Des maths, Georges Perec et *La Vie, Mode d'emploi*

Arnaud Gazagnes(*)

1. Georges Perec et *La Vie, Mode d'emploi*

Il est difficile de résumer en quelques lignes la vie littéraire prolifique et créative de Georges Perec (1936 - 1982)… Il goûte très vite au succès : il obtient à 19 ans le prix Renaudot pour son premier ouvrage, *Les Choses*. Il confesse lors d'un entretien avec J. Bens et A. Ledoux que « les jeux qu'[il] préfère, ceux auxquels [il] joue le plus, ce sont des jeux sur le langage : les plus simples sont les mots croisés, et puis tous les jeux que l'on pratique à l'Oulipo ». En tant que membre de l'Oulipo(1), où il entre en 1967, il est homme de contraintes. C'est l'essence même de son travail. Il n'hésite pas à dire qu'il se « donne des règles pour être totalement libre » et que « la contrainte, c'est la liberté ».

Le roman *La Vie, Mode d'emploi* décrit la situation d'un immeuble, sis 11, rue Simon-Crubellier à Paris, le 23 juin 1975, vers 20 heures. Comme si la façade avait été enlevée, nous sont dépeints tous les décors, tous les gens qui sont dans l'immeuble et leurs occupations. Cet immeuble peut être représenté par un carré 10 × 10 ; chacun de ces 100 endroits va être visité dans le livre (une fois et une fois seulement). Précisons que chaque appartement et l'escalier correspondent à une ou plusieurs des cent cases, ce qui permet de retrouver des personnages plusieurs fois.
De plus, grâce à des retours en arrière et des histoires incorporées, il y a un certain suspense, une véritable intrigue. Le lecteur reconstitue peu à peu cette intrigue, à la façon d'un puzzle… puzzle qui est justement le centre de l'histoire ! Il remarquera ainsi le sous-titre écrit au pluriel « romans », qui dévoile la richesse de ce livre.
Le respect des contraintes a conduit à une œuvre de haute valeur littéraire, reconnue par le prix Médicis en 1978.

Les références mathématiques, à l'intérieur des histoires ou descriptions, sont nombreuses. Ainsi, au chapitre III, calculer le nombre d'adeptes d'une secte revient à sommer les termes d'une suite géométrique ; au chapitre XV, un personnage se passionne pour les factorielles ; au chapitre XXIV, les transferts d'antiquités sont présentés sous forme de deux graphes orientés ; à la fin du chapitre XXXI, il y a une allusion au théorème de Monte-Carlo. Mais plus que des références ponctuelles, Perec a utilisé des résultats mathématiques dans son roman ; les lignes qui suivent proposent de montrer l'intervention de quelques-uns.

(*) arnaud.gazagnes@ac-lyon.fr, Groupes « Jeux et mathématiques » et « Art et mathématiques » de l'APMEP.

(1) Ouvroir de littérature potentielle. Ensemble d'écrivains qui a exploré différentes contraintes, éventuellement de nature mathématique, pour la production de textes littéraires. Parmi ses fondateurs, on trouve, entre autres, Raymond Queneau et les mathématiciens François Le Lionnais et Claude Berge.

2. Mesure

Dans le chapitre LI, Perec décrit chacun des 60 personnages avec une phrase comportant 60 caractères, espaces comprises. Cette contrainte est appelée par les oulipiens « lignes isocèles ». Le résultat se voit immédiatement avec un texte écrit avec une police d'écriture à chasse fixe.

```
Pélage vainqueur d'Alkhamah se faisant couronner à Covadonga
La cantatrice exilée de Russie suivant Schönberg à Amsterdam
Le petit chat sourd aux yeux vairons vivant au dernier étage
Le crétin chef d'îlot faisant préparer des tonneaux de sable
La femme avare écrivant ses moindres dépenses dans un cahier
...
La jeune japonaise tenant à bout de bras la torche olympique
Aetius arrêtant les hordes d'Attila aux Champs Catalauniques
```

Le texte entier est donc un carré de 3 600 caractères. Perec a de plus pris un malin plaisir à ne remplir la diagonale montante qu'avec des lettres « a » ...

3. Table de relation.

Soit la relation ternaire(2) R : « x croit que y aime z », dont on se donne la table ; les propriétés algébriques de cette relation choisie s'interprètent en événements d'un récit.(3)
Dans les chapitres LXXIII et LXXXVIII est utilisée cette relation avec la table suivante, respectivement dans la famille du bourrelier et la famille Altamont.

↗ R	a	b	c
a	*c*	c	c
b	a	c	c
c	c	*b*	b

Le c écrit en italique dans le tableau(4) se lit : « a croit que a aime c », ou encore « a est amoureux de c ». Le b écrit en italique dans le tableau se lit : « c croit que b aime b », ou encore « c pense que b n'aime que lui/elle ».
Perec utilise cette table en désignant par a, b et c respectivement le père, la mère et la fille de la famille Altamont. On apprend ainsi (entre autres), en lisant le roman, que Madame Altamont n'aime pas son mari et aime sa fille, que sa fille aime sa mère, pense que son père ne l'aime pas, que Monsieur Altamont aime sa fille, sait que sa fille ne l'aime pas et que sa femme non plus.

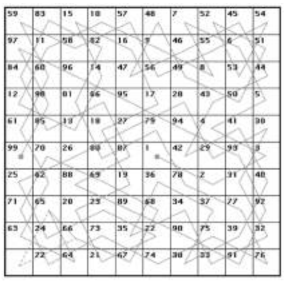
(2) Claude Berge a énoncé ce « théorème » : « La table de multiplication d'un groupe correspond à la situation suivante : personne ne se prend pour ce qu'il est, ni ne prend les autres pour ce qu'ils sont à l'exception de l'élément unité qui se prend pour ce qu'il est et prend les autres pour ce qu'ils sont. » La première relation ternaire oulipienne était donc « x prend y pour z ».
(3) Autre exemple. Cette relation a été utilisée par Jacques Roubaud dans *La princesse Hoppy ou Le conte du Labrador*. Il a exploité la relation « X complote avec Y contre Z » pour les rois et la relation « X fait de la compote avec Y pour Z » pour les reines. Puisque les rois complotent sans elles, « complote » s'écrira « compote » sans *l* pour les reines !
(4) C'est moi qui le met en italique pour expliquer le fonctionnement du tableau.

4. Polygraphie du cavalier

La **polygraphie du cavalier** est un problème(5) reposant sur les déplacements du cavalier du jeu d'échecs : un cavalier posé sur une case quelconque d'un échiquier doit en visiter toutes les cases sans passer deux fois sur la même.

Perec explique (dans *Quatre figures pour « La Vie mode d'emploi »*) comment il a utilisé ce problème : « Il aurait été fastidieux de décrire l'immeuble étage par étage et appartement par appartement. Mais la succession des chapitres ne pouvait pas pour autant être laissée au seul hasard. J'ai donc décidé d'appliquer un principe dérivé d'un vieux problème bien connu des amateurs d'échecs : la polygraphie du cavalier [...] Il fallait trouver une solution pour un échiquier de 10 × 10. J'y suis parvenu par tâtonnements, d'une manière plutôt miraculeuse. La division du livre en six parties provient du même principe : chaque fois que le cheval est passé par les quatre bords du carré, commence une nouvelle partie. On remarquera cependant que le livre n'a pas 100 chapitres, mais 99. La petite fille de la page 295 et de la page 394 en est seule responsable. »(6)

Voici alors comment vont être visitées les différentes pièces de l'immeuble :(7)



5. Sextine, quenine et pseudo-quenine

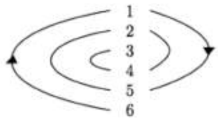
La sextine a été utilisée par le troubadour Arnault Daniel au XII^{e} siècle(8) : elle lui a permis, dans un poème de six strophes de six vers, de reprendre dans chaque strophe les mêmes mots finissant les vers mais en les alternant par le processus formel suivant. Enroulons les six mots finaux de la strophe 1 : ceci est illustré ci-dessous à gauche. En lisant les mots en déroulant la spirale, les derniers mots de la strophe 2 sont, dans l'ordre indiqué ci-dessous à droite.

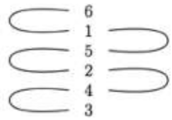
(5) Ce problème est connu depuis fort longtemps : vers 840, le joueur et théoricien d'échecs arabe Al-Adli Ar-Rumi en donne déjà une solution.

(6) Le chapitre LXVI se place non pas dans la cave en bas à gauche mais dans la pièce qui devait suivre dans le parcours. La petite fille est décrite dans la dernière phrase du chapitre LXV : elle tient dans sa main un petit beurre dont un coin est mangé. Jolie variation que l'on fait subir à une contrainte ! (Variation que les oulipiens appelle clinamen.)

(7) Comme une nouvelle partie du roman commence chaque fois que le cavalier a touché au moins une fois chacun des bords du damier, cela explique les différences de longueur entre les différentes parties de l'ouvrage : respectivement 21, 24, 19, 19, 9 et 7 chapitres.

(8) Cette permutation joue un rôle important dans la trilogie des *Hortense*, de l'oulipien Jacques Roubaud. À lire !





Par conséquent, les mots numérotés 1, 2, 3, 4, 5, 6 dans la première strophe se retrouvent, dans la deuxième, dans l'ordre 2, 4, 6, 5, 3, 1. Cette permutation σ s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Elle est d'ordre 6, autrement dit, quand on l'itère, au bout de six fois (mais pas avant), on retrouve les six mots dans l'ordre initial ($\sigma^6 = \mathrm{Id}$ et, pour tout $1 \leq n \leq 5$, on a $\sigma^n \neq \mathrm{Id}$).
Les oulipiens ont généralisé ceci à n strophes de n vers avec $\sigma(p) = 2p$ si $p \leq n/2$ et $2\,(n - p) + 1$ sinon. Cette permutation est appelée n-ine ou quenine d'ordre n, dont le nom rend hommage à Queneau.

Cependant, la quenine d'ordre 10 n'existe pas[9]. En effet, la permutation définie plus haut adaptée à $n = 10$ est en fait le produit de deux cycles d'ordres 6 et 3, l'élément 7 restant fixe[10]. Perec établit une pseudo-quenine d'ordre 10, en prenant dans l'ordre les éléments en position paire puis de même avec ceux en position impaire[11] :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 0 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

6. Carré bilatin orthogonal

Un carré latin d'ordre n est un tableau carré de n lignes et n colonnes remplies de n éléments distincts tel que chacun d'eux apparaisse une fois et une seule dans chaque ligne et chaque colonne. (On l'appelle « latin » parce qu'au XVIII$^{\text{e}}$ siècle, on notait les lignes et les colonnes en lettres majuscules et chiffres « latins ».) En permutant deux lignes ou deux colonnes d'un carré latin, on obtient encore un carré latin.
Aux bijections près sur les n éléments et aux permutations près sur les lignes et les

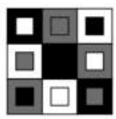
(9) La quenine d'ordre n existe pour n = 1, 2, 3, 5, 6, 9, 11, 14, 18, 23, 26, 29, 30, 33, 35, 39, 41, 50, ... (Ces nombres sont appelés « nombres de Queneau ». Une quenine d'ordre 41 aurait 1 681 vers ; ce nombre est à comparer, en taille, à celui d'Andromaque de Racine, 1 692. Et l'on ne compte plus les recettes de terines (quenine d'ordre 3) !
(10) Le premier est le cycle $1 \to 2 \to 4 \to 8 \to 5 \to 10 \to 1$ et le second $3 \to 6 \to 9 \to 3$.
(11) Elle se définit comme suit : à tout $x \in 1, 2, \ldots, 10$, on associe le reste de son double dans la division par 11. En raisonnant dans $(\mathbb{Z}/11\mathbb{Z})^*$, cela se transcrit par $\varphi : x \to 2\,x$. Donc, pour tout m, φ^m est l'application $x \to 2x^m$. L'ordre de φ est donc celui de 2, c'est-à-dire le plus petit entier strictement positif m tel que $2^m \equiv 1 \bmod 11$. Cet ordre divise 10 (car $2^{10} = 1024$ et $1024 \equiv 1\ [11]$). Comme 2^2 et 2^5 ne sont pas congrus à 1 modulo 11, 2 est d'ordre 10 dans $(\mathbb{Z}/11\mathbb{Z})^*$ et φ est bien d'ordre 10.

colonnes, il n'existe qu'un seul carré latin d'ordre 3. En désignant les trois éléments 0, 1 et 2, voici, à gauche ci-dessous, ce carré, qui de plus correspond au groupe cyclique ($\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$;+) et sa traduction colorée, à droite.

0	1	2
1	2	0
2	0	1

Un carré bilatin (ou gréco latin[12]) orthogonal d'ordre n est un tableau carré dont chaque case contient deux éléments (un chiffre et une lettre, par exemple) soumis à deux règles :[13]
– il est latin : chaque élément est présent une et une seule fois dans chaque ligne et chaque colonne et ceci pour chacun des deux types d'éléments ;
– il est orthogonal : les deux éléments sont orthogonaux, au sens où un chiffre donné n'arrive avec une lettre donnée qu'une seule fois.
Voici, à gauche ci-dessous, un carré bilatin orthogonal d'ordre 3 et sa traduction colorée, à droite.[14]

A0	B1	C2
B2	C0	A1
C1	A2	B0



Interlude. Petit exercice... Construire les deux carrés latins d'ordre 4 qui, de plus, n'admettent pas deux éléments identiques sur les diagonales. On notera leur première ligne ABCD. Remplacer ensuite A, B, C et D respectivement d'une part par As, Roi, Dame et Valet d'autre part par ♣, •, ♥ et ♠. Ainsi le carré bilatin orthogonal donnera la solution d'un défi avec des cartes bien connu[15] !

Voilà ce qu'explique Georges Perec dans *Quatre figures pour « La Vie, Mode d'emploi »*. « Le plus simple, pour faire comprendre ce qu'est un bi-carré latin orthogonal d'ordre 10 et quelles peuvent en être les applications romanesques, est de partir d'un bi-carré latin orthogonal d'ordre 3. Supposons donc une histoire en trois chapitres dans laquelle s'agitent trois personnages respectivement nommés Dupont, Durand et Schustenberger. Dotons ces trois individus de deux séries d'attributs : d'une part, des coiffures, soit un képi (K), un melon (M) et un béret (B) ; d'autres part, des choses (?) que l'on peut tenir à la main : un chien (C), une valise (V) et un

(12) L'un utilise des lettres latines et l'autre, des lettres grecques afin de distinguer les couples obtenus.
(13) Il a été montré qu'un tel carré existe si, et seulement si, n est différent de 2 et de 6.
(14) L'origine de ce carré revient à L. Euler qui se demandait (en 1782) s'il était possible de placer 36 officiers de 6 grades différents dans 6 régiments disposés en 6 lignes et 6 colonnes. Il conjecture qu'un tel carré ne peut pas être construit si n s'écrit sous la forme $4p + 2$. En 1960, Bose, Parker et Shrikhande ont montré la possibilité de construire un tel carré pour tout entier n différent de 2 et de 6. En particulier, le problème des 36 officiers n'a pas de solution.
(15) Disposer les 4 as, les 4 rois, les 4 dames et les 4 valets d'un jeu de carré sous forme d'un tableau à 4 lignes et 4 colonnes de telle sorte qu'il y a dans chaque ligne, dans chaque colonne et chaque diagonale 4 figures différentes et 4 familles différentes.

bouquet de roses (R). Le problème est alors de raconter une histoire dans laquelle les trois personnages auront tour à tour ces six éléments mais n'auront jamais les deux mêmes. La formule suivante

	Dupont	Durand	Schustenberger
1	KV	BR	MC
2	BC	MV	KR
3	MR	KC	BV

qui n'est rien d'autre qu'un bi-carré latin orthogonal d'ordre 3 (trivial) donne la solution du problème : dans le premier chapitre Dupont aura un képi et une valise, Durand un béret et des roses, Schustenberger un melon et un chien ; dans le second, Dupont aura un béret et un chien, Durand un melon et une valise, Schustenberger un képi et un bouquet de roses ; dans le troisième, Dupont portera un melon et des roses, Durand en képi promènera son chien et Schustenberger en béret coltinera une valise. Il ne restera plus dès lors qu'à inventer les histoires justifiant ces successives transformations. »[16]

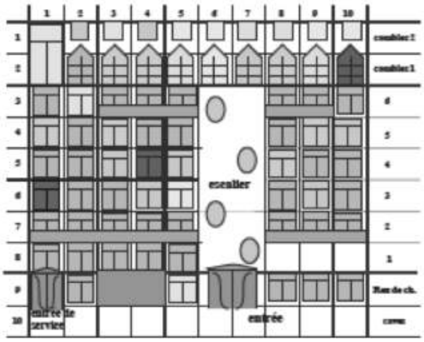
Pour cela, Perec va procéder en deux étapes.
Il se donne d'abord une sorte de répertoire structuré à partir de 21 paires de listes de 10 éléments (et non pas de 2 paires de listes de 3 éléments, comme plus haut), détaillées dans le Cahier des charges, que l'on peut retrouver sur http://escarbille.free.fr/vme/. Ces listes sont affectées à différentes catégories aussi diverses que le nombre et la position des personnages, le style des meubles, les citations littéraires ou les allusions picturales[17]. Perec doit faire apparaître dans chaque chapitre[18] les 42 éléments ainsi obtenus.
Ensuite, il utilise un algorithme pour distribuer ces éléments de manière non fortuite. C'est le carré bi-latin orthogonal d'ordre 10 suivant (que lui a fourni Claude Berge) qui lui permet de répartir son répertoire dans les différentes pièces.

1_1	7_8	6_9	5_0	0_2	9_4	8_6	2_3	3_5	4_7
8_7	2_2	1_8	7_9	6_0	0_3	9_5	3_4	4_6	5_1
9_6	8_1	3_3	2_8	1_9	7_0	0_4	3_5	5_7	6_2
0_5	9_7	8_2	4_4	5_8	2_9	1_0	5_6	6_1	7_3
2_0	0_6	9_1	8_3	5_5	4_8	3_9	6_7	7_2	1_4
4_9	3_0	0_7	9_2	8_4	6_6	5_8	7_1	1_3	2_5
6_8	5_9	4_0	0_1	9_3	8_5	7_7	1_2	2_4	3_6
3_2	4_3	5_4	6_5	7_6	1_7	2_1	8_8	9_9	0_0
5_3	6_4	7_5	1_6	2_7	3_1	4_2	9_0	0_8	8_9
7_4	1_5	2_6	3_7	4_1	5_2	6_3	0_9	8_0	9_8

Pour chaque chapitre (c'est-à-dire chaque pièce, donc chaque case), on a un couple (x, y) et on prend alors le x-ème élément de la première liste et le y-ème de la seconde et ce pour chaque paire.

(16) Perec écrit « la solution » ; « une solution » serait plus correcte.
(17) Une liste porte sur l'âge et le sexe des habitants, une autre, sur leur nombre, une autre, sur leur rôle (occupant, domestique, ami, client, ...), une autre, sur les animaux familiers (chat, chien, souris, ...), une autre, sur les petits meubles (pendules, horloges, cendriers, …), etc. La liste « Jeux et jouets », par exemple, comporte les 10 éléments (1) cartes, (2) dés osselets, (3) dominos, (4) solitaire, (5) go, échecs, dames, (6) jacquet, (7) mots croisés, (8) puzzle, (9) automates et (10) toupies, bilboquets.
(18) Il ne s'y tiendra pas toujours !

Le schéma de son immeuble est codé de la pièce en haut à gauche avec les coordonnées (1, 1), à celle en bas à droite avec (10, 10) – qu'il écrit (0, 0).



Par exemple, la case de coordonnées (4,8) représente le chapitre 23 – voir la polygraphie plus haut – et ses attributs sont 6 et 5 – voir le carré bilatin ci-dessus. Deux citations sont à prendre dans deux listes de dix auteurs. D'après la paire de listes « citations », le sixième auteur de la première liste est Jules Verne et le cinquième auteur de la deuxième liste est James Joyce. Il y a dans le livre une dizaine de citations de chacun de ces deux auteurs, mais ce chapitre est le seul où ils apparaissent ensemble.[19]

Oui mais… il y a 21 paires de listes d'éléments ! Cette construction implique de laisser ensemble les mêmes éléments du couple. (Il y aurait donc, par exemple, dans chacun des dix chapitres où est donnée une citation de Verne, un triangle et une plante verte… et avec Joyce il y aurait Moby Dick et du cuivre. Ce qui serait lassant (pour Perec et le lecteur). Et Perec n'aime pas cette monotonie. Or le carré bilatin orthogonal garde toutes ses propriétés si on permute deux colonnes ou deux lignes. Ainsi il peut obtenir 21 carrés bilatins différents. Par conséquent, à chaque paire sera donc attribuée un carré bilatin et, pour chaque chapitre, on aura un couple différent par paire de liste. Mais, là encore, comment faire une alternance satisfaisante des lignes et des colonnes ? Perec, qui ne manquait pas d'idées, utilise la pseudo quenine d'ordre 10 !

Voilà donc de quoi donner envie de (re)lire ce roman ! Je ne peux pas terminer[20] sans donner un extrait qui donne matière à un exercice. Le lecteur trouve, dans le chapitre XXXIX, l'extrait « une œuvre d'un sculpteur : des plaques de métal rectangulaires formant un solide à onze faces »… sans figure ! Je lui laisse le soin d'en inventer une[21] !

« Regarde de tous tes yeux, regarde »
Citation, tirée du roman *Michel Strogoff* de J. Verne, placée en tête du roman

(19) De plus, Perec s'impose d'utiliser les valeurs des coordonnées pour les faire apparaître dans le texte. Par exemple, dans le chapitre II de coordonnées (7, 8), Beaumont rédige un rapport de 78 pages.
(20) Merci Marc !
(21) Pistes. Si l'on comprend « solide à 11 faces rectangulaires », cette œuvre est impossible (ce qui peut se démontrer avec la formule d'Euler et remarquant que, de chaque sommet,

Bibliographie et sitographie

La Vie, Mode d'emploi, Georges Perec, Éd. Hachette, 1978

Les Choses, Georges Perec, Éd. Julliard, 1965

Cahier des charges de « La Vie mode d'emploi », CNRS Éditions - ZULMA, 1993, édité par Hans Hartje, Bernard Magné et Jacques Neefs

Quatre figures pour « La Vie mode d'emploi », Georges Perec, L'Arc, n 76, 1979.

Atlas de littérature potentielle, Oulipo, Folio Essais, 1988

Mathématiques et jeux littéraires ; mathez vos textes !, Arnaud Gazagnes, Éd. Ellipses, 2009

http://fr.wikipedia.org/wiki/Georges_Perec

http://www.Oulipo.net/

http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin/ExposeRennes.pdf

http://escarbille.free.fr/vme

http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/actes/actespdf/95121128.pdf

http://images.math.cnrs.fr/Trois-ou-quatre-citations-de-La.html