Deux ateliers de recherche en GS de maternelle

Monique Dumas (*)

Enseignante en maternelle depuis 18 ans et plus spécifiquement d'une classe de MS/GS depuis 11 ans, je m'intéresse à la capacité de mes élèves à résoudre différents types de problèmes, notamment des problèmes portant sur les quantités ou des jeux mathématiques. L'objectif de ma contribution n'est pas de traiter de manière théorique de la manière dont des élèves de maternelle sont capables de chercher, mais simplement de partager un travail que j'ai réalisé dans ma classe à l'occasion de la semaine des mathématiques, en mai 2014. Ce travail fait suite à l'invitation du Groupe départemental de pilotage des mathématiques de mon département qui a proposé deux problèmes à résoudre à des élèves de maternelle.

Les deux énoncés sont de types bien différents.

Le premier énoncé :

« Ahmed, Tchang et Marie sont amis. Ahmed et Marie ont 7 billes ensemble. Ahmed dit : « j'ai autant de billes que Marie ». Marie dit « j'ai plus de billes qu'Ahmed ». Tchang dit : « Ahmed a plus de billes que Marie ». Qui a raison, qui a tort ? »

Ce problème s'inscrit en totale rupture didactique par rapport aux activités usuellement proposées en classe à l'école, d'une part parce qu'il n'y a pas de solution à au moins deux de ces questions, d'autre part parce qu'il est rare de faire porter un énoncé sur la recherche de la valeur de vérité d'une proposition. Indépendamment de cette remarque, cet énoncé m'a semblé pouvoir conduire les élèves à développer des stratégies multiples afin de déterminer lequel des enfants de l'énoncé a raison ou tort. Sa dévolution aux élèves ne semble toutefois pas très simple.

Le deuxième énoncé :

Le musée des trains expose tous les trains qui ont une locomotive noire, un wagon bleu, un wagon vert, un wagon rouge. Karima pense qu'il y a 7 trains différents dans le musée. A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.

Il est dans sa forme beaucoup plus classique puisqu'il s'agit d'un dénombrement et s'inscrit en totale continuité avec le contrat didactique de la classe : tout énoncé de problème admet une solution (et bien souvent une seule). Sa dévolution aux élèves semble beaucoup plus simple que pour le premier exercice.

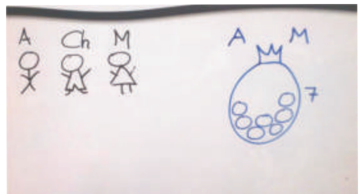
Dans ce témoignage de vie de classe, je tenterai de répondre aux questions suivantes : comment m'y suis-je prise pour permettre aux élèves de s'approprier les énoncés ?

(*) monique.dumas@ac-strasbourg.fr

Quelles ont été les productions des élèves ? Quelle analyse puis-je en faire pour améliorer ma pratique ?
Je le ferai problème par problème, avec en annexe quelques photos illustrant l'analyse proposée.

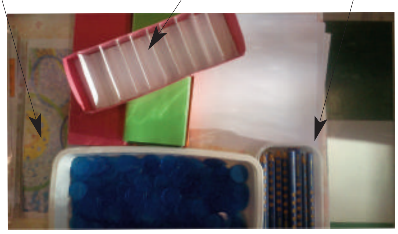
Cas du premier énoncé

Dévolution du problème aux élèves



Afin que les élèves s'approprient l'énoncé, j'ai partagé la classe en deux demi-groupes (11 élèves). À chacun des groupes, j'ai exposé la situation en représentant au tableau les trois enfants et un sac contenant sept billes, comme le montre l'image ci-contre.
Afin que les élèves puissent résoudre le problème posé par manipulations (passage essentiel à cet âge), j'ai mis à leur disposition le matériel suivant, tout en ayant conscience que le choix du matériel pouvait, comme la présentation que j'ai faite de l'exercice, orienter les démarches des élèves. Mais il me semblait difficile d'éviter ce biais.

Matériel mis à disposition des élèves : boite à compter (c'est une boite avec dix compartiments et un fourreau coulissant permettant de cacher tout ou partie des compartiments), réserve de jetons, feuilles de papier, crayons.



Démarches mises en œuvre par les élèves et analyse

J'ai noté plusieurs démarches :

- Un élève dessine le sac de billes, Marie et Ahmed et utilise les jetons pour répartir les billes.
  Cette stratégie semble directement inspirée de ma présentation au tableau.
- D'autres élèves répartissent les jetons de manière aléatoire puis verbalisent la distribution et enfin, annoncent le résultat « C'est Marie qui a raison » ou « C'est Tchang qui a raison » ;
  Il s'agit d'un premier niveau de résolution (que j'appellerai abstraction 1), car ces élèves passent par une étape où ils distribuent vraiment les jetons.
- Deux élèves avaient placé les sept jetons en deux lignes : l'un a pris appui sur

mon intervention consistant à répéter la situation, pour tracer une ligne de séparation entre les billes des deux enfants ; chez l'autre, mon intervention était en fait inutile puisque, comme il l'a indiqué lors de mon passage, la première de ses lignes était constituée des billes d'un enfant, l'autre ligne représentait les billes de l'autre enfant.

- **C'est toujours un premier niveau de résolution, mais avec une stratégie utilisant une distribution organisée (en ligne), permettant une vision claire de la répartition.**
- Une élève a dessiné sept billes puis les a distribuées en reliant chaque bille à un personnage.
  C'est une proposition réinvestissant une démarche utilisée lors d'une autre situation problème (Y a-t'il assez de parts de gâteaux pour que chaque élève en ait une ?) et qui passe par un niveau d'abstraction 2 (dessin des billes au lieu des jetons).
- Certains élèves n'avaient pas compris l'énoncé, malgré mes dessins au tableau. Ils n'avaient pas compris qu'il n'y avait en tout que sept billes qu'il convenait de répartir. Ils en prenaient plus de sept pour éventuellement en donner sept à chacun des enfants.
  Ce sont des élèves qui n'ont pas jugé utile de prendre des jetons dans leur phase de recherche et sont tout de suite passés au troisième niveau de résolution (abstraction 3) ; lors de mon passage chez eux, je leur ai demandé de prendre les sept jetons en main et par conséquent, ils se sont rendus compte qu'ils ne pouvaient pas en distribuer plus que le nombre « physique ».
- Afin de déterminer l'affectation des billes, un élève a dessiné des grosses billes et des petites billes. Les unes appartiennent à un personnage, les autres à un autre.
  C'est à nouveau une proposition organisée, de niveau d'abstraction 2, mettant en œuvre une nouvelle variable : la taille des billes.
- Un élève a développé une stratégie de partages égaux en déposant successivement une bille chez l'un des personnages, une autre chez l'autre. Voyant qu'il ne lui restait qu'une bille après avoir affecté trois billes par personne, il conclut « Ahmed ne peut pas en avoir autant que Marie » (je me suis appuyée sur cette prise de conscience lors de la phase de structuration).
  C'est une proposition qui amène au cœur du problème, à savoir l'impossibilité pour les deux enfants d'avoir le même nombre de billes et à la question de la commutativité.

En conclusion, pour ce premier problème :

Les élèves ont travaillé de façon individuelle, en utilisant la feuille et les jetons. Ils ont expliqué leurs traces écrites, recommencé si nécessaire, modifié le cas échéant pour répondre aux questions. Chaque élève a donc eu un avis : soit c'est Marie qui avait raison, soit c'est Tchang, selon leur répartition aléatoire. Une seule élève a

procédé à une répartition 7 et 0. Les répartitions les plus fréquentes étaient de type 4 et 3 (recherche d'équité sans doute).
Lors de mes questionnements au cours de la recherche (du type « est-ce que tu pourrais distribuer les billes autrement ? », certains trouvaient d'autres façons, mais en en donnant toujours plus au même enfant. Seuls, deux élèves ont réagi et pris conscience que c'est bizarre parce que une fois c'est Ahmed qui peut en avoir le plus et une autre fois c'est Marie (« ça dépend de comment je les distribue »).
Les élèves ont expliqué leurs démarches lors d'un temps de mutualisation.

L'enseignant a élucidé l'énoncé en collectif, puis en individuel pour ceux qui en avaient besoin, a interrogé un élève sur sa procédure en cours de recherche pour comprendre, a relancé les élèves bloqués le cas échéant.
L'enseignant a favorisé l'explication de leurs stratégies par les élèves. Il a animé le temps de structuration en mettant le focus sur certaines procédures judicieuses, en créant une trace collective à partir des traces individuelles, en faisant prendre conscience de la commutativité (7 = 5 et 2, mais aussi 2 et 5, etc…), et de la notion d'« inéquitable » (on ne peut pas distribuer un nombre impair de façon équitable).

Cas du deuxième énoncé

Ce deuxième énoncé est aussi proposé aux élèves par demi-classe. Une schématisation sommaire a été proposée au tableau, pour visualiser la constitution d'un train, avec une locomotive et trois wagons, mais sans couleurs pour ne pas influencer leurs recherches futures.
Les élèves ont eu des difficultés à le comprendre. Les reformulations étaient difficiles. Le problème lui-même semble difficile ou tout au moins inhabituel. Le choix d'un travail en binôme a donc été fait, binômes constitués d'élèves de niveaux égaux pour permettre l'émergence d'un questionnement chez chacun et pour éviter la prise en main du binôme par l'élève le plus à l'aise. Cette forme de travail avait déjà été pratiquée à quelques reprises dans la classe.
J'ai mis à disposition des élèves le matériel suivant : rectangles de couleur, feuilles de papier, crayons de couleur.

Démarches mises en œuvre par les élèves

- Un binôme a fait le choix de dessiner les trains, mais a très vite préféré les rectangles de couleur comme beaucoup d'autres binômes. Dans ce groupe, les élèves ont commencé par faire un train chacun, sans communiquer entre eux et sans apparemment imaginer qu'il puisse y avoir des trains différents. Ce groupe a trouvé six trains différents.
- Un groupe a collé des rectangles pour figurer les trains. Une septième locomotive a été collée, mais sans wagon, semblant montrer que pour ce binôme il s'agirait d'un train déjà existant.
- Un binôme a été incapable de travailler en collaboration, de déterminer une méthode commune. Chaque élève a donc individuellement tenté de résoudre le problème.

- Un binôme a trouvé les six trains et ajouté des roues aux différentes étiquettes, suggérant ainsi mieux les wagons et la locomotive.
- Un binôme ne connait pas la notion de locomotive. Il a eu besoin d'une aide plus appuyée de la part de l'enseignant car les élèves ne remarquaient pas que certains trains étaient identiques. La notion de trains « différents » semblait leur échapper.
- Un binôme a très explicitement mis en œuvre une méthode systématique pour trouver les six trains. Il a été capable de l'expliciter lors de la phase de mise en commun.
- Trois essais ont été nécessaires à un binôme pour comprendre le problème et travailler en équipe.
- Deux élèves, usuellement très « électrons libres » ont réussi à collaborer sans toutefois échanger verbalement entre eux. Ils n'ont pas trouvé l'ensemble des trains.
- Un élève a mené un binôme, l'engageant dans une recherche fructueuse. Ils ont conclu que Karima avait tort.
- Un binôme a eu beaucoup de mal à comprendre le problème et n'est pas parvenu pas à organiser les trains.
- Un binôme a commencé par des dessins, pour les abandonner au profit des petits rectangles. Il a aussi placé une septième locomotive, restée sans wagon.

En conclusion, pour ce deuxième problème :

La compréhension de l'énoncé n'a pas été facile, car des pré-requis étaient nécessaires, comme la compréhension du mot locomotive et la connaissance de la notion de différent. Je ne m'étais pas assurée avant la recherche que ces pré-requis étaient présents chez mes élèves.
L'explicitation de ces termes n'a peut-être pas été suffisante lors de l'énonciation du problème.
Un autre facteur a pu jouer : celui de l'attention des élèves. Est-ce qu'une explication en demi-groupe de 11 était trop ambitieuse ? Le fait de travailler en binômes a sans doute compliqué la tâche de certains élèves car il fallait tenir compte de l'autre élève du binôme.
Quoi qu'il en soit, chaque binôme a au moins fait deux propositions, car la première ne tenait pas compte de la notion de différent ou de la définition d'une locomotive (en tête de train).
Globalement, les élèves ont développé des stratégies du type essais-erreurs, mis à part quelques binômes qui avaient organisé leur recherche.
L'enseignante est passée à plusieurs reprises auprès de chacun des binômes pour réexpliquer, interroger les élèves sur leur manière de faire.

En conclusion générale

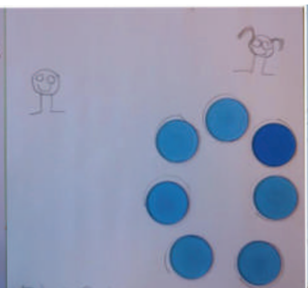
Ces séances m'ont confortée dans l'idée que les élèves sont capables de chercher des problèmes inhabituels pour eux, de développer des stratégies adaptées, tout en

intégrant l'erreur. Ce type de travail développe la confiance en soi de chaque élève et l'encourage à demander de l'aide.
Il me semble donc important d'encourager ce type de recherches en classe et ce, dès le plus jeune âge, tout en laissant sa place à l'erreur qui fait partie intégrante du processus d'apprentissage.
L'enseignant doit aussi changer sa manière de voir et savoir ne pas attendre LA bonne réponse, mais considérer toute démarche comme formatrice pour l'élève, même si elle n'aboutit pas.
Un atelier de recherche est désormais proposé dans la classe chaque semaine, surtout dans le domaine des quantités et des nombres.

Annexe relative au premier problème : quelques exemples de distribution

a)

Distribution donnant plus à Tchang



Distribution donnant tout à Marie

Distribution donnant plus à Marie

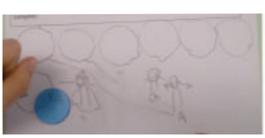
(remarquer les bouches !)

b)

Répartition en deux lignes (l'enseignant apprendra plus tard que chaque ligne correspond à un destinataire.)

Répartition reprise après l'intervention de l'enseignant qui a demandé de séparer les deux affectations par un trait.

c)



Autre stratégie : distribution par l'action de relier (réinvestissement d'une démarche vue dans une autre situation) d)

Distribution de quatorze billes, 7 à chaque enfant. Reprise des explications en situation duelle avec l'enfant, l'explication en demi-groupe n'ayant sûrement pas assez capté son attention, ainsi qu'une demande de manipuler les jetons afin de se rendre compte du nombre maximum à distribuer.

e)

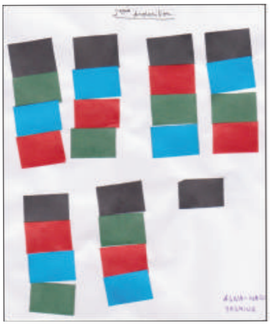
Distribution en utilisant la variable de la taille des billes (non évoqué lors de l'explication : c'est donc une stratégie développée par l'élève pour s'organiser)

f)

Distribution organisée : une bille pour Ahmed, une bille pour Marie, etc…
C'est le seul élève qui a abouti à une conclusion nuancée (si je pose la dernière bille chez Ahmed, c'est Ahmed qui en le plus et donc Tchang a raison, si je la pose chez Marie, c'est Marie qui en a le plus et c'est donc Marie qui a raison). Cet élève a affirmé que Ahmed ne pouvait pas avoir raison parce que avec sept billes, il y en a toujours un qui en aurait le plus.

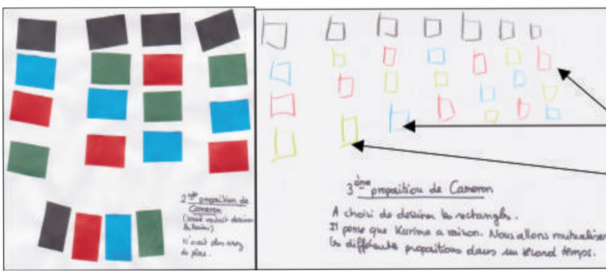
Annexe relative au second problème : quelques exemples de résolution

a)



Présence d'une septième locomotive sans wagons. Ce binôme est allé au bout de l'énigme puisque la question était de savoir si Karima avait raison d'affirmer qu'elle en verrait 7.

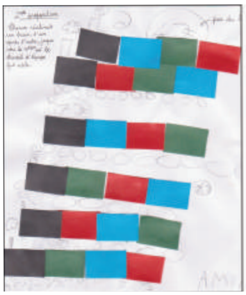
b)



Ce binôme n'a pas pu travailler ensemble.
Le premier élève a tâtonné avec encore des trains identiques dans les deux propositions et un train impossible

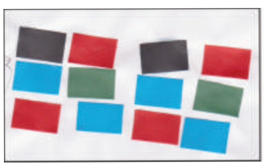
Le second élève n'est pas entré dans la recherche à proprement dit et a du être guidé au moins dans la formation du train (locomotive + wagons), même si celui-ci ne respectait pas le nombre de wagons ni les couleurs.

c)



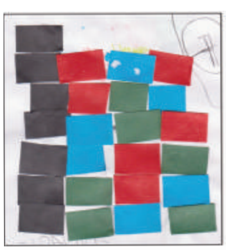
Binôme ayant trouvé 6 trains différents avec le souci de rendre vivant ces trains en ajoutant des roues, de la fumée et un prix de billet.
Cela montre que l'abstraction nécessaire à toute schématisation est encore difficile pour des élèves de maternelle.

d)



Enoncé mal compris, surtout la notion de locomotive et la manière dont elle est représentée (en noir) et de ce que sont des trains <u>différents</u>.

e)

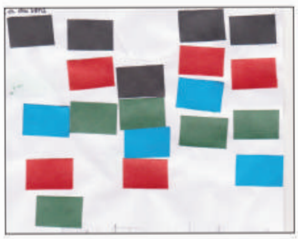


Ce binôme a fait preuve de communication et de méthode. Le temps de mutualisation d'abord puis de structuration a mis en évidence l'intérêt de cette stratégie. On peut remarquer la septième locomotive restée sans wagon puisque tous les trains avaient été composés. On voit ici très nettement la stratégie qui consiste à placer la locomotive, puis une couleur possible pour le premier wagon, les deux couleurs possibles ensuite, puis la dernière couleur, celle qui reste. La conclusion des élèves est erronée (7), leur démarche et leur réalisation est pourtant juste.

f)

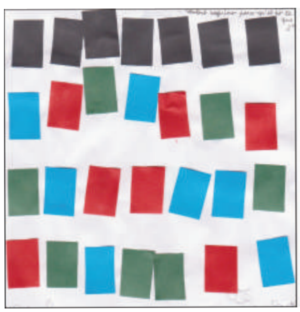
Trois essais nécessaires avec une notion à éclaircir dans les deux premiers : différents, locomotive.
Dans le troisième essai, il y a encore deux trains identiques.

g)



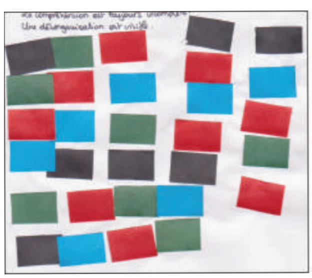
Collaboration par observation et non par communication. Même s'ils ne sont pas allés au bout de la recherche dans le temps imparti, ces deux élèves ont réfléchi « par observation complémentaire ».

h)



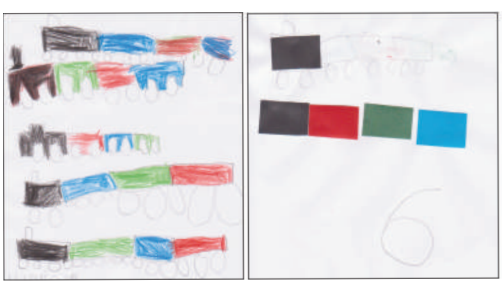
Ce binôme a fait preuve d'organisation et même si deux trains sont identiques, la recherche allait dans le bon sens.

i)



Compréhension difficile, malgré les explications réitérées.
Il aurait sans doute fallu un tutorat plus appuyé pour ce binôme.

j)



Binôme ayant changé de matériel en cours de réflexion (dessiner prend plus de temps que coller les rectangles de couleur). Bonne communication et une conclusion aboutie puisque le septième train ne propose aucune couleur, signe qu'il est impossible d'en constituer un septième. C'est pourquoi ils ont écrit le nombre 6.