Quel collège pour quelles mathématiques ?

À propos de deux textes du président de l'APMEP

René Mulet-Marquis(*)

La confrontation de deux textes émanant de l'APMEP sous la plume de son président m'ont rendu perplexe. Il s'agit d'une part d'une lettre à la Ministre de l'Éducation Nationale et d'autre part d'un éditorial paru dans le BGV n° 183 consultables aux adresses :

http://www.apmep.fr/Lettre-ouverte-a-Madame-la

et

http://www.apmep.fr/Editorial-du-BGV-no-183,5791.

Dans le premier texte, des points importants sont abordés concernant la réforme du collège. La plupart sont sans doute l'objet d'un consensus : la nécessaire formation des enseignants, les interrogations posées par la mise en œuvre de la réforme en même temps dans les quatre années du collège, les conséquences pour le lycée. Le premier texte évoque également le collège comme continuateur de l'école primaire et le second s'interroge sur les contenus à enseigner à partir de la notion de mathématiques citoyennes. Ce sont ces deux derniers points que je souhaite questionner dans la suite du texte : le collège continuateur de l'école primaire et lieu d'enseignement de mathématiques citoyennes.

Commençons par un passage de la lettre à la Ministre de l'Éducation Nationale : « *Pour l'APMEP, l'école doit être capable de former aussi bien des citoyens avertis que des spécialistes, voire des experts. Nous analysons cette réforme comme l'émergence d'un nouveau collège recentré sur la formation du citoyen. Ce fut longtemps le rôle dédié à l'école primaire et au certificat d'études. Mais aujourd'hui, les exigences sociales de formation se sont accrues. Le collège est donc tout désigné comme continuateur de l'école primaire pour assurer entre autres la formation mathématique du citoyen du XXIème siècle. Ce passage doit s'accompagner selon nous dans de très brefs délais d'une réforme conséquente du lycée dans laquelle des mathématiques plus expertes retrouveraient pleinement leur place au sein de séries scientifiques renforcées (en termes de contenus et d'horaires)* ». Que signifie le collège continuateur de l'école primaire ? Aujourd'hui tous les élèves de l'école primaire (à de rares exceptions près) vont au collège. Il y a une certaine continuité, ce n'est donc pas cela qui est en question. Il faut se tourner du côté de l'organisation de l'enseignement et des contenus enseignés.

(*) rene.mulet-marquis@wanadoo.fr

Pour ce qui concerne l'organisation des enseignements, quelle continuité qui ne serait pas déjà présente est envisagée ? Vise-t-on la création d'une structure unique englobant l'école primaire et le collège avec le même type de classes ? Il faut en mesurer toutes les conséquences, y compris pour les personnels enseignants : professeurs des écoles, certifiés, agrégés, sans oublier ceux sous statut précaire. L'école primaire et le collège ne sont pas rattachés aux mêmes collectivités locales, faut-il envisager un regroupement ?

Pour ce qui concerne les contenus enseignés, dans l'éditorial du BGV on trouve : « *On en parle, on les invoque, on les redoute, on les critique, mais que signifie l'expression “ mathématiques du citoyen ” ? La question de base est évidemment : en 2015, quel bagage mathématique un individu doit-il posséder à la sortie de l'école obligatoire ? Doit-il savoir utiliser la réciproque de la propriété de Pythagore ? Doit-il savoir effectuer des calculs algébriques avec des racines carrées ? Doit-il savoir factoriser une expression littérale ? On pourrait poser bien d'autres questions du même type et l'on sent bien que les réponses ne sont pas simples si l'on en reste sur le plan des connaissances, il va être difficile de savoir ce qu'il faut éliminer, et ce qu'il faut privilégier. D'une façon provocatrice, certains diront que la proportionnalité suffit. Admettons cela pour l'instant.*».

Le questionnement sur les contenus : « *Doit-il savoir utiliser la réciproque de la propriété de Pythagore ? Doit-il savoir effectuer des calculs algébriques avec des racines carrées ?* » fait pour moi écho à la vision du collège : « *continuateur de l'école primaire* » Si l'on pense qu'il doit y avoir une structure unique et sans rupture regroupant école et collège alors les questions ci-dessus se posent sans doute.

Le président de l'APMEP ne répond pas explicitement aux questions qu'il pose puisque : « *On pourrait poser bien d'autres questions du même type et l'on sent bien que les réponses ne sont pas simples* » Effectivement si l'on pose la question des savoirs pris isolément les uns après les autres, en mathématiques comme dans les autres disciplines les réponses ne sont pas simples… Tout simplement parce que en ces termes là il ne peut pas y avoir de réponse. Nous ne savons peut-être pas répondre à la question « *Doit-il savoir utiliser la réciproque de la propriété de Pythagore ?* » mais si l'on nous demande : « doit-il savoir effectuer des raisonnements géométriques simples s'appuyant sur un noyau cohérent de connaissances (dont le théorème de Pythagore) », je pense que nous serons assez nombreux à répondre oui, en tout cas ce serait ma réponse.

J'en fais de même pour ce qui concerne les connaissances de base en algèbre (sans nécessairement : « *effectuer des calculs algébriques avec des racines carrés* »…) qui me semblent importantes d'une part pour modéliser des situations et d'autre part pour comprendre celles déjà modélisées (chaque fois que l'on rencontre, par exemple, une formule).

Après avoir fait le constat de la difficulté à trouver des réponses en termes de connaissances, l'auteur se tourne vers PISA[(1)] pour donner une définition de la culture mathématique en termes de compétences : « *… pour pouvoir appréhender un nombre croissant de situations et de problèmes qui surviennent dans la vie courante, y compris dans le cadre professionnel, et pouvoir y faire face* » et de conclure : « *Nous voyons que la culture mathématique se définit ainsi en termes de compétences* ». Si la définition d'un noyau de connaissances à enseigner au collège n'est pas simple, penser régler ce problème en ayant une approche par les compétences telles que définies ci-dessus me semble une parfaite illusion. Pour avoir une idée de la difficulté on peut par exemple consulter la liste des BEP sur le site Eduscol : il y en a une cinquantaine. Je souhaite bon courage à ceux qui devront lister les situations de la vie courante et professionnelle pour lesquelles un élève en fin de collège doit être compétent, encore plus à ceux, les mêmes ou d'autres, qui seront chargés d'en faire un programme et à plus forte raison à ceux qui auront à l'enseigner.

Faire travailler aux élèves des problèmes issus d'un domaine professionnel nécessite de leur donner des connaissances liées à ce domaine qui peuvent concerner les règles de l'art, la règlementation, etc. Ces connaissances ne sont « utiles car utilisables » que de manière très locale y compris dans le temps (les métiers évoluent). Il faut s'interroger avant de remplacer des connaissances mathématiques durables par des connaissances friables. Ce que je viens de dire ne signifie pas qu'il ne faut en aucun cas s'intéresser aux questions se présentant dans le cadre personnel ou professionnel mais qu'en faire le point de départ de la définition de ce qu'il faut enseigner risque fort de conduire à un enseignement émietté et incohérent.

Le projet poursuivi par l'enseignant est déterminant. S'il pense que son rôle est de rendre compétent ses élèves sur des questions très locales que l'élève rencontrera peut être s'il embrasse une profession donnée il va centrer son action et l'attention des élèves sur les contextes particuliers. En revanche si son projet est de tirer partie de chaque situation particulière pour en dégager des contenus mathématiques généraux s'inscrivant dans un ensemble cohérent de connaissances ils deviennent alors disponibles pour toute une famille de situations. Précisons cette notion de disponibilité. Elle n'est pas instantanée : elle ne dispense pas de s'approprier les connaissances du domaine professionnel rencontré, mais elle favorise grandement cette appropriation.

---

(1) Je suis très étonné de la façon dont est abordé PISA : « *Je ne parlerai pas ici des objectifs “ cachés ” de PISA. D'autres, plus habitués que moi à déceler le dessous des choses, l'ont fait avant moi*. » Il me semble faire partie du rôle de l'APMEP de s'interroger sur les objectifs de PISA. Ils n'ont rien de caché. Rappelons que PISA émane de l'OCDE qui est un organisme de coopération économique. La vision de la citoyenneté de l'OCDE en découle. Sa volonté de mettre en concurrence les systèmes scolaires est dans la droite ligne de la mise en concurrence des systèmes économiques.

Un peu plus loin on trouve : « *Bien entendu, elles se construisent sur une certaine maitrise de ces outils mathématiques, ce qui laisserait supposer qu'il fautcommencer par leur enseignement. Pourtant, il est évident que ces outils ne prennent du sens qu'au travers des situations du monde qui les feront vivre. Sans elles, ils restent à proprement parler insensés* » Je ne partage pas du tout cette vision. Bien entendu, une part des mathématiques prend sa source dans des questions liées aux autres sciences ou à des problèmes concrets, mais une autre part est liée à des questions internes aux mathématiques. Ces questions internes et les outils qu'elles amènent à employer n'ont rien d'insensé. Il est inexact d'affirmer que, lorsque l'élève est confronté à un problème (mathématique), le fait qu'il y trouve du sens équivaut au fait que ce problème soit « concret », tandis que le fait de ne pas en percevoir le sens équivaut au fait que ce problème soit abstrait. D'une certaine manière, la citation tend à affirmer que tout ce qui est abstrait est dépourvu de sens, ce qui est tout de même étonnant ici.

En fait, pour rendre l'apprentissage de notre discipline aussi aisé que possible, la familiarité avec les objets étudiés est déterminante. Des problèmes très concrets mais très éloignés du quotidien de l'élève peuvent lui paraitre tout à fait insensés. Inversement, la fréquentation régulière d'objets abstraits les fait percevoir comme très concrets (je pense par exemple aux nombres entiers). Un peu plus loin le président de l'APMEP évoque : « *des connaissances largement inutiles pour la grande majorité de nos élèves, car de fait inutilisables* ». Il donne un exemple de compétence qu'il faudrait, selon lui, développer dans le cadre des mathématiques du citoyen : « *Je me suis laissé dire que pas mal d'étudiants en mathématiques auraient des difficultés, sans aucun document, à calculer le montant d'une mensualité (constante) dans un prêt sur n années d'un montant de C euros à un taux annuel de r... Et pourtant, dans notre société, qui ne fait pas de prêt ? J'espère que cette anecdote est fausse!...* ». Voilà un bel exemple de mathématiques utiles : tout le monde est amené à demander des prêts dans sa vie, il est donc souhaitable que tout étudiant en mathématiques soit capable de calculer sans document le montant d'une mensualité… Vraiment ? Faisons un pas de côté pour réfléchir au problème réel. Imaginons que l'un de nos proches veuille contracter un emprunt pour acheter un logement. Quel conseil lui donner prioritairement ? Prendre une feuille de papier et chercher à trouver la formule d'amortissement d'un prêt ? Dans la vie réelle je lui conseillerais plutôt d'aller voir plusieurs organismes prêteurs et de poser la question très concrète : je souhaite emprunter ; dites-moi quels seront les frais de dossier, les montants des mensualités de remboursement sur 10, 15, 20 ans et les souplesses possibles dans les remboursements, prolongation ou anticipation. Sans oublier, en fonction de ses revenus s'il a droit à des prêts aidés. Muni de ces renseignements il choisirait la meilleure offre. Dans la vraie vie, la compétence à calculer une mensualité n'est pas déterminante pour contracter un emprunt. D'ailleurs, telle que la question est formulée : «… *sans aucun document, à calculer le montant d'une mensualité (constante) dans un prêt sur n années d'un montant de C euros à un taux annuel de r* » il faudrait être sur une ile déserte pour qu'elle se pose en ces termes (et on a rarement l'occasion d'y chercher un emprunt…) ou … dans une salle de classe.

Dans la vie réelle, on a accès aux documents, on peut s'informer et se faire aider.

On peut d'ailleurs s'interroger sur la possibilité de travailler une compétence qui serait : produire une formule. En effet, prenons trois exemples : une formule d'amortissement d'un prêt, une formule issue des sciences physiques et une formule de calcul des impôts sur le revenu. Produire la première nécessite de connaitre la signification d'un certain nombre de termes et de leur traduction algébrique, sans oublier des éléments relevant plus de conventions que de nécessité absolue et que l'on ne peut donc pas deviner : par exemple comment passe-t-on du taux annuel au taux utilisé mensuellement ? La production de la deuxième va nécessiter une démarche expérimentale : la formule modélisant les résultats de l'expérience. Enfin la formule de calcul de l'impôt sur le revenu traduit des choix politiques. Les modes de production sont radicalement différents. On ne peut donc pas parler de compétence à produire une formule au sens où l'on pourrait développer des mécanismes mentaux transférables d'une situation connue à une situation nouvelle. L'approche par compétence en centrant le regard sur la capacité à utiliser les connaissances a une certaine pertinence. Mais il convient de s'interroger quand une compétence est formulée en termes tellement généraux que l'on peut douter de l'existence de procédures communes à toutes les situations qu'elle recouvre ce qui rend vain toute tentative d'évaluer son acquisition. Ce qui est commun à ces trois formules ce n'est pas leur mode de production, mais leur forme algébrique. Connaitre les règles d'écritures algébriques est nécessaire pour décrypter leur signification. Savoir faire « parler » une forme algébrique à partir de questions simples (par exemple : si j'augmente le numérateur d'une fraction dans une formule qu'advient-il du résultat ? et si c'est le dénominateur ? dans une autre formule, cette variable intervient par son carré -pensons aux distances de freinage- ; quelle information cela me donne-t-il ?) puis de plus en plus complexes au fil des années est une compétence qui, une fois travaillée dans quelques contextes, est transférable et donne accès au sens de très nombreuses formules qui traduisent des situations abstraites ou concrètes.

Comme vous l'avez compris, il m'est indifférent que l'anecdote rapportée plus haut soit juste ou fausse. Par contre je trouve essentiel que tout citoyen confronté à une formule ne se trouve pas systématiquement devant une boite noire à laquelle il soit incapable de donner une signification. Avoir produit soi-même quelques formules participe à cette formation, savoir interpréter une formule donnée également.

Dans un autre passage, une citation tirée de PISA : « *La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans un éventail de contextes* » est commentée en ces termes : « *Le premier des trois verbes que l'on trouve au début de la phrase citée plus haut est “ formuler ”. S'il renvoie à la notion de “ formule ”, ce n'est pas sur le plan mathématique qu'il faut l'entendre. L'appréhension d'une situation du monde se présente d'abord sous la forme de mots. Elle nécessite une certaine maitrise du langage, sans doute beaucoup plus fine que celle exigée par la manipulation de formules pour le coup mathématiques. C'est ce qui est sans doute révélé dans la corrélation entre l'échec* *en maths dans les évaluations PISA et CEDRE et l'origine socioculturelle des élèves, corrélation qui ne semblait pas évidente jusque-là* ». Après lecture de ces dernières phrases, j'ai le sentiment d'une grand risque de confusion. Si PISA révèle une corrélation entre l'échec en mathématiques et l'origine socioculturelle « *qui ne semblait pas évidente jusque-là* », c'est peut être tout simplement que les items proposés dans PISA sont différents de ceux utilisés jusque là. Par exemple -je propose la suite comme une hypothèse- l'utilisation, pour mimer le réel, de plus de texte que dans d'autres évaluations formulées en termes plus mathématiques, est largement suffisante pour faire apparaitre des différences qui n'apparaissaient pas jusque là.

Appréhender le monde des tests PISA nécessite une maitrise du langage, mais le monde de PISA n'est pas le monde réel qui lui n'est pas formé de mots. Je considère l'apprentissage du français comme une priorité. Mais pour autant, les apports spécifiques des sciences et en particulier des mathématiques ne doivent pas être négligés et encore moins sacrifiés sur l'autel de la réussite à des tests. L'apport des mathématiques dans la compréhension du monde réel et des sciences qui le décrivent justifie l'apprentissage des mathématiques.