# Mesure de la hauteur d'un arbre ou d'un bâtiment Classe de CE2 / CM1 / CM2

Rachel François(*)

*L'activité présentée ici trouve écho dans le dossier collège avec les articles de Frédéric Butz et Thérèse Éveilleau : le premier décrit comment, au collège, des élèves se saisissent du problème de la mesure de la hauteur d'un arbre à l'aide de son ombre, et le deuxième offre une promenade historique sur différents instruments inventés pour répondre à la question : comment mesurer des longueurs inaccessibles ?*

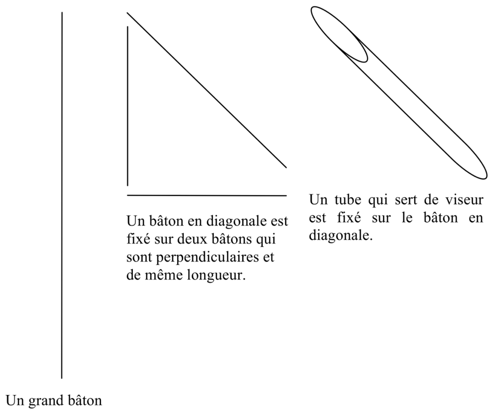
Dans le cadre de notre projet d'école centré sur le bois, nous avons étudié des instruments de musique en bois, créé des « musiques vertes » à partir d'éléments de la nature, fabriqué des jeux et des objets de décoration, observé des arbres de notre région, déterminé l'âge de différents arbres en comptant le nombre de leurs cernes et nous avons appris à mesurer la hauteur d'un arbre. Ce dernier point, qui met en évidence des relations et des propriétés géométriques, est l'objet de ce récit.

Pour que les élèves de ma classe de CE2 /CM1/CM2 apprennent à mesurer la hauteur d'un arbre, ils ont appris à utiliser des instruments techniques d'observation et de mesure sans que le Théorème de Thalès ne soit explicitement nommé.

Dans un premier temps, douze élèves cherchaient comment mesurer la hauteur d'un arbre pendant que les treize autres pratiquaient une activité sportive à proximité.
Nous savons qu'il est impossible de grimper sur l'arbre en question et qu'il est situé sur un terrain plat. Les élèves disposaient d'une règle plate d'un mètre et d'un instrument qui a rapidement été dévoilé puisqu'aucune solution n'était proposée.

Il s'agissait maintenant pour ce premier groupe de trouver comment utiliser l'instrument. Beaucoup de manipulations leur ont été nécessaires, avant d'observer l'objet en détail avec ces mots :

(*) Professeur des écoles




Les élèves ont rapidement trouvé qu’il fallait tenir l’instrument en respectant les parallélismes. Il s’agissait ensuite de se positionner à la bonne distance de l’arbre en avançant et en reculant, de manière à voir à la fois le pied de l’arbre et la cime de l’arbre au bout du viseur. L’élève qui tenait l’instrument se laissait guider par deux autres qui vérifiaient qu’il était encore parallèle au sol et à l’arbre « parce que les arbres poussent tout droit vers le ciel ».

Je les ai fait ensuite mesurer au sol avec une règle d’un mètre. L’élève qui tenait l’instrument constituait le point de départ ; les autres étaient alignés jusqu’à l’arbre pour remplacer la corde qui était restée à l’école.

Mais pourquoi cette distance correspond-elle à la hauteur de l’arbre ?

Lola (en CM1), qui avait déserté le sport en douce pour nous rejoindre, a mimé et expliqué sa solution : « C’est comme quand on agrandit un triangle. Les deux côtés perpendiculaires ont la même longueur alors on a pareil depuis Théo jusqu’au pied de l’arbre que vers là haut jusqu’au sommet. » Et voilà !

Cette explication a tout à fait convenu à ses camarades et, ma foi, à moi aussi. L’autre groupe a fait la même expérience avec cette explication pour finir sur le terrain.

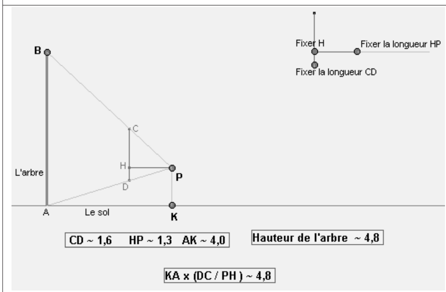
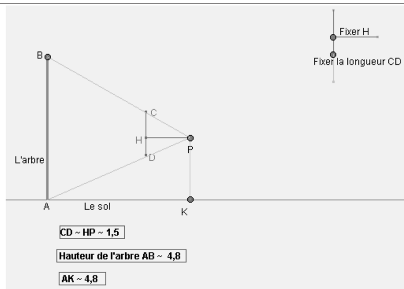
De retour en classe, nous avons observé une croix du bucheron puis nous avons illustré son fonctionnement par des manipulations sur le site de Thérèse Éveilleau :
http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/f_arbriv.htm

Nous avons manipulé, d’abord brièvement avec deux bâtons de longueurs différentes ensuite plus en détail avec deux bâtons de même longueur.

Les copies d’écran ci-dessous montrent la manipulation.

Le sommet de l’arbre est représenté par le point B, il peut être déplacé pour changer la hauteur de l’arbre.

Le point P représente l'œil du spectateur (c'est-à-dire de celui qui utilise la croix du bucheron) et le point K, ses pieds : ces deux points peuvent également être déplacés. Une fois la position B choisie, il s'agit alors de positionner correctement les points P et K comme l'indique l'information : **il faut se placer (spectateur en K) de telle sorte que les points P, B et C soient alignés tout comme P, D et A.**

<table>
<tr><th>Avec deux bâtons de longueurs différentes :</th><th>Avec deux bâtons de même longueur :</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

En effet : Les deux triangles PBA et PCD qui ont des côtés parallèles, ont la même forme et ont des côtés de longueurs proportionnelles : $k = \frac{\text{PB}}{\text{PC}} = \frac{\text{PA}}{\text{PD}} = \frac{\text{BA}}{\text{DC}}$.

Le rapport de leurs hauteurs est donc aussi égal à celui des longueurs des côtés, on a donc $k = \frac{\text{KA}}{\text{PH}}$, donc $k = \frac{\text{AB}}{\text{DC}} = \frac{\text{KA}}{\text{PH}}$ et en conclusion : la hauteur de l'arbre est égale à $\text{KA}\frac{\text{DC}}{\text{PH}}$.

Dans le cas particulier où les deux bâtons sont de la même longueur, on obtient $\frac{\text{DC}}{\text{PH}} = 1$, donc **la hauteur de l'arbre est égale à la distance du spectateur en K à l'arbre.**

Le travail sur le terrain a permis de bien cerner le mécanisme en jeu dans l'animation. Ce qui m'a le plus surprise est la réflexion de Lola qui a comparé les égalités de longueur à un agrandissement de figure. Les élèves ont ainsi réussi à visualiser de manière efficace le principe en œuvre pour mesurer la hauteur d'un arbre. Ils l'ont réinvesti à bon escient le jour de la fête de la nature à Moyen (à mon atelier, on jouait avec des jeux fabriqués en bois, on calculait l'âge des arbres et on estimait la hauteur du château Qui qu'en grogne) et lors de notre rallye d'orientation qui regroupait les classes de cycle 3 du secteur de la Mortagne autour de questions de géographie, d'architecture, d'histoire, de défis de géométrie, bien sûr, il fallait mesurer la hauteur d'un bâtiment.