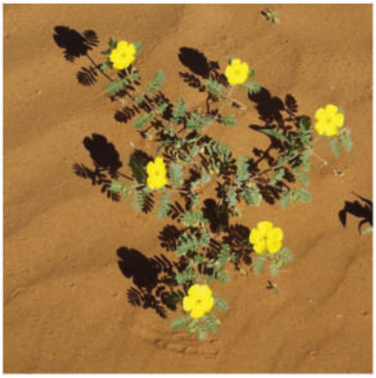
Regards croisés sur l'art et les mathématiques

Hervé Lehning(*)

Toute culture teinte le regard que nous avons sur le monde qui nous entoure. On ne remplit pas l'objectif de son appareil photographique, on n'appuie pas sur son déclencheur de la même façon que l'on soit poète, mathématicien ou les deux. On ne peint pas les mêmes sujets non plus. Le mathématicien s'arrêtera sur des formes, des structures que ne remarqueront pas d'autres, sensibles à des esthétiques différentes. Il verra les mathématiques en scène dans le monde. *A contrario*, ce regard peut changer la façon d'aborder les mathématiques, en classe ou ailleurs, en faire une matière plus expérimentale également.

De l'art… avec un œil mathématique

Des suites peuvent apparaître dans la nature, qu'elles soient dues au hasard ou à une structure sous-jacente. Plus qu'un autre, le passionné de mathématiques les remarquera comme ces fleurs en triangle 1 + 2 + 3 dans le désert du Namib. Qui d'autre prendrait cette photo ?



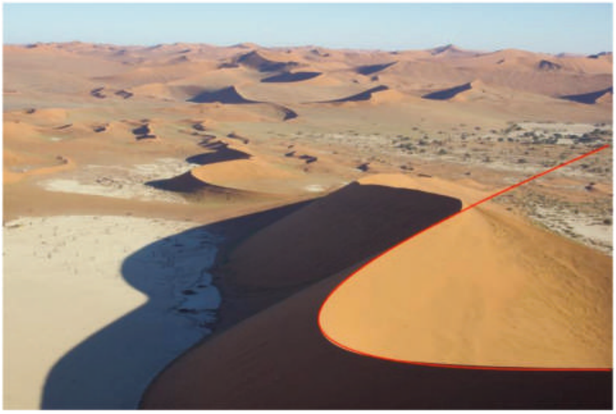
Fleurs en formation triangulaire 1+ 2 + 3.

Des droites et des courbes étonnantes apparaissent dans le paysage ou le ciel. Hasard ou phénomène scientifique ? Les deux sont possibles. La réponse est rarement sûre ou évidente mais la question est là et amène une étude ou un rêve mathématique. D'où viennent ces paraboles. Œuvres de l'homme ou du vent ?

(1) Note de la rédaction : toutes les images de cet article sont de l'auteur Hervé Lehning.

Le vent crée d'étranges paraboles dans le désert du Namib.

Cette photographie peut avoir un rôle d'illustration. Elle peut aussi entamer une réflexion comme : cette courbe dans les dunes s'approche-t-elle bien d'une parabole ? Pour cela, en ajustant ses paramètres, on peut essayer de la faire coïncider avec une vraie parabole. Bien sûr, pour aller plus loin, il est nécessaire d'étudier le problème physique. La question peut faire l'objet d'une recherche menée par des élèves. On en trouvera des exemples sur Internet. Par exemple l'argument de recherche « la géométrie du tas de sables » mène à une étude faite dans le cadre de Maths en jeans.



Un logiciel de tracé de courbes permet de comparer la courbe sur la photographie
et le dessin d'une parabole obtenu au moyen
d'un logiciel de visualisation comme Maple ou Mathematica.

Certains théorèmes de géométrie apparaissent naturellement sous les yeux émerveillés du connaisseur, ainsi le théorème de Thalès sur le front de mer de Saint Malo.

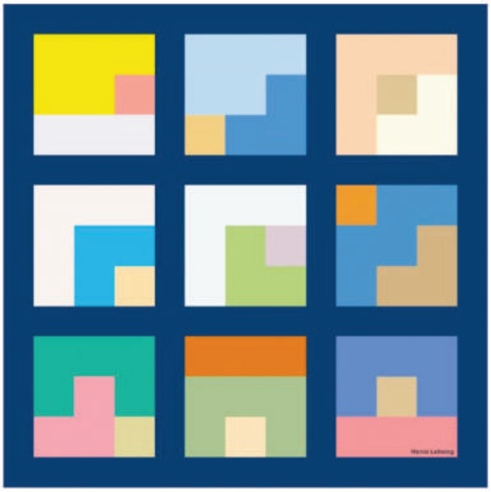
Apparition du théorème de Thalès sur le front de mer de Saint Malo.

Ici encore, cette figure peut être l'objet d'une vérification expérimentale qui peut servir d'introduction au théorème de Thalès : les deux triangles OAB et OCD sont homothétiques l'un de l'autre, ça se mesure.

Sur ce dessin, on peut vérifier la proportionnalité des longueurs OA, AB, OB d'un côté et OC, CD et OD de l'autre.

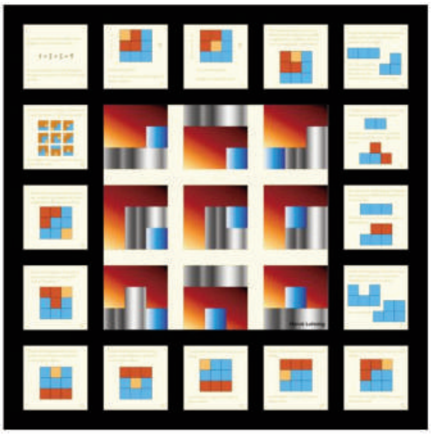
Ces quelques photographies montrent qu'il est possible d'organiser un concours photo au niveau d'une classe, d'un niveau ou d'un lycée autour d'un thème mathématique comme : nombres, courbes, symétrie, correspondance, etc.

Figurer l'abstraction est-il abstrait ?



1 + 3 + 5 = 9

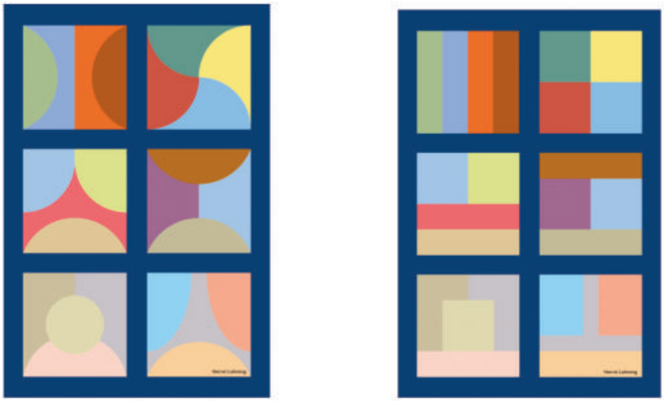
Mon tableau intitulé 1 + 3 + 5 = 9 peut sembler de l'art abstrait. Il représente pourtant une idée concrète, qui peut d'ailleurs être déclinée en triangles plutôt qu'en carrés. Elle pose une question mathématique : à des symétries près, ce tableau (voir le tableau 1 + 3 + 5 = 9) comporte-t-il toutes les décompositions d'un carré de côtés 3 en 1, 3 et 5 carrés contigus de côté 1 ? La réponse est « non », il manque une disposition. Un autre tableau, plus pédagogique, donne la réponse en étudiant ces pavages. La disposition manquante est en position quatre sur la dernière ligne.



Les explications sont données ici comme une frise décorative

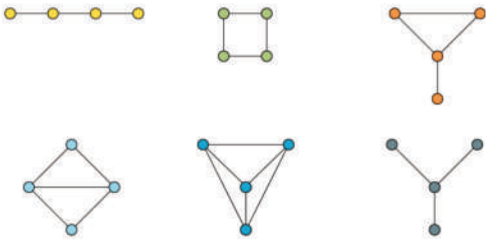
La démonstration est fondée sur les diverses dispositions de trois et de cinq carrés contigus. Pour trois, on démontre facilement qu'il n'en existe que deux : trois carrés alignés ou trois carrés en coin. Pour cinq, la question est plus délicate. On part des dispositions de trois carrés pour en ajouter deux. On en trouve deux à partir des carrés alignés et une de plus à partir des carrés en coin (voir la figure). Ces découpages

permettent de montrer qu'il n'existe que dix façons de décomposer le carré de côté 3 en 1, 3 et 5 carrés contigus.
Le tableau intitulé Voisinages A pose une autre question mathématique, qu'il est difficile de deviner sans explication. On y voit six carrés, chacun étant découpé en quatre parties. L'explication commence à poindre avec une autre version du tableau : Voisinages B car il est identique à des déformations continues près, mais pourquoi six ?



Voisinages A et B

Si on place un point dans chaque partie et que l'on relie les quatre points ainsi obtenus selon que les parties auxquelles ils appartiennent ont une frontière commune ou non, on obtient un graphe ayant quatre sommets. On montre qu'il n'existe que six graphes reliant quatre points, ce qui explique le tableau Voisinages.



Les six graphes reliant quatre points.

Au-delà de l'esthétique

Le côté esthétique suffit pour justifier le regard que permettent les mathématiques sur le monde … mais ce regard va bien au-delà. Il permet de faire émerger des questions et de mieux comprendre les raisons cachées des choses, des taches des animaux à l'érosion en passant par le mouvement des sables. Il est à la base des modèles mathématiques que l'homme crée pour mieux appréhender la nature. Le point essentiel est de réaliser que vulgariser n'est pas enseigner. Il est plus important de donner faim que de suralimenter. Pour cela, une image énigmatique peut être une bonne solution … à condition qu'il y ait une explication quelque part.

Références

Hervé Lehning, Un regard mathématique sur le monde, Maths en Scènes Express, CIJM, 2012

Hervé Lehning & al, Les transformations : de la géométrie à l'art, Bibliothèque Tangente 35, POLE, 2009

Gilles Cohen & al, Maths & arts plastiques, Bibliothèque Tangente 23, POLE, 2005

Au sujet des tas de sable :

Maths en Jeans, sujet dirigé par Hubert Proal, lycée d'altitude de Briançon (voir le site sur internet)

Mathieu Latapy, La géométrie des tas de sable, Tangente Sup 21, POLE, 2003