

L'atelier MATH.en.JEANS de Briançon

Hubert Proal(*)

Les ateliers MATH.en.JEANS (MeJ) ont pour but de mettre les élèves dans les mêmes situations que des chercheurs en mathématiques. Pour cela des élèves volontaires travaillent toute l'année par petits groupes sur un sujet de recherche à leur niveau. Ils sont encadrés par un ou plusieurs enseignants et suivis par un chercheur qui a défini les sujets en début d'année. Les élèves élaborent des conjectures, réalisent des expériences, démontrent des résultats. Durant l'année, des séminaires sont organisés entre les établissements « jumelés » – au sein desquels des groupes d'élèves travaillent sur les mêmes sujets. Fin mars ou début avril a lieu le congrès des ateliers MeJ, à l'occasion duquel les jeunes exposent leurs résultats à l'oral. À l'issue du congrès, une production écrite est attendue des élèves.

Pour en savoir plus sur MeJ vous pouvez consulter le *Bulletin vert* n°482 (mai-juin 2009) ou visiter le site de l'association⁽¹⁾.

Pour la vingt-quatrième année d'existence, l'association a compté 120 ateliers en France, 30 à l'étranger. Il y a eu six congrès : Orsay, Toulouse, Marseille, Pondichéry, Casablanca et Prague qui ont réuni 2000 élèves, enseignants et chercheurs.

L'objectif de cet article est, dans un premier temps, de développer un exemple de sujet MeJ proposé durant l'année scolaire 2012-2013. Dans une seconde partie seront évoquées d'autres projets mathématiques qui peuvent être menés parallèlement à un atelier MeJ.

I. MeJ au Lycée d'Altitude de Briançon

L'atelier MeJ de Briançon fonctionne depuis quinze ans au Lycée d'Altitude. En 2012-2013, le chercheur Camille Petit (Université Joseph Fourier, Grenoble) et l'enseignant coordonnateur ont commencé l'année avec dix-neuf élèves (quatre en Tale S, deux en 1ère S et treize en 2nde) qui ont travaillé sur six sujets de recherche : les ensembles gonflés (ensemble de points du plan ou de l'espace tel que la distance entre deux points quelconque de l'ensemble soit inférieure ou égale à une distance d donnée⁽²⁾ ; deux élèves de 1ère S), le retournement d'une aiguille dans une surface d'aire minimale (deux élèves de 2nde), les moulins à vent (pivotement d'une droite successivement autour des points d'un ensemble fini ; quatre élèves de 2nde), les tas de sable (polyèdres à pente constante construits sur des polygones donnés⁽³⁾ ; trois élèves de 2nde), le spectre du zéro (essayer de décomposer un rond, fait à la main, en « somme » de cercles ou de mesurer son « erreur » par rapport à un cercle

(*) Professeur au Lycée d'Altitude de Briançon (hubert.proal@ac-aix-marseille.fr). Membre des IREM de Marseille et Grenoble.

(1) Site de l'association MATH.en.JEANS : <http://www.mathenjeans.fr/>

(2) Ce sujet a fait l'objet d'une publication par les élèves dans la revue *Quadrature* n°90.

(3) Sujet publié sur le site de l'association MATH.en.JEANS.

; quatre élèves de 2nde), modélisation du vol d'oiseaux en groupe (quatre élèves de Tale S)⁽⁴⁾. Il arrive, certaines années, qu'un groupe soit constitué d'élèves de plusieurs niveaux travaillant sur un sujet donné.

Depuis deux ans, les élèves se réunissent une heure par semaine durant l'AP (accompagnement personnalisé). Ce créneau, le jeudi de 13h à 14h, correspondait à l'heure d'AP pour les secondes. Des élèves de première et de terminale, libres au même moment, pouvaient venir et valider MeJ comme une heure d'AP. Ceci explique les gros effectifs en seconde par rapport aux autres niveaux. Par contre certains élèves de l'année précédente n'ont pas pu suivre l'atelier en 2012-2013. Cette organisation a des avantages comme le fait que le créneau apparaît dans le service des enseignants – qui sont donc rémunérés – et dans celui des élèves de seconde. Mais les contreparties sont qu'il n'est pas possible de travailler avec un faible effectif et que les élèves ne sont pas forcément tous volontaires.

En 2012-2013, l'atelier MeJ du Lycée d'Altitude n'était pas jumelé avec ceux d'autres établissements. En revanche, des jumelages avec le Lycée français de Turin et avec un lycée roumain de Bucarest sont envisagés pour 2013-2014.

Parmi les sujets proposés aux élèves en 2012-2013 figurait un sujet intitulé « Le retournement d'une aiguille », qui va servir à illustrer le fonctionnement concret de l'atelier tout au long de l'année scolaire. Quand mon chercheur a proposé ce sujet je ne le connaissais pas, j'aime bien être dans la même situation que mes élèves pour ne pas être orienté. Par la suite j'ai un peu fait des recherches (sur le Net) pour voir si les résultats de mes élèves étaient déjà connus. A ce moment là j'ai trouvé certaines références, par exemple la brochure "En cheminant avec Kakeya"⁽⁵⁾, ou le sujet des Olympiades de maths de 1ère 2013 (académie d'Aix-Marseille)⁽⁶⁾

Le jeudi 20 septembre 2012, le sujet est proposé aux élèves de la manière suivante : « On a le segment $[AB]$ que l'on doit retourner (B en A et A en B) en restant dans le plan. On souhaite que la surface balayée par le retournement soit minimale ». Deux élèves de seconde, de deux classes différentes, choisissent ce sujet. Il va de soi que les élèves de MeJ ne sont pas sélectionnés par un examen ou par leur niveau en mathématiques. À raison d'une heure par semaine, de septembre à juin, les élèves se retrouvent pour réfléchir à leur sujet. Il s'agit en quelque sorte de la partie immergée de l'iceberg, mais c'est bien au cours de ces séances que s'effectue l'essentiel du travail – un travail qui n'est pas toujours facile à orchestrer par l'enseignant, puisque les six groupes progressent en parallèle, même s'il arrive qu'un seul groupe soit suivi pendant une séance.

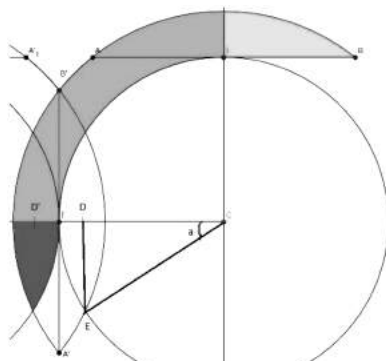
Une fois le sujet retenu, les mois de septembre et octobre sont consacrés à la compréhension du problème. Le cas du demi-tour d'une aiguille par le milieu qui conduit à la surface d'un disque ainsi que celui du demi-tour par une extrémité puis la translation qui conduit au demi-disque sont abordés et traités relativement vite.

(4) Pour avoir plus d'informations sur ces sujets : <http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/IMG/pdf/Sujets-2012-2013-MeJ-Briancon.pdf>

(5) <http://math.univ-lyon1.fr/~borrelli/Kakeya.html>

(6) <http://www.ac-aix-marseille.fr/pedagogie/upload/docs/application/pdf/2013-03/sujet.s2013.pdf>

Dans le courant du mois d'octobre, les élèves proposent un retournement particulier qui nécessite de gros calculs pour définir la surface balayée. Face aux difficultés rencontrées – les élèves ne parviennent pas à trouver l'aire, ni même une majoration –, la motivation des chercheurs en herbe commence à s'estomper. Il leur est alors conseillé de mettre par écrit le début de leurs réflexions et de réaliser des figures sur Geogebra. Une courte production écrite est en effet demandée aux élèves d'une semaine à l'autre, tandis que l'enseignant prépare en amont des séances un petit cahier des tâches à réaliser pour certains groupes. Chaque sujet dispose d'un dossier dans une zone travaux de IACA⁽⁷⁾ où les élèves stockent leurs documents informatiques (dessins, programmes, textes...). Par la suite ils sont transférés sur Chamilo⁽⁸⁾. Les élèves disposent d'ordinateurs mais aussi d'un tableau, d'un cahier de recherche et, si nécessaire, de matériel pour réaliser des expériences. En revanche il ne leur est pas demandé d'être des spécialistes de traitement de texte mathématique, de Geogebra ou de tout autre logiciel de programmation. L'enseignant les aide dans la mesure du possible à compléter leur production à partir de leurs croquis.



Pour calculer l'aire bleue il faut calculer l'aire du rectangle ABCD et y soustraire l'aire du triangle rectangle DEC. On connaît CD car c'est égal à DT qui est égal au grand rayon moins le petit rayon. le tout divisé par deux.

$$DC = r - r' = r - \frac{R-r}{2} = \frac{2r - R + r}{2} = \frac{3r - R}{2}$$

$$DE = \sqrt{CE^2 - DC^2} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{3r - R}{2}\right)^2}$$

$$\text{aire}(\triangle DEC) = \frac{DC \cdot DE}{2} = \frac{\left(\frac{3r - R}{2}\right) \cdot \sqrt{r^2 - \left(\frac{3r - R}{2}\right)^2}}{2}$$

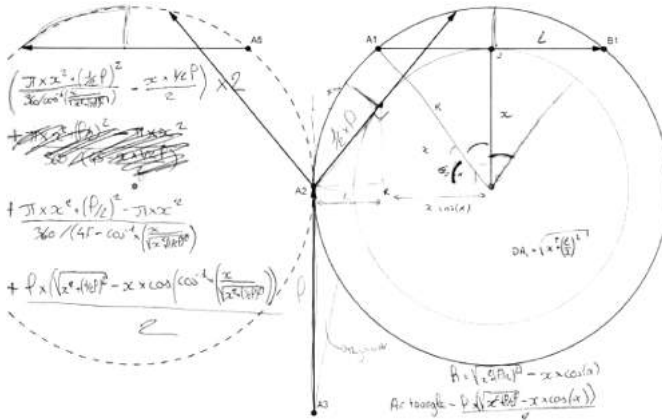
$$\text{Aire}(\triangle ABC) = \frac{AB \cdot DC}{2} = \frac{\left(\frac{R+r}{2}\right) \cdot \left(\frac{3r - R}{2}\right)}{2}$$

$$\text{Aire}(\text{bleue}) = \text{Aire}(\triangle ABC) - \text{aire}(\triangle DEC) = \frac{\left(\frac{R+r}{2}\right) \cdot \left(\frac{3r - R}{2}\right)}{2} - \frac{\left(\frac{3r - R}{2}\right) \cdot \sqrt{r^2 - \left(\frac{3r - R}{2}\right)^2}}{2}$$

Extrait d'un compte rendu des élèves.

(7) Espace de travail collaboratif, autrement dit zone où les élèves peuvent déposer des documents (texte, fichier Geogebra, ...) visible seulement par eux et qui est interne à l'établissement.

(8) Autre espace de travail collaboratif, accessible de l'extérieur de l'établissement.



Extrait du cahier de recherche des élèves

Fin novembre a lieu le premier séminaire avec le chercheur. Camille Petit étant en contrat de post-doctorat en Finlande, la discussion se déroule par vidéoconférence, à raison d'une demi-heure par sujet. L'enseignant, qui a cours au même moment, ne peut assister à la vidéoconférence, mais les élèves et le chercheur lui présentent un petit rapport des nouvelles pistes à explorer.

En décembre, la proposition des élèves n'est toujours pas débloquée mais d'autres pistes abordables sont proposées par le chercheur. Les élèves réalisent des calculs avec une longueur d'aiguille donnée puis dans le cas général, ce qui fait apparaître une fonction du second degré. En parallèle, il leur faut réaliser quelques panneaux pour le Forum des mathématiques d'Aix-en-Provence, prévu après les vacances de Noël. Dans l'urgence, on imprime et plastifie des dessins, des formules et des graphiques.

Début janvier, les élèves travaillant sur le retournement de l'aiguille animent un stand au Forum des mathématiques organisé à Aix par l'association MATHS POUR TOUS⁽⁹⁾. Ils y présentent pendant deux jours leurs recherches à un public nombreux composé essentiellement de scolaires, du primaire au lycée. Il s'agit d'une expérience extrêmement enrichissante pour ces jeunes qui doivent apprendre, lors de ce premier « grand oral », à s'adapter à leur auditoire et à présenter des mathématiques « vivantes » : des bouts de bois, des dessins, un panneau sommaire sont en effet les seuls outils autorisés par l'enseignant. Les élèves rentrent à Briançon épuisés après deux journées intenses de présentation et d'explication, mais enthousiastes. Ils ont compris que certains de leurs calculs sont faux, que les maquettes se sont révélées fort utiles mais qu'elles auraient gagné à être à l'échelle et qu'il faut par conséquent les reconstruire. Surtout, ils ont tiré un grand profit de leurs échanges avec des universitaires, en particulier avec Martin Andler qui s'est lancé avec eux dans le calcul de la surface de retournement.

(9) Site de l'association MATHS POUR TOUS qui organise de nombreuses manifestations autour des mathématiques : <http://www.matheopolis.fr/MPT/index.html>

La suite du mois de janvier et le mois de février sont consacrés à la mise au propre des idées glanées lors du Forum aixois, à la correction des erreurs et à la réalisation de nouvelles figures. Surtout, les élèves se lancent dans de laborieux calculs faisant appel à de la trigonométrie. À la fin du mois de janvier a lieu un deuxième séminaire en présence cette fois du chercheur Camille Petit, ancien élève du Lycée d'Altitude venu de Finlande rendre visite à sa famille. Il rencontre, à raison d'une heure par groupe, les cinq équipes d'élèves restantes – un des groupes a abandonné fin décembre. Il souffle à notre groupe une idée pour déplacer une aiguille avec une toute petite surface, suggestion qui sera utilisée plus tard par les élèves.

De retour des vacances de février, les élèves disposent de deux semaines seulement pour mettre leurs idées en ordre, réaliser des dessins et rédiger leur démonstration. À la mi-mars en effet a lieu la Semaine des Mathématiques, à l'occasion de laquelle les élèves doivent aller présenter leurs recherches au Centre Régional de Documentation Pédagogique de Grenoble puis à des collégiens de Briançon. Malheureusement, 50 centimètres de neige tombés dans la nuit obligent à annuler le déplacement à Grenoble. Néanmoins, la présentation réalisée devant 50 élèves de troisième permet de s'assurer que tout fonctionne, quelques jours seulement avant le Forum des Mathématiques de Marseille et le congrès MATH.en.JEANS organisé cette année dans la cité phocéenne.



Présentation lors du congrès à Marseille.

Le congrès, qui se tient généralement fin mars ou début avril, constitue le moment fort des ateliers MeJ et représente une expérience inoubliable pour les jeunes. Les élèves doivent y réaliser une présentation orale, en amphithéâtre, de leurs recherches. Cette fois, le groupe travaillant sur le retournement d'une aiguille prépare une présentation sur PowerPoint, qui sera modifiée et améliorée jusqu'au matin même de leur exposé.

Les échanges sont fructueux et permettent, pour ces élèves de seconde, d'aborder les notions de tangente et de limite : ils constatent ainsi que leur solution, qui dépend d'un rayon, ne tend pas vers une surface d'aire nulle même si ce rayon devient infiniment grand⁽¹⁰⁾.

En avril et mai, les élèves remettent tout en forme, rédigent, peaufinent... Deux groupes de Briançon, dont celui sur le retournement d'une aiguille, ont candidaté pour le concours André Parent. Cette équipe n'est finalement pas retenue mais elle participe au Salon de la culture et des jeux mathématiques qui se tient début juin à la Villette. Les jeunes sont désormais rodés à la présentation de leur sujet sur un stand. Ils profitent de leur temps libre pour participer aux défis des autres stands. Là encore, ils ont la chance d'échanger avec des universitaires, ce qui les conduit à une nouvelle solution. Celle-ci est rédigée à la hâte dès le retour des élèves à Briançon. Le 12 juin, ils présentent leurs travaux lors du forum PASS⁽¹¹⁾ à Marseille : c'est leur dernier déplacement de l'année.

La rédaction des résultats de leur recherche a commencé assez tôt, courant octobre. Il s'agit d'un premier jet qui a été corrigé, complété et modifié jusqu'au congrès. Cette production sert de base pour la présentation au congrès et la réalisation de panneaux. En fin d'année scolaire, elle est complétée et corrigée par les enseignants, puis validée par le chercheur avant d'être mise en ligne sur le site du lycée⁽¹²⁾ et sur le site de MeJ⁽¹³⁾. Le sujet sur les ensembles gonflés sera publié dans la revue *Quadrature* n° 90 d'octobre 2013.

Le sujet sur le retournement d'une aiguille correspond bien à la démarche de MeJ. Quand on en fait l'analyse a posteriori, il apparaît que plusieurs facteurs sont liés à cette réussite : les élèves étaient très motivés et avaient des facilités pour comprendre les concepts mathématiques. Les deux jeunes s'entendaient bien et participaient à d'autres activités communes (option sport, club montagne). Ils étaient très dynamiques, ils avaient de l'aisance à l'oral et surtout une grande curiosité intellectuelle. Si tous les groupes MeJ du lycée n'ont pas le même profil, il est toujours difficile de prévoir en début d'année comment va évoluer un sujet. Le sujet sur le spectre du zéro, par exemple, a connu une évolution complètement différente, même si les quatre jeunes étaient là aussi très dynamiques et avec un assez bon niveau en maths. Les dossiers-bilans de l'atelier MeJ de Briançon sont consultables sur le site du lycée⁽¹⁴⁾.

(10) Plus de détails à l'adresse <http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/IMG/pdf/2013-Aiguille-MeJ-Briancon.pdf>

(11) PASS – Projet Atelier Sup Science, dispositif propre à l'académie d'Aix-Marseille pour les actions scientifiques https://www.ac-aix-marseille.fr/wacam/jcms/c_270468/les-projets-et-ateliers-sup-sciences-pass

(12) Production des élèves de Briançon
<http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article91>

(13) Publication des ateliers MeJ <http://www.mathenjeans.fr/comptes-rendus>

(14) Site des 15 années de MeJ à Briançon
<http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article14>

II. Les actions parallèles

Comme évoqué précédemment, le but d'un atelier MeJ est avant tout de faire découvrir aux jeunes le monde de la recherche en mathématiques. Il existe cependant un certain nombre de manifestations, locales ou nationales, indépendantes de MeJ et qui permettent de valoriser les travaux des élèves. Ces actions parallèles sont en quelque sorte « la cerise sur le gâteau ».

La Fête de la Science, qui a lieu assez tôt dans l'année scolaire (généralement en octobre), permet aux jeunes de visiter des laboratoires de recherche, y compris des laboratoires de mathématiques. Pour l'atelier MeJ de Briançon, elle est l'occasion d'exposer les panneaux de l'année précédente à l'extérieur du lycée et, de temps en temps, de présenter des exposés.

Depuis cinq ans, l'association MATHS POUR TOUS⁽¹⁵⁾ organise des forums de mathématiques qui sont l'occasion pour des chercheurs professionnels et des élèves de présenter leurs travaux à des scolaires. Le concept fonctionne très bien et il est extrêmement formateur pour les jeunes. Depuis le premier forum en Corse en 2009, les élèves de MeJ de Briançon ont toujours été présents.

Depuis deux ans, le Ministère de l'Éducation nationale organise une Semaine des mathématiques, qui est elle aussi l'occasion pour les élèves de l'atelier MeJ de Briançon de mettre en avant leurs travaux. Des présentations ont lieu au lycée ou à l'extérieur de l'établissement (IREM de Grenoble en 2012, CRDP en 2013).



Présentation au lycée à des collégiens lors de la Semaine des mathématiques.

(15) <http://www.matheopolis.fr/MPT/index.html>

(16) Site du CIJM qui organise le Salon de la culture et des jeux mathématiques ainsi que le concours André Parent : <http://www.cijm.org/>

(17) Concours André Parent 2012 :

<http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article297>

Depuis deux ans également, les élèves de l'atelier MeJ de Briançon font le déplacement pour participer au Salon de la culture et des jeux mathématiques qui se tient à Paris⁽¹⁶⁾. Il est à noter que durant ce salon a lieu le concours André Parent, concours spécifique pour les projets mathématiques. En 2012, le sujet MeJ sur les ensembles gonflés avait gagné ce concours⁽¹⁷⁾. En 2013, par contre, le sujet de Briançon sur les moulins à vent n'a pas été primé.

Ce dernier exemple montre bien que, si le but des ateliers MeJ n'est pas de fabriquer des sujets pour des concours mais simplement de faire découvrir aux jeunes le plaisir de la recherche en mathématiques, il existe malgré tout des concours dans lesquels certains sujets de MeJ peuvent trouver leur place. C'est ainsi le cas de la manifestation Faites de la science⁽¹⁸⁾. Il s'agit d'un concours en deux phases : qualification académique puis finale nationale. Si l'on regarde le palmarès de ce concours, on y trouve assez souvent des sujets de mathématiques. L'atelier MeJ de Briançon a été sélectionné six fois pour la finale et a été primé cinq fois, en particulier en 2013 à La Rochelle, où le sujet sur les tas de sable⁽¹⁹⁾ a obtenu le second prix.

Un autre concours auquel les élèves de MeJ ont été inscrits pour la première fois en 2013 est C-Génial⁽²⁰⁾. Il n'est pas évident, lors des inscriptions en novembre, de disposer d'un sujet dont on sait qu'il est suffisamment riche et qu'il peut avoir des applications. Le sujet sur les ensembles gonflés avait déjà un an d'existence, ce fut l'occasion ou jamais. La sélection est nationale pour les lycées, académique pour les collèges. Il y a eu trois premiers ex aequo, le Lycée Louis Le Grand (Paris), le Lycée international de Manosque sur un sujet MeJ et le Lycée d'Altitude. Les élèves de Manosque ont été sélectionnés pour participer en août 2013 au concours CASTIC⁽²¹⁾ en Chine, et y ont obtenu la seconde place ! Tandis que ceux du Lycée d'Altitude ont été retenus pour le concours EUCYS⁽²²⁾ tenu à Prague fin septembre 2013.

Enfin, l'association ANIMATH⁽²³⁾ réalise de nombreuses actions en faveur des mathématiques, y compris des interventions dans les classes.

Conclusion

Les apports d'un atelier MeJ sont multiples, pour les élèves comme pour l'enseignant. Pour ce dernier, le travail administratif est relativement important les premières années, en particulier pour maîtriser les différentes structures financières. Les déplacements en France ou à l'étranger nécessitent de l'organisation et la prise de responsabilités. Bien plus, le professeur doit passer du temps à comprendre les

(18) Site du concours Faites de la science : <http://dossier.univ-st-etienne.fr/fac-sciences/colloques/faitesdelascience/FDSnat/>. Toutes les académies n'organisent pas ce concours.

(19) <http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article507>

(20) Site du concours et de la fondation C-Génial : <http://www.cgenial.org/>

(21) Children & Youth Science Center of CAST

<http://www.cyscc.org.cn/Intro.aspx?ColumnID=10280100>

(22) European Union Contest for Young Scientists <http://www.eucys2013.cz/home/index.html>

Voir l'adresse <http://www.lyc-altitude.ac-aix-marseille.fr/spip/spip.php?article530>

(23) Site de l'association ANIMATH <http://www.animath.fr/>

idées des élèves, à vérifier leurs démarches, à tenter de résoudre les défis de programmation (par exemple avec Geogebra). Mais il s'agit là d'un travail intellectuel particulièrement motivant, qui lui permet de se « distraire » de la préparation des cours et de la correction des copies. Il arrive en outre que certaines démarches élaborées par des élèves de MeJ donnent à l'enseignant des idées d'activités à mettre en œuvre en cours. Le plus déstabilisant peut-être est d'accepter de sortir du rapport professeur-élève traditionnel pour développer ensemble une curiosité commune. Le fait de n'être soumis ni à un programme ni à une évaluation finale constitue ici un atout essentiel. Chaque année, on constate avec une immense satisfaction que les jeunes impliqués dans un atelier MeJ font avec plaisir des mathématiques, qu'ils ne perçoivent plus comme une discipline élitiste. Ce changement de point de vue s'opère d'ailleurs aussi bien chez les élèves de MeJ que chez leurs parents. Pour les jeunes, il ne s'agit pas d'un seul coup de devenir « bons en maths », mais de développer peu à peu un autre rapport à la matière, qu'ils ne subissent plus comme c'est parfois le cas en cours, mais qu'ils découvrent comme un outil permettant de résoudre des problèmes concrets. La prise en compte et la valorisation de leurs idées par l'enseignant leur donnent progressivement confiance en eux, tandis que les exposés devant des publics divers leur permettent d'acquérir une plus grande aisance à l'oral. Enfin, les rencontres et les échanges qui découlent des déplacements effectués dans l'année, en France mais aussi parfois à l'étranger, sont l'occasion d'une ouverture culturelle et intellectuelle. Autant de bénéfices à long terme pour ces jeunes, qui en ont témoigné dans le *Bulletin vert* 482 (2009)⁽²⁴⁾.

(*) Hubert Proal, « Comment MATH.en.JEANS valorise l'élève », *Bulletin de l'APMEP*, 2009, n° 482, p. 358-360.