met des lois si sévères à un commerce si innocent.* » (février 1638)(18)

Descartes renvoie cependant en mars un autre contre-exemple : le calcul de la tangente à l'ellipse, mais en utilisant la *propriété spécifique* - nous dirions l'équation - de la parabole ! Il n'a toujours pas compris une partie de la méthode, le rôle que joue la *propriété caractéristique* de la courbe. Fermat corrige ces erreurs, et réaffirme avec force la validité de sa méthode, mais ne l'explique pas plus clairement.

Quatrième épisode : Descartes critique la façon d'établir la règle, mais en déduit une troisième méthode (3 mai 1638(19))

Descartes comprend certaines de ses erreurs, mais formule un nouveau reproche : « *que [Fermat] n'a trouvé sa règle qu'à tastons, ou du moins qu'il n'en a pas conçu clairement les principes.* »

Nous reconnaissons ici la position du philosophe du *Discours de la Méthode*, qui valorise les principes plus que les résultats, opposée à celle de l'amateur éclairé Fermat, qui résout des problèmes pour son plaisir. Descartes reprend comme fondement son principe «trouver la plus grande ligne tirée d'un point qui soit extérieur à la courbe », mais avec une autre idée : il considère la position – nous

(17) Cf. [S7] p.126-132.
(18) Cf [S7] p.132
(19) Cf [S3] p. 133

dirions limite – de la droite EBO quand O et B se confondent. Il utilise alors l'adégalisation entre les longueurs de BC et OI, sans faire intervenir d'extremum.

Cette méthode devient alors une façon commode et rapide d'exprimer le fait que les intersections se confondent par l'existence d'une racine double.

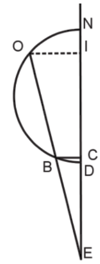
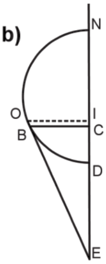
Fig4 a)


Fig4 b)


Cinquième épisode : Fermat se décide à expliquer sa méthode et sa généralité (été 1638)(20)

Fermat reprend l'exemple de la parabole, avec des notations différentes pour les points, mais il explique que sa méthode revient à comparer par adéquation FE et FI, ce que nous avions nommé IO et IO'.

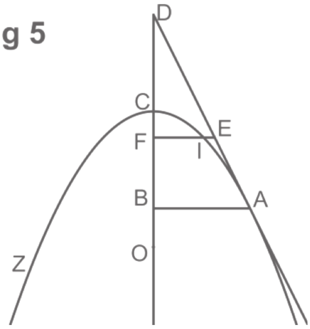
METHODE DE MAXIMIS ET MINIMIS

Expliquée et envoyée par M. Fermat à M. Descartes.

La méthode générale pour trouver les tangentes des lignes courbes mérite d'être expliquée plus clairement qu'elle ne semble l'avoir été.

Soit la courbe donnée ZCA*, de laquelle le diamètre soit* CB*. Soit encore donné dans la courbe le point A, duquel soit menée l'appliquée au diamètre. Il faut chercher la tangente* AD*, de laquelle le concours avec le diamètre prolongé se fait au point* D.

Les lignes AB *et* BC *sont données. Supposons que* BA *s'appelle b et que* BC *s'appelle d. Supposons que la ligne* BD*, que nous cherchons, s'appelle a. Prenons à discrétion un point, tel que* E*, sur la tangente, duquel soit tirée* EF *parallèle à* AB*, et supposons que la ligne* BF *soit e. Donc* CF *sera $d - e$,* FE *sera $\dfrac{ba - be}{a}$. Et de quelque nature que soit la courbe, nous donnerons les mêmes noms aux lignes* CF *et* FE *que nous venons de leur donner.*

Fig 5


Notons que, bien que les points portent des noms différents de ceux de la figure 2, du deuxième épisode, les grandeurs a, b, d, e, correspondent à celles du premier texte de Fermat. La dernière formule s'écrirait ainsi (avec les deux choix de lettres):

$\mathrm{FE} = \mathrm{IO} = \dfrac{ba - be}{a}$, en utilisant le théorème de Thalès.

Fermat poursuit :

Cela étant fait, il est certain que le point E *de la ligne* EF*, étant dans la tangente, sera hors de la courbe, et, par conséquent, la ligne* EF *sera plus grande ou plus petite*

(20) [S7], p. 155-156. Nous avons apporté des modifications typographiques mineures dans la traduction de Tannery, pour faciliter la lecture.

que l'appliquée qui s'appuye à la courbe du point F *: plus grande lorsque la courbe est convexe en dehors, comme dans cet exemple, et plus petite lorsque la courbe est convexe en dedans. […]*

Quoique la ligne soit inégale à l'appliquée tirée du point F *à la courbe, je la considère néanmoins comme si en effet elle était égale à l'appliquée, et en suite la compare par adéquation avec la ligne* FI*, suivant la propriété spécifique de la courbe.*

Comme en la parabole, par exemple je fais : comme BC *à* CF*, ainsi* BD *quarré à* DF *quarré, ou bien pour éviter les fractions et la diversité des lignes : comme* BC *à* CF*, ainsi* BD *quarré à* DF *quarré ; car c'est toujours la même chose, à cause des triangles semblables* DBA, DFE.

La propriété caractéristique de la parabole donne $\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CF}} = \frac{\mathrm{BA}^2}{\mathrm{FI}^2}$ mais en adégalisant FI et FE, on obtient $\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CF}} \sim \frac{\mathrm{BA}^2}{\mathrm{FE}^2}$, et avec $\frac{\mathrm{BA}}{\mathrm{FE}} = \frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DF}}$ (à cause des triangles semblables), on arrive à $\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{CF}} \sim \frac{\mathrm{BD}^2}{\mathrm{DF}^2}$, soit, avec les notations du premier épisode : $\frac{d}{d-e} \sim \frac{a^2}{(a-e)^2}$, ou encore $da^2 + de^2 - 2dae \sim da^2 - a^2e$.

Il ne reste plus qu'à conclure comme Fermat au premier épisode. Ensuite, Fermat fait le calcul pour un autre exemple que lui avait proposé Descartes, et précise ensuite la relation des tangentes aux extrema en général : si l'on veut utiliser la méthode *de maximis et minimis*, il ne faut pas tirer la plus longue ligne à la courbe, mais la plus courte, puis prendre la perpendiculaire , ce qui revient à obtenir la normale à la courbe (mais il n'utilise pas le terme). Il démontre ce résultat pour le cas où la concavité de la courbe est tournée vers le diamètre. Les propositions de Descartes ont conduit Fermat à une nouvelle propriété (celle de la normale) et à préciser ce qui est lié à la concavité.

Épilogue : Deux lettres de Descartes, expédiées le même jour (27 Juillet 1638)

Descartes à Fermat(21)

Monsieur, Je n'ay pas eu moins de joye de recevoir la Lettre par laquelle vous me faites la faveur de me promettre votre amitié que si elle venait de la part d'une Maistresse, dont j'aurois passionnément desiré les bonnes graces. […] Et voyant la derniere façon dont vous usez pour trouver les tangentes des lignes courbes, je n'ay autre chose à dire qu'elle est très-bonne, & que vous l'eussiez expliquée au comencement de cette façon, je n'y eusse point du tout contredit. […]

Descartes à Mersenne(22)

« *[…] En sorte que, pour en dire entre nous la vérité, je croy que s'il [Fermat]n'avoit*

(21) Cf [S3] p. 280.
(22) Cf [S3] p. 253.

point vu ce que j'ay demandé y devoir estre corrigé, il n'eust pas sceu s'en demesler. Je crois aussy que toute cette chiquanerie de la ligne EB, scavoir si elle devoit estre nommée la plus grande, que ses amis de Paris ont fait durer un demi-an, n'a été inventée par eux que pour lui donner du tems a chercher quelque chose de mieux pour me respondre. […] »

La querelle est close, il faudra d'autres idées pour traiter le problème des tangentes dans le cas général, comme celle d'assimiler un arc de courbe infiniment petit avec le segment correspondant de la tangente, considérer les points singuliers… Mais dans ce jeu entre les cadres géométrique et fonctionnel, et entre les registres algébrique et analytique, des collègues ont tiré de bonnes idées pour diversifier les approches. La bibliographie ci-dessous en donne quelques exemples.

Bibliographie :

Articles et Brochures pour l'utilisation en classe (avec extraits de textes sources)

[C1] *Des problèmes d'extrema chez Fermat à la notion de dérivée*, 1991, Brochure IREM Toulouse.

[C2] « Fermat, Maxima et minima. Recherche des tangentes » *M.:A.T.H. Brochure 61*, 1985, IREM Paris 7, p. 30-38 (en ligne).

[C3] *Autour de la dérivée en classe de première scientifique*, Brochure 97, 2015, IREM Paris7 (où l'on trouve entre autres trois autres exemples d'approche historique de cette notion).

[C4] Clapié M. et Spiesser, M., « Des problèmes d'extrema chez Fermat à la notion de dérivée », in *Actes de la première université d'été européenne*, 1995, IREM Montpellier (en ligne).

[C5] Grégoire Michèle, « La querelle entre Descartes et Fermat » *Mnémosyne* n° 2,1992, IREM Paris 7(en ligne).

Les références des textes sources [Sn] et des articles historiques [Hn] sont mis en ligne sur le site de l' APMEP.