

Des probabilités avec Galilée

Martine Bühler(*)

Le programme de probabilités de seconde comporte assez peu de notions nouvelles. Il faut surtout revoir celles de troisième, avec des élèves d'origines diverses. Le travail de révision est paradoxalement assez difficile à gérer. Les élèves ont des connaissances hétérogènes : certains croient tout savoir, d'autres ont renoncé...

C'est pourquoi trois professeurs du Lycée Flora Tristan (93 Noisy Le Grand) : Mme Bühler, Mme Nunes-Braz et M. Dufaur ont tenté une expérience de travail tri-disciplinaire Français-Mathématiques-Histoire, autour de Galilée. Elle s'est déroulée en 2011-2012, 2012-2013 et 2013-2014.

Introduction historique :

La situation étudiée est connue sous le nom de « problème du duc de Toscane ». Galilée, après avoir enseigné à l'Université de Padoue de 1592 à 1610, est revenu en Toscane, comme Premier mathématicien de l'Université de Pise, avec également les titres de premier mathématicien et premier philosophe du Grand Duc de Toscane. Vers 1620, Galilée expose dans une lettre, de manière incomparablement claire, la solution à un problème de pari sur un jeu de dés que lui avait posé le Grand-Duc de Toscane.

Quelques décennies plus tard, dans une correspondance considérée comme la naissance des probabilités, Pascal et Fermat étudieront à leur tour un problème de partage de mise dans un jeu de hasard qui avait donné lieu à diverses solutions et controverses, en particulier chez des auteurs italiens (Pacioli à la fin du XV^{ème} siècle, Tartaglia et Cardan au XVI^{ème} siècle, pour ne citer que les plus connus).

L'intérêt du texte de Galilée (dont un extrait⁽¹⁾ est proposé en Annexe 1) est de poser problème, aussi bien par son contenu que par son style ; il y a en quelque sorte un défi à relever. L'effet de dépaysement, accentué par l'interdisciplinarité, encourage les « seconds départs » et permet d'approfondir la réflexion. Le travail de recherche et de rédaction se fait en groupes, les synthèses en classe entière. Ce texte permet aussi de commencer à parler du lien entre statistiques et probabilités⁽²⁾.

Première séance de travail en groupes (2011-2012)

(2 heures en classe entière avec les enseignants de Français et Mathématiques)

La première année, ont été distribués dès le début les deux questionnaires, français et mathématiques (cf Annexes 1 et 2), ce qui était une erreur ; les élèves ont

(*) IREM Paris 7 : martine.buhler@ac-creteil.fr

(1) Le texte complet se trouve dans la brochure M.A.T.H. n° 79 de l'IREM Paris 7 Denis-Diderot.

(2) On lira avec intérêt l'article de Michel Henry dans le BV n° 496.

très mal géré leur temps et se sont lancés de façon brouillonne dans les deux tâches. Les élèves mettent un peu de temps à comprendre qu'il s'agit de probabilités ; la plupart finissent par repérer que la somme 9 s'obtient entre autres par un *brelan* (figure obtenue quand les trois dés présentent le même point), mais la professeure doit les pousser à calculer exactement la probabilité de l'obtenir. À la fin de la séance, les différents groupes ont rendu une réponse rédigée aux questions posées dans l'annexe 1. Les difficultés rencontrées pour comprendre le problème mathématique et le résoudre ont amené à prévoir une séance supplémentaire de travail en groupes, cette première année.

Séances de mathématiques : (1 heure chacune)

La première séance a permis de faire la synthèse sur ce problème, de rappeler des notions liées à la fréquence, de comprendre d'où venait le paradoxe et de commencer l'étude précise du problème en répondant à la première question de l'annexe 4, deux autres questions étant à étudier pour la séance suivante.

La deuxième séance, utilisant les textes des annexes, a permis de résoudre complètement le problème et de commencer la synthèse de cours, qui s'est entièrement appuyée sur le problème étudié.

Le cours de probabilités a été terminé à la troisième séance.

Deuxième séance de travail en groupes (2011-2012)

(2 heures en classe entière avec les enseignants de Français et Mathématiques)

Les élèves ont travaillé sur les questions de français (annexe 2), à l'aide des extraits de dictionnaire figurant sur la feuille et du Petit Robert disponible au CDI. Les groupes ont bien fonctionné en général. Des questions intéressantes se sont posées sur le plan de la logique. Par exemple sur « contraire » et « négation » : il y a là une réelle difficulté pour les élèves. Le mot « contraire » a, en langage commun, un autre sens que « négation », et cela pose problème pour la définition, par exemple, d'événement contraire ; le terme complémentaire serait sûrement moins troublant. Les questions sur le mot « avantage » aident les élèves à mieux comprendre ce que dit Galilée : il arrive parfois qu'ils comprennent le mot « avantageux » par « la somme est plus grande ». La fin de la séance a été consacrée au début d'un travail de recherche sur Galilée, avec les ressources du CDI (cf Annexe 5).

Les enseignants ont conclu de cette première expérience qu'il valait mieux que les élèves travaillent d'abord le français. L'année suivante, le questionnaire de français a été distribué d'abord. Les feuilles de réponses ont été relevées après trois quarts d'heure, puis les questions de mathématiques (légèrement modifiées : voir annexe 3) ont été distribuées et enfin les réponses à celles-ci ont été relevées. La classe a mieux fonctionné, et les questions portant sur les deux disciplines ont été traitées dans les deux heures de travail en groupes. Mais c'était également une classe plus motivée pour le travail scolaire.

Troisième séance interdisciplinaire

(2 heures en classe entière avec les enseignants de Français, Histoire et

Mathématiques) (2011-2012). Travail de synthèse sur le personnage de Galilée, en liaison avec le cours d'histoire.

Les fiches écrites par les groupes sur Galilée étaient assez décevantes, très anecdotiques. Il s'est avéré à l'oral que les élèves avaient retenu plus de choses qu'il n'y paraissait. L'enseignante d'histoire a demandé de préciser pourquoi avait eu lieu le procès de Galilée, en quoi son livre (*Les Dialogues*) dérangeait l'Eglise ; elle leur a demandé de rappeler ce qu'était l'Inquisition (vue en cours d'histoire). Les élèves avaient également fait des recherches sur Aristote et l'un d'eux a dit que le livre de Galilée était contraire à ce que disait Aristote. Les professeurs ont évoqué les Écritures Saintes, les problèmes posés par le mouvement de la Terre, posé la question sur la pierre tombant du haut d'un mât d'un navire en mouvement : où va tomber la pierre ? Les élèves se sont partagés équitablement entre « au pied du mât » et « en arrière du mât ». Les seconds expliquaient très logiquement leur proposition par l'avance du navire, mais, parmi les premiers, tous sauf un ne pouvaient pas donner d'explications (ou alors de manière assez fantaisiste) ; l'un a parlé de vitesse acquise. S'est alors posé le problème de la pierre lâchée du haut d'une tour. Que se passe-t-il si la Terre tourne ? Un élève a demandé quelle était la bonne réponse ; l'enseignant de français a répondu que cela faisait débat à l'époque de Galilée et a refusé de donner la « bonne » réponse, en disant à l'élève : vous êtes au 17ème siècle et, justement, vous ne savez pas. Un extrait des *Dialogues* de Galilée a été lu en classe.

Les conclusions de l'enseignante de mathématiques :

Nous avons vu, la première année, alors que nous circulions dans la classe, un élève d'un des groupes littéralement s'illuminer en comprenant le problème et sa solution. Les trois années, les élèves ont réellement travaillé, aussi bien le français que les mathématiques : il s'agissait de séances de deux heures, sans pause, et les élèves n'ont jamais rechigné, alors même que la séance débutait avant l'heure « normale », sur le temps de récréation.

L'objectif était de revoir les notions du cours de troisième et de commencer à parler du lien entre statistiques et probabilités.

Sous la forme utilisée la première année, aucun groupe ne donnait clairement la définition de la fréquence ; c'est pourquoi j'ai ajouté la question demandant de quelle série statistique parle Galilée lorsqu'il évoque la fréquence lors d'une « longue observation ». En fait, cette question sert surtout à amorcer le dialogue sur cette série statistique ; lorsque les groupes comprennent qu'il s'agit de noter précisément les résultats d'un « grand nombre » de lancers de trois dés, la définition de fréquence devient plus accessible, même si certains oublient qu'il s'agit d'un rapport (alors que les révisions de statistiques de troisième ont déjà été faites).

Le calcul précis de probabilités a aussi l'avantage de nécessiter un raisonnement : en effet, s'il est tout à fait faisable de construire un arbre des possibilités pour le lancer de deux dés, cela devient plus difficile avec trois dés. En circulant dans les groupes, lorsqu'émerge l'idée de probabilité, je demande aux élèves de me dire comment ils faisaient l'an dernier. Certains parlent d'arbres spontanément ; pour d'autres, cela semble très loin ; mais, si on ébauche un arbre, les souvenirs

reviennent.

Finalement, toutes les notions de troisième sont révisées, dans un cas plutôt plus ardu que ceux rencontrés en collège.

Après la synthèse de ce qu'ont trouvé les groupes lors de la première séance, le questionnaire de l'annexe 3 est distribué ; le calcul exact des probabilités d'apparition des sommes 9 et 10 est compris par beaucoup d'élèves, mais certains butent encore sur ces notions. Les questions suivantes sont de difficultés variées : la question sur les brelans est plutôt réussie, celle sur les paires est beaucoup plus ardue. Une heure se révèle insuffisante pour terminer l'exercice, que je donne à finir à la maison (sachant que peu d'élèves cherchent le travail demandé).

Ensuite, je distribue les feuilles de rappels de cours. Les notions nouvelles du cours de seconde (union de deux événements, intersection, événement complémentaire) apparaissent « naturellement » sur ce problème : là encore, nous traitons des exemples tirés de cette expérience pour introduire les notions et donner des règles générales. Un peu plus tard, nous allons en salle informatique faire une simulation sur tableur (exercice adapté d'un des exercices proposés par l'Inspection générale lors de l'expérimentation d'une épreuve pratique de mathématiques).

Il est toujours difficile de mesurer l'impact de ce type d'activités : les élèves auraient-ils mieux ou moins bien compris si j'avais fait des révisions de cours, puis les notions nouvelles, puis des exercices ? Les élèves se sont révélés plus actifs que d'habitude, et j'ai tendance à penser que c'est mieux...

Annexe 1

Questions de mathématiques posées en 2011-2012

Le texte suivant est extrait de *Le Opere de Galileo Galilei* Firenze, volume XIV, p. 293-316. Le jeu dont il est question dans le texte est le suivant : on lance simultanément trois dés cubiques numérotés de 1 à 6 et on note la somme des points obtenus.

Le texte de Galilée :

Que dans le jeu de dés certains points soient plus avantageux que d'autres, on en a une explication très évidente, qui consiste dans le fait que ceux-là peuvent sortir plus facilement que ceux-ci, ce qui dépend de leur capacité à se former avec plusieurs sortes de chiffres : c'est pourquoi le 3 et le 18, qui sont des points que l'on ne peut obtenir que d'une seule manière avec trois chiffres (c'est-à-dire l'un avec 6-6-6 et l'autre avec 1-1-1, et pas autrement) sont plus difficiles à faire apparaître que par exemple le 6 ou le 7 qui se composent de plusieurs manières (c'est-à-dire le 6, avec 1-2-3 et 2-2-2 et 1-1-4, et le 7 avec 1-1-5, 1-2-4, 1-3-3, 2-2-3).

Cependant, bien que le 9 et le 12 se composent en autant de façons que le 10 et le

11, si bien qu'ils devraient être considérés comme ayant la même fréquence, on voit néanmoins que la longue observation a fait que les joueurs estiment plus avantageux le 10 et le 11 plutôt que le 9 et le 12.

Et que le 9 et le 10 se forment (et ce que l'on dit de ceux-ci s'entend pour leurs symétriques le 12 et le 11) se forment, dis-je, avec la même diversité de chiffres, est évident : en effet le 9 se compose en 1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-2-5, 2-3-4, 3-3-3, qui sont six triplets, et le 10 en 1-3-6, 1-4-5, 2-2-6, 2-3-5, 2-4-4, 3-3-4, et non d'autres façons ce qui fait aussi six combinaisons.

Questions :

1. Qu'entend Galilée par « plus avantageux » ?
2. Quel est le « plus avantageux » : 6 ou 18 ?
3. De combien de manières se composent le 9 et le 10 ? Citez-les.
4. Lequel des deux (9 ou 10) est-il le plus « avantageux »
5. Expliquez le mot « fréquence ».
6. Quel paradoxe soulève Galilée ?
7. Cherchez une explication de ce paradoxe.

Annexe 2

Questions de français sur le texte

Texte de Galilée

Grâce aux reproductions d'articles de dictionnaires, répondez aux questions concernant les mots suivants :

- « avantageux » : Date d'apparition ? De quel mot vient-il ? Quelles sont les informations apportées sur l'origine de ce mot ? Quel est le sens du dictionnaire qui correspond à l'emploi du texte ?
- « facilement / difficiles » : Qu'ont en commun ces deux mots ? Date d'apparition de chacun d'eux. Expliquer comment « facile » a pu apparaître avant « difficile ».
- Trouver dans le texte le contraire de « plusieurs manières ». S'agit-il d'une négation ? Pourquoi ?
- Quel est le rôle, dans leurs phrases respectives des mots : « c'est pourquoi – cependant – si bien – néanmoins » ? Comment les nomme-t-on ? Quel sens a chacun d'eux ?

Dictionnaire historique de la Langue française (Le Robert) :

Avant : issu (X^os.) du latin *abante*. Avant a eu de nombreux dérivés, comme *avantage* (1160), qui signifie d'abord « ce qui produit une différence en plus », « ce qui est en plus pour quelqu'un », puis (1175) « ce qui est profitable ».

Facile : emprunté (1141) au latin *facilis*, qui se rattache à *facere* (qui donne faire) « faisable », d'où « facile à faire », « indulgent ».

Difficile : emprunté (1330) au latin *difficilis* « malaisé, pénible ». Adjectif formé avec le préfixe privatif *dis* comme antonyme de *facilis*.

Annexe 3

Questions de mathématiques posées en 2012-2013 et 2013-2014

Remarque : le questionnaire de français a été distribué et relevé d'abord, puis le questionnaire de mathématiques ci-dessous a été distribué.

Le texte suivant est extrait de *Le Opere de Galileo Galilei* Firenze, volume XIV, p. 293-316. Le jeu dont il est question dans le texte est le suivant : on lance simultanément trois dés cubiques numérotés de 1 à 6 et on note la somme des points obtenus.

Texte de Galilée

Questions sur le texte de Galilée

Partie A.

1. Qu'entend Galilée par « plus avantageux » (ligne 1) ?
2. Quel est le « plus avantageux » : 6 ou 18 ? Pourquoi ?
3. De combien de manières se composent le 9 et le 10 ? Citez-les.

Partie B.

Le mot « fréquence » en mathématiques est lié à une série statistique. Galilée lie ce terme à la « longue observation » (deuxième paragraphe).

1. De quelle série statistique est-il question ici ?
2. Quelle est la définition de la fréquence du 9 ?
3. Quel paradoxe soulève Galilée ?
4. Expliquez ce paradoxe (vous développerez vos arguments dans le cas du 9 et du 10 en expliquant soigneusement votre démarche).

Partie C.

1. Comment la « facilité » ou la « difficulté » à apparaître d'une somme est-elle liée à la « fréquence » lors d'une « longue observation » ?

2. Quelle notion de mathématiques connaissez-vous qui vous paraît rendre compte de la « facilité » ou la « difficulté » à apparaître d'une somme ?
3. Y a-t-il un lien avec la « fréquence » lors d'une « longue observation » ?

Annexe 4

Exercices faits en classe après la synthèse sur le travail en groupes

Vocabulaire

Lorsqu'on lance un dé cubique non truqué (dont les faces sont numérotées de 1 à 6), chaque face a la même « chance » d'apparaître : « une chance sur six ». On dit que la **probabilité** d'apparition de chaque face est $1/6$.

Lorsqu'on lance un tel dé, quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? Un multiple de 3 ?

Étude du problème de Galilée

On effectue l'expérience aléatoire consistant à lancer trois dés cubiques et on s'intéresse à la somme des points obtenus. Dans la suite, on considèrera que les trois dés sont discernables (par exemple, il y a un dé bleu, un dé rouge et un dé vert). On appelle « sortie » ou « issue » un résultat du jet des trois dés, résultat donné dans l'ordre : dé bleu, dé rouge, dé vert. Ceci ne change évidemment pas la fréquence d'apparition de la somme 9 ou de la somme 10, la couleur des dés n'ayant aucune influence sur cette apparition.

On distinguera donc les « sorties » : $1 - 2 - 3$ et $2 - 1 - 3$ qui forment pourtant la même « figure » ou « combinaison » notée $\{1 ; 2 ; 3\}$.

1. Quel est le nombre de « sorties » possibles dans le lancer de trois dés ?
2. Compléter les tableaux suivants :

Somme 9		
Figures ou combinaisons	Sorties	Nombre de sorties
Total		

Somme 10		
Figures ou combinaisons	Sorties	Nombre de sorties
Total		

3. Soient les évènements A : « obtenir la somme 9 » et C : « obtenir la somme 10 ». Donner la probabilité des évènements A et C.
4. On appelle « brelan » la figure obtenue quand les trois dés présentent le même point. Quelle est la probabilité de l'évènement E : « obtenir un brelan »
5. On appelle « paire » la figure obtenue quand deux des trois dés présentent le même point, le troisième dé présentant un point différent. Quelle est la probabilité de l'évènement F1 : « obtenir la paire {3 ; 3 ; 5} » ? Quelle est la probabilité de l'évènement F : « obtenir une paire » ?
6. On appelle « figure à points différents » la figure obtenue lorsque les trois dés présentent trois points différents. Quelle est la probabilité d'obtenir la figure {4 ; 2 ; 1} ?

Annexe 5 (uniquement l'année 2011-2012)

Travail de recherche à rendre sur feuille

(Un devoir par groupe, écrit à la main, chaque élève du groupe en écrivant une partie)

Travail sur Galilée (dates) :

Le travail scientifique de Galilée (les lieux, les dates importantes, les découvertes importantes, ..., en particulier en liaison avec la question suivante).

Le procès de Galilée : date, protagonistes, histoire et origine des polémiques, personnages importants de cette histoire (éventuellement antérieurement au procès), conséquences ...

Conseils :

Ne recopiez pas littéralement vos sources (livres ou sites Internet) : extrayez les informations pertinentes et rédigez de manière personnelle, concise et précise.

Soignez orthographe et correction grammaticale.

Faites une bibliographie en vous servant de la fiche donnée en ECJS.

Utilisez toutes les ressources disponibles sans vous limiter à Internet : livres du CDI, de la médiathèque de Noisy, vos propres livres, revues, etc.