

## L'épreuve de Mathématiques du DNB(\*)

### Frédérique Fournier et Bruno Alaplantive

Il ne pourrait être question d'un dossier « collège » sans évoquer le DNB et plus particulièrement l'épreuve écrite de Mathématiques.

Cette dernière ainsi que les deux autres épreuves écrites terminales (en Français, et en Histoire-Géographie-Éducation-Civique) ont, en effet, été redéfinies par la note de service n° 2012-029 du 24 février 2012 (BOEN n° 13 du 29-3-2012) dont voici l'extrait concernant notre discipline :

#### *2. Épreuve de mathématiques*

*Durée de l'épreuve : 2 heures*

*Le sujet est constitué de six à dix exercices indépendants. Les exercices correspondent aux exigences du socle commun pour la série professionnelle et portent sur différentes parties du programme de troisième pour la série générale. L'ensemble du sujet doit préserver un équilibre entre les quatre premiers items de la compétence 3 du socle commun de connaissances et de compétences – Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique – appliqués à l'activité de résolution d'un problème mathématique :*

- rechercher, extraire et organiser l'information utile ;*
- mesurer, calculer, appliquer des consignes ;*
- modéliser, conjecturer, raisonner et démontrer ;*
- argumenter et présenter les résultats à l'aide d'un langage adapté.*

*L'essentiel de l'épreuve évalue ces capacités.*

*Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat.*

*Notation de l'épreuve*

*L'épreuve est notée sur 40 points.*

*Chaque exercice est noté entre 3 et 8 points, le total étant de 36 points. La note attribuée à chaque exercice est indiquée dans le sujet. Par ailleurs, 4 points sont réservés à la maîtrise de la langue.*

La session 2013 a donc vu poindre une épreuve de Mathématiques d'un type nouveau.

Il ne s'agit pas ici de présenter une étude exhaustive de tous les sujets, ni de porter un jugement quel qu'il soit sur la maquette, l'épreuve est trop récente, mais de donner à travers quelques exercices choisis, un aperçu de la philosophie de cette épreuve, et donc des attendus concernant les élèves tant au niveau de leurs acquis que de leurs compétences. Et peut-être, parce que la tentation est grande, terminer par notre ressenti sur les sujets rencontrés au gré de notre étude.

(\*) DNB : Diplôme National du Brevet des Collèges.

Première évolution : nous sommes passés d'une épreuve bien classique à trois parties, chacune bien estampillée (partie numérique, partie géométrique, problème) à une épreuve constituée de plusieurs exercices (de six à dix exercices conformément au texte) sur des domaines différents, certains exercices, comme l'exemple suivant comportant eux-mêmes des questions sur des domaines différents.

1 : Asie juin 2014 Exercice 6

**Exercice 6****6 points**

Une association décide d'organiser une tombola pour financer entièrement une sortie pour ses adhérents d'un montant de 2 660 €.

Le 1<sup>er</sup> ticket tiré au sort fera remporter le gros lot d'une valeur de 300 €,

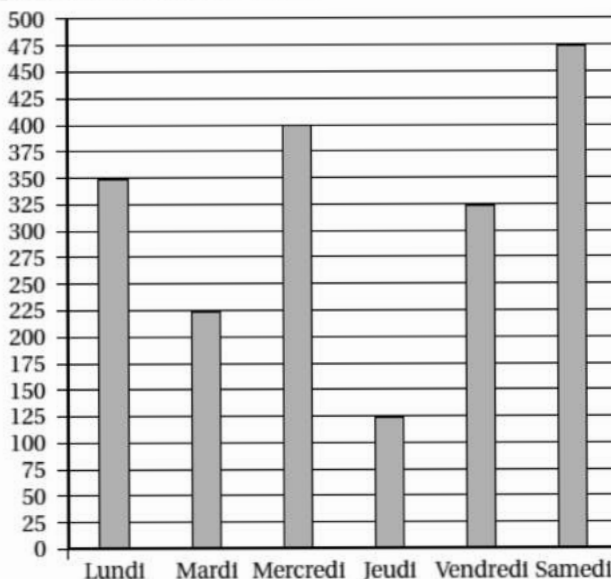
Les 10 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 25 € chacun.

Les 20 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 5 € chacun.

L'association finance entièrement les lots.

Chaque ticket de tombola est vendu 2 € et les tickets sont vendus durant 6 jours.

On a représenté ci-dessous le diagramme des ventes des tickets durant ces 6 jours.



1. L'association pourra-t-elle financer entièrement cette sortie ?
2. Pour le même nombre de tickets vendus, proposer un prix de ticket de tombola permettant de financer un voyage d'une valeur de 10 000 € ? Quel serait le prix minimal ?
3. Le gros lot a été déjà tiré. Quelle est la probabilité de tirer un autre ticket gagnant ? (donner le résultat sous la forme fractionnaire)

Désormais, l'élève n'est donc plus automatiquement positionné sur un domaine clairement annoncé, mais il doit « reconnaître » à travers un énoncé les notions mises en jeu.

Une autre évolution concerne les énoncés : ils sont devenus plus longs, s'appuyant parfois sur des informations données sous forme de « document » et demandant à l'élève d'aller repérer, identifier, traiter les informations, raisonner en s'appuyant sur ses acquis et pour finir rédiger une réponse construite.

L'exemple choisi est extrait d'un sujet de 2013. Nous n'avons pas trouvé son pendant en 2014, mais les remarques qui suivront peuvent se référer à d'autres exercices portant sur un autre thème.

Exemple 2 : Polynésie ex 7 juin 2013

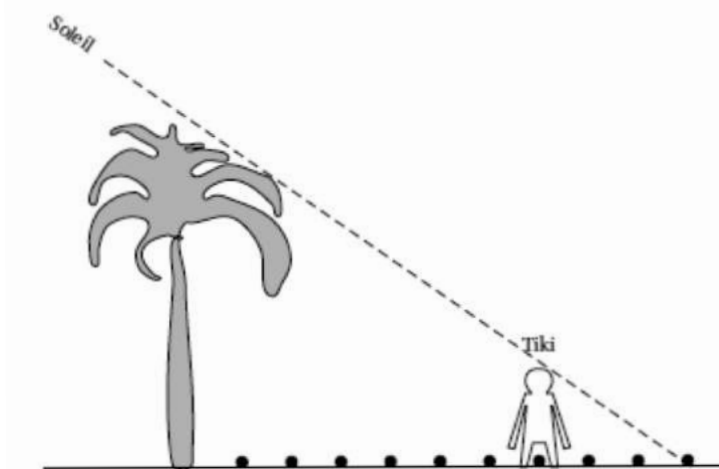
Exercice 7

5 points

**Document 1 :** Extrait de la liste alphabétique des élèves de la 3<sup>e</sup> 4 et d'informations relevées en E. P. S. pour préparer des épreuves d'athlétisme.

Prénoms	Date de naissance	Année	Taille en m	Nombre de pas réalisés sur 100 m
Lahaina	26-oct.	1997	1,81	110
Manuarii	20-mai	1997	1,62	123
Maro-Tea	5-nov.	1998	1,56	128
Mehiti	5-juin	1997	1,60	125
Moana	10-déc.	1997	1,80	111
Rahina	14-mai	1997	1,53	130

**Document 2 :** Dans le croquis ci-dessous, le tiki représente Moana, élève de 3<sup>e</sup> 4.



Moana a d'abord posé sur le sol, à **partir du cocotier**, des noix de coco régulièrement espacées à chacun de ses pas, puis il s'est ensuite placé exactement comme indiqué sur le croquis, au niveau de la 7<sup>e</sup> noix de coco.

À l'aide d'informations qui proviennent des documents précédents, calcule la hauteur du cocotier en expliquant clairement ta démarche.

*Dans cet exercice, tout essai, toute idée exposée et toute démarche, même non aboutis ou mal formulés seront pris en compte pour l'évaluation.*

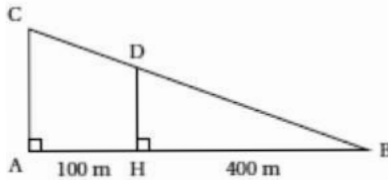
Nous reconnaissons ici la configuration de Thalès vue en 4<sup>ème</sup>, donc relativement

maîtrisée par un élève moyen de 3ème mais en comparaison avec le bon vieil exercice suivant ...

Exemple 3 : Nouvelle Calédonie mars 2011

**Exercice 2**

Un cycliste se trouve sur un chemin (CB). On donne  $AH = 100$  m,  $HB = 400$  m et  $\widehat{ABC} = 10^\circ$ .



1. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BCA}$ .
2. Calculer le dénivelé AC arrondi au mètre.
3. Calculer la longueur BC arrondie au mètre.
4. Le cycliste est arrêté au point D sur le chemin.  
Calculer la distance DB arrondie au mètre qu'il lui reste à parcourir.

... il est clair que la tâche laissée au soin de l'élève n'est plus vraiment la même.

La tâche est d'autant complexifiée dans l'exercice de 2013 qu'une surcharge d'informations a pu rendre le travail des élèves plus ardu que nécessaire : combien d'entre eux se sont lancés dans le calcul des distances au sol, là où la proportion 3/10, donnée par la position du personnage, est suffisante ? Combien d'élèves sont assez aguerris pour savoir (pouvoir, oser ?) faire abstraction de cette donnée ?

Que dire de ces surcharges d'informations ou de ces énoncés trop longs ? On peut craindre qu'à trop les systématiser, les élèves finissent par ne plus les lire ... et passer directement aux questions, comme cela est possible dans l'exemple suivant :

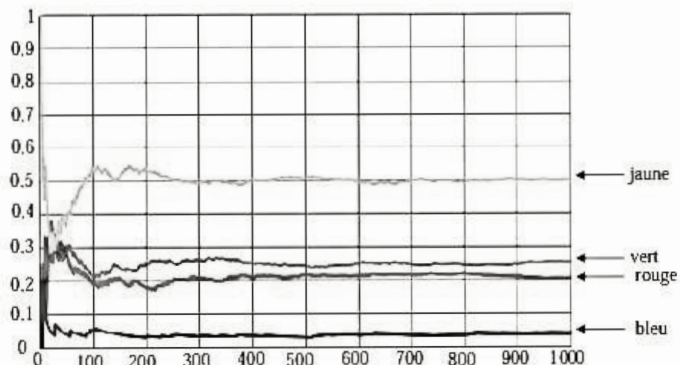
Exercice 4 Métropole juin 2014

**EXERCICE 4 (modifié)**

**3 points**

Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

1. Le professeur, qui connaît la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs après 1 000 tirages.



- a) Quelle couleur est la plus présente dans le sac ? Aucune justification n'est attendue.
- b) Le professeur a construit la feuille de calcul ci-dessous :  
Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?
2. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de  $\frac{1}{5}$ .  
Combien y a-t-il de jetons rouges dans ce sac ?

	A	B	C
1	Nombre de tirages	Nombre de fois où un jeton rouge est apparu	Fréquence d'apparition du rouge
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166666667
8	7	1	0,142857143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111111111
11	10	1	0,1

Pour revenir sur les compétences à mettre en œuvre voici un autre extrait :

Exemple 5 : Métropole juin 2013<sup>(1)</sup> exercice 3

### EXERCICE 3

6 points

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise :

<p>Salaires des femmes :</p> <p>1 200 € ; 1 230 € ; 1 250 € ; 1 310 € ; 1 376 € ; 1 400 € ; 1 440 € ; 1 500 € ; 1 700 € ; 2 100 €</p>
---

<p>Salaires des hommes :</p> <p>Effectif total : 20 Moyenne : 1 769 € Étendue : 2 400 € Médiane : 2 000 €</p> <p>Les salaires des hommes sont tous différents.</p>
--

1. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.
2. On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 €. Quel salaire est le plus élevé ?
4. Dans cette entreprise combien de personnes gagnent plus de 2 000 € ?

(1) Peu d'exercices sur les statistiques en 2014, mis à part l'exercice 6 de Pondichéry d'avril 2014, dont le questionnaire était plutôt classique.

Un dernier aspect, concerne les TICE, en particulier le « tableur » : les sujets de brevet s'en sont largement emparés, et celui-ci peut y être décliné comme « outil à donner un résultat », écrire une formule par exemple, ou comme « donnée à extraire et à exploiter », ce qui sous-tend la connaissance du fonctionnement d'un tableur.

Exemple 6 : Polynésie juin 2014 exercice 3

**Exercice 3**

**6 points**

La copie d'écran ci-dessous montre le travail effectué par Léa pour étudier trois fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  telles que :

- $f(x) = x^2 + 3x - 7$
- $g(x) = 4x + 5$
- $h$  est une fonction affine dont Léa a oublié d'écrire l'expression dans la cellule A4.

	A	B	C	D	E	F
1	$x$	-2	0	2	4	6
2	$f(x) = x^2 + 3x - 7$	-9	-7	3	21	47
3	$g(x) = 4x + 5$	-3	5	13	21	29
4	$h(x)$	9	5	1	-3	-7

1. Donner un nombre qui a pour image  $-7$  par la fonction  $f$ .
2. Vérifier à l'aide d'un calcul détaillé que  $f(6) = 47$ .
3. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation :  $x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$ .  
Quelle est cette solution ?
4. À l'aide du tableau, retrouver l'expression algébrique  $h(x)$  de la fonction affine  $h$ .

Il faut noter que les cases B, 2 et la cellule B2 étaient encadrées en gras sur le sujet original, indiquant ainsi que la formule était celle de la cellule B2.

On retrouve dans cette épreuve également des questionnements sous forme de QCM ou, plus fréquemment, des « d'affirmations » (style Vrai-Faux) pour lesquelles il est demandé à l'élève de se positionner tout en justifiant et argumentant ses choix.

Exemple 7 Asie juin 2014

**Exercice 4**

**6 points**

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse.

**Justifier vos réponses.**

**Cas 1 :** À l'entrée d'un cinéma, on peut lire les tarifs ci-dessous pour une place de cinéma.

Tarif d'une place de cinéma :	
Plein tarif :	9,50 €
Enfants (-12 ans) :	5,20 €
Étudiants :	6,65 €
Séniors :	7,40 €

**Affirmation 1 :** Les étudiants bénéficient d'une réduction de 30 % sur le plein tarif.

**Cas 2 :**  $a$  et  $b$  désignent des entiers positifs avec  $a > b$

**Affirmation 2 :**  $\text{PGCD}(a; b) = a - b$ .

**Cas 3 :**  $A$  est égale au produit de la somme de  $x$  et de 5 par la différence entre  $2x$  et

1.  $x$  désigne un nombre relatif.

**Affirmation 3 :**  $A = 2x^2 + 9x - 5$ .

Pour finir, il reste à évoquer les exercices dits à *prise d'initiative*.

D'après le texte du BOEN, *Dans les sujets de brevet, un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat.*

Forts de ceci, les concepteurs de sujets ont été nombreux à proposer plusieurs tâches non guidées, soit à l'occasion d'une « simple » question dans un exercice, soit en donnant l'équivalent d'un exercice à tâche(s) complexes.

Il est permis de penser qu'un sujet non battu et rebattu, qui fait réfléchir l'enseignant ne serait-ce que les quelques secondes pour se dire « oui, il faut faire ceci », laissera plus d'un élève très perplexe. La différence entre l'exercice à tâche non guidée et l'activité complexe que l'on peut faire en classe est ténue.

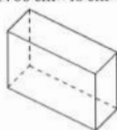
Pour illustration, l'exercice 7 du sujet de Métropole 2014.

### Exercice 7

7 points

Un agriculteur produit des bottes de pailles parallélépipédiques.

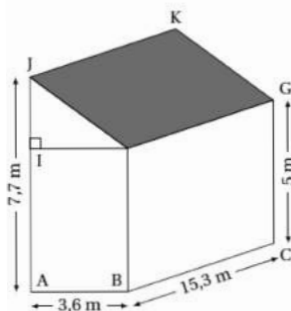
**Information 1** Dimensions des bottes de paille :  $90 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} \times 35 \text{ cm}$ .



**Information 2** Le prix de la paille est de 40 € par tonne.

**Information 3**  $1 \text{ m}^3$  de paille a une masse de 90 Kg.

- Justifier que le prix d'une botte de paille est 0,51€ (arrondi au centime).
- Marc veut refaire l'isolation de la toiture d'un bâtiment avec des bottes de pailles parallélépipédiques. Le bâtiment est un prisme droit dont les dimensions sont données sur le schéma ci-dessous. Il disposera les bottes de paille sur la surface correspondant à la zone grisée, pour créer une isolation de 35 cm d'épaisseur. Pour calculer le nombre de bottes de pailles qu'il doit commander, il considère que les bottes sont disposées les unes contre les autres. Il ne tient pas compte de l'épaisseur des planches entre lesquelles il insère les bottes.



- Combien de bottes devra-t-il commander ?
- Quel est le coût de la paille nécessaire pour isoler le toit ?

Donné en classe, cet exercice ferait la part belle à l'investigation et aux échanges entre pairs : sa conceptualisation est loin d'être évidente, nécessite du temps et les démarches possibles sont multiples<sup>(2)</sup>. Mais, positionné en fin d'épreuve, après six autres exercices non triviaux portant sur des thèmes différents, n'est-ce point trop<sup>(3)</sup> ? Une analyse des copies serait intéressante : à la fois sur le contenu des réponses, et sur la présence ou non de réponses, en particulier sur ce dernier exercice.

En conclusion, si nous savons bien que l'examen formate le contenu de l'enseignement au cours de l'année, il nous semble tout de même que, dans l'euphorie de cette nouvelle maquette, les sujets soient passés de « trop de tâches techniques » (dans les années 2008/2009) à des sujets « pas de tâches techniques du tout » (2013-2014). Notre sentiment est que cela donne des sujets intéressants, ambitieux, mais pour lesquels les élèves ne peuvent pas vraiment se mettre en confiance en se raccrochant à des basiques ; sujets qui, en fin de compte, sont certainement trop difficiles pour une première mise en examen des élèves.

---

(2) Quid de celui qui calcule l'aire du toit et la divise par l'aire de la face de la botte posée sur le toit ? ou de celui qui calcule le « volume » d'un toit d'épaisseur 35 cm et le divise ensuite par le volume d'une botte ?

(3) On a pu lire dans une copie « Je laisse tomber, je n'y arrive pas. Et au prix de la tonne par rapport à celui d'une maison, je ne vois pas pourquoi s'ennuyer, il n'a qu'à commander 1 tonne et il verra bien s'il en a assez ou pas. »