# Une composition géométrique étonnante : la mosaïque de Lod (Israël) Bernard Parzysz<sup>(\*)</sup>

Le musée du Louvre a exposé, durant l'été 2013, une grande mosaïque, d'une qualité exceptionnelle (cf. www.lodmosaic.org/home.html), qui faisait partie d'un ensemble de sols (fig. 1) découvert en 1996 à Lod (Israël) – l'ancienne Lydda – à l'occasion de la construction de l'autoroute Jérusalem-Tel Aviv. La fouille a été réalisée par une équipe du Service des Antiquités d'Israël dirigée par Miriam Avissar et les mosaïques ont été datées des environs de l'an 300 de notre ère.



Figure 1. Vue de dessus de l'ensemble des mosaïques (en gris, la trace d'un mur postérieur) (photo © Niki Davidov, Israel Antiquities Authority)

Je m'intéresserai ici à la géométrie du panneau central de la mosaïque Nord (à gauche sur la figure 1 et figure 2).

# 1. La fabrication des mosaïques dans l'Antiquité

Les mosaïstes antiques étaient constitués en petites équipes itinérantes se déplaçant de chantier en chantier selon les commandes. Une équipe-type comportait au minimum quatre personnes : un maçon (pour fabriquer le lit de pose), un maître d'œuvre (pour concevoir le motif, le dessiner in situ et surveiller l'exécution du décor), un tailleur de pierre (pour façonner les petits cubes de pierre, ou tesselles) et un poseur de tesselles. En conséquence, leur outillage était réduit : auge, truelle et règle (pour le maçon et le poseur de tesselles), marteline et tranchet (pour le tailleur de tesselles), cordeau et éventuellement compas et équerre (pour le maître d'œuvre)...

Une question divise, encore actuellement, les spécialistes de la mosaïque antique : les mosaïstes utilisaient-ils des cahiers de modèles ? Certains pensent que oui (pour

<sup>(\*)</sup> Université d'Orléans & Laboratoire André Revuz (université Paris-Diderot). parzysz.bernard@wanadoo.fr

pouvoir proposer des décors aux commanditaires), d'autres que non (ils reproduisaient et adaptaient des modèles mémorisés). Pour ce qui est des décors géométriques, j'ai émis l'hypothèse<sup>(1)</sup> que, au cours de leur formation, ils apprenaient un certain nombre de constructions classiques sous forme de schémas-clés dynamiques, c'est-à-dire des procédures de construction de motifs « classiques » tels que rosace à six branches, octogone régulier inscrit dans un cercle ou dans un carré, etc. Malheureusement, nous n'avons aucun texte d'époque sur la façon dont travaillaient les mosaïstes, ni sur leur formation, qui selon toute vraisemblance devait se faire sur le modèle des corporations médiévales. En outre, les tracés préparatoires qu'on trouve parfois – rarement – dessinés, peints ou incisés sur le lit de pose n'apportent que peu d'information.



Figure 2. La mosaïque Nord (photo © Niki Davidov, Israel Antiquities Authority)

<sup>(1)</sup> Parzysz, B. Key diagrams to design and construct Roman geometric mosaics? *Nexus Network Journal* vol. 11 n° 2. Ed. Birkhaüser, Basel 2009, 273-288

# 2. Le panneau central de la mosaïque Nord (fig. 2)

Il s'agit d'un panneau « carré »  $(4,26 \text{ m} \times 4,30 \text{ m})$  qui présente un décor exclusivement animalier (fig. 2)

Le champ du panneau est découpé géométriquement en vingt compartiments par une tresse à deux brins. Comme dans la plupart des cas, ce sont les axes des tresses – matérialisés par des alignements de tesselles blanches isolées (fig. 3) placées aux points de croisement des deux brins (les *nœuds* de la tresse) – qui déterminent les tracés directeurs sur lesquels a été construit le panneau.



Figure 3. Les « nœuds » de tresse (tesselles blanches isolées)

Comme elles l'ont été pour le mosaïste antique, ces tesselles m'ont été très utiles car elles matérialisent – à une seule exception près – les extrémités des segments délimitant les compartiments (fig. 4).



Figure 4. La géométrie du panneau

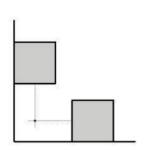
#### 2.1. Hypothèses de modèle

Je fais les quatre hypothèses de modèle suivantes :

- 1° le panneau est un carré;
- 2° sa composition géométrique présente les symétries du carré (médianes et diagonales) ;
- 3° les quatre quadrilatères situés au milieu des côtés sont des carrés ;
- 4° les douze triangles sont isocèles.

#### 2.2. Le réseau sous-jacent

Remarquons tout d'abord que la dimension des carrés médians détermine celle de l'ensemble de la composition. En effet, une fois qu'ils sont placés il ne reste plus qu'à déterminer dans chaque angle le sommet commun aux trois triangles, qui est situé à l'intersection de deux médiatrices de côtés de carrés (fig. 5).



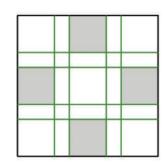


Figure 5. Sommets des triangles

Figure 6. Réseau orthogonal

La composition se ramène donc finalement à la construction d'un réseau orthogonal, déterminé par ces carrés (fig. 6). Ce réseau est bi-modulaire, c'est-à-dire composé d'une alternance de bandes larges et étroites, déterminant des carrés et des rectangles (que les spécialistes du décor antique nomment *quadrillage de bandes*). On en déduit une procédure vraisemblable de mise en place (fig. 7):

1° tracé du réseau bi-modulaire (A), qui fournit l'octogone central et les carrés construits sur ses côtés (B) ;

2° tracé des diagonales des carrés d'angle (C), qui fournissent les triangles isocèles (D).

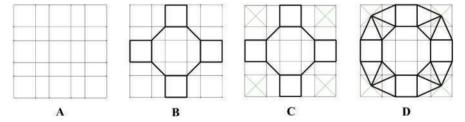


Figure 7. Mise en place de la structure géométrique

#### 2.3.Le rapport des modules

Il ne reste plus maintenant qu'un seul problème à résoudre : déterminer le rapport de la largeur des bandes larges à celle des bandes étroites (que nous noterons q). On peut le déterminer assez précisément à partir des longueurs des côtés de l'octogone central, dont les sommets sont heureusement, comme nous l'avons vu, matérialisés par des tesselles blanches isolées<sup>(2)</sup> (fig. 8).

<sup>(2)</sup> On pourra remarquer au passage – ce qui va dans le sens de la non-régularité de l'octogone – qu'on a 10 « entrenœuds » sur les côtés parallèles aux bords, mais que ce nombre est plus petit sur les côtés obliques (il varie entre 8 et 9).(\*)



Figure 8. L'octogone central

Les mesures, réalisées à partir d'un agrandissement photographique de haute résolution, ont fourni les résultats suivants pour cet octogone :

- hauteur: 191 mmlargeur: 189 mm
- longueur des côtés obliques : 74-75 mm
- longueur des côtés parallèles aux bords du panneau : 85-86 mm.

Ces mesures témoignent à l'évidence du soin apporté à la construction (les écarts sont de l'ordre de 1 %, soit 1 cm par m, ce qui est remarquable pour l'époque). Nous en déduisons les valeurs moyennes : l = 74,5 mm pour les côtés obliques et L = 85,5 mm pour les côtés parallèles aux bords. On obtient finalement :

$$q = \frac{L}{\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)} \approx 1,6.$$

N.B. Nous ne donnons à dessein qu'une décimale, car une variation d'un demimillimètre en plus ou en moins sur les mesures fait varier le rapport q entre 1,60 et 1,64.

# 2.4. Comment interpréter ce résultat ?

### Première hypothèse : tout est nombre, ou le mosaïste pythagoricien.

Notre première hypothèse est bien sûr de considérer que la valeur théorique du rapport (celle choisie par le mosaïste) est égale à 1,6, ou plutôt 8/5. Dans ce cas, le réseau bi-modulaire repose sur une subdivision régulière des côtés du panneau, ici en 34 (8 + 5 + 8 + 5 + 8) (fig. 9).



Figure 9. Découpage des côtés sous la première hypothèse

Plus précisément, en numérotant les points de subdivision de 0 à 34, les points correspondant au réseau portent les numéros 8, 13, 21, 26 et 34<sup>(3)</sup>.

Ces nombres font irrésistiblement penser à la suite de Fibonacci : 0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 ... Ce qui nous conduit à une seconde hypothèse.

#### Seconde hypothèse : la règle et le compas, ou le mosaïste euclidien

Le nombre d'or  $\Phi$  ( $(1+5)/2 \simeq 1,618$ ) est la limite des quotients de termes successifs de la suite de Fibonacci, ces quotients l'encadrant alternativement par défaut et par excès. D'où l'idée que la valeur théorique de q pourrait éventuellement être égale à  $\Phi$ .

Le partage d'un segment selon le rapport  $\Phi$  figure dans les *Éléments* d'Euclide (troisième définition du Livre VI) : « Une droite est dite coupée en extrême et moyenne raison quand, comme elle est tout entière relativement au plus grand segment, ainsi est le plus grand relativement au plus petit. ».

Autrement dit, le point K divise le segment [AB] dans le rapport  $\Phi$  lorsque AB / AK = AK / BK. Rappelons la méthode classique pour partager ainsi le segment [AB] (fig. 10) :

On construit le segment [BC] perpendiculaire à [AB] et de longueur AB / 2.

Le cercle de centre C passant par B coupe [AC] en P, et le cercle de centre A passant par P coupe [AB] en K.

Alors le point K partage [AB] selon le rapport  $\Phi$ .

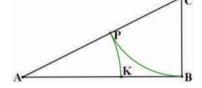


Figure 10. Section d'or

*Remarque*. Soit K' le point symétrique de K par rapport au milieu de [AB] (fig. 11). Alors le point K' divise le segment [AK] selon le rapport  $\Phi$ .

Cette remarque permet d'envisager une mise en place possible du réseau (fig. 12) :

- A) tracé des médianes du carré et partage de deux côtés selon  $\Phi$ ;
- B) symétrique du point de partage par rapport au milieu du côté, ce qui fournit les bandes larges médianes ;
- C) tracé des autres bandes larges par reports de longueur.

<sup>(3)</sup> En outre, les points 4 et 30 permettent de placer les sommets des triangles isocèles.

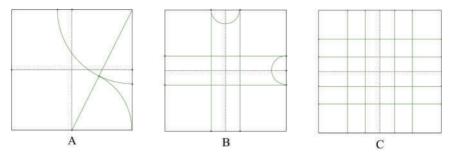


Figure 12. Mise en place possible avec la seconde hypothèse

Pouvons-nous trancher entre les deux hypothèses? La confrontation des réseaux correspondants montre que nos hypothèses sont toutes deux visuellement acceptables ... et indiscernables (fig. 13). En effet, la différence théorique sur la position du point K de la figure 11 n'est que d'un centimètre pour un côté de 4 mètres, ce qui est largement inférieur à la précision des tracés in situ obtenus à l'aide des instruments de l'époque.



Figure 13 Confrontation des réseaux avec la mosaïque

En définitive, si l'existence d'un réseau bi-modulaire ne fait guère de doute et si nous excluons la possibilité que la mise en place de ce réseau ait pu s'effectuer à l'estime, nous sommes ramenés à deux hypothèses, exclusives l'une de l'autre : une hypothèse « rationnelle » (avec q=8/5 et une construction basée sur un partage égal des côtés), et une hypothèse « irrationnelle » (avec  $q=\Phi$  et une construction au compas, c'està-dire au cordeau). A priori l'hypothèse « irrationnelle » semble plus facile à mettre en œuvre, puisque trois traits au cordeau suffisent pour diviser le côté initial et que le reste du réseau se met en place par simples reports de longueur, tandis que dans l'hypothèse « rationnelle » la division d'un demi-côté en 17 ne peut s'effectuer que

# Dossier : Mathématiques et Art

par approximations successives<sup>(4)</sup>. Malgré tout, la précision des constructions réalisées à l'aide des instruments en usage à l'époque ne permettant pas de trancher, je me contenterai de conclure prudemment que la composition repose sur un réseau bi-modulaire dont les largeurs de bandes sont dans un rapport voisin de 1,6. Il n'en reste pas moins que ce panneau présente une composition originale dont on ne connaît pour l'instant pas d'autre exemple, et qui sert d'écrin à un décor au sujet duquel les spécialistes s'interrogent : comme l'attitude des animaux représentés ici n'évoque ni la chasse, ni les jeux du cirque, on s'attendrait à trouver dans l'octogone central, entre les deux lions, une figure d'Orphée correspondant au thème dionysiaque évoqué par les animaux, ... ce qui n'est pas le cas. Un autre mystère...<sup>(5)</sup>

<sup>(4)</sup> Sauf à avoir recours à une méthode « à la Thalès », mais qui, elle aussi, est lourde.

<sup>(5)</sup> Je remercie Mme Cécile Giroire, du musée du Louvre, et M. Jacob Fisch, du Service des Antiquités d'Israël, pour leur aide. Les graphismes géométriques ont été réalisés avec Cabri-Géomètre II.