

L'écrit et la méthode

Une introduction aux articles d'élèves dans les ateliers MATH.en.JEANS

Pierre Duchet(*)

Faire vivre les mathématiques par les jeunes, grâce à l'exercice de la recherche : la « méthode » MATH.en.JEANS (en abrégé MeJ) reconstitue en modèle réduit dans les établissements qui participent (écoles, collèges, lycées ou universités) la vie d'un laboratoire de mathématiques. Le Bulletin vert n° 482 (mai-juin 2009) a consacré un dossier complet à ces ateliers de recherche ; le présent numéro publie plusieurs exemples récents d'articles de mathématiques produits par des élèves au cours de leur année MeJ.

Un congrès

Dans le vécu de chaque atelier MeJ, et pour chacun de ses tout jeunes acteurs, c'est *le congrès* qui, sans aucun doute, représente le point culminant de l'année de recherche : organisé en début de printemps sur plusieurs sites parallèles, le congrès est un moment unique de synthèse, d'institutionnalisation et d'évaluation, qui concrétise tous les efforts de recherches consentis depuis le début de l'année. Sa préparation donne à chaque chercheur en herbe l'occasion irremplaçable d'une prise de conscience des résultats obtenus (par lui, par son groupe ou par le groupe jumeau⁽¹⁾) et d'une nouvelle réorganisation de connaissances, aussi bien celles qui ont été investies dans la situation que celles qui sont apparues au cours de la recherche : mises au point, mises en ordre et mises en forme sont nécessaires à la présentation des travaux au congrès, face à la critique d'une communauté scientifique élargie.

Si important qu'il, soit le congrès n'est toutefois, dans l'esprit des concepteurs de l'opération MeJ, qu'une aventure parmi d'autres dans le déroulement de l'atelier de recherche : il en représente bien sûr un épisode particulièrement riche et héroïque, mais il n'en est ni son aboutissement, ni sa conclusion.

Des œuvres mathématiques

Dans MeJ en effet, le « Grand Oral » est avant « l'Écrit ». Bien sûr, recherche coopérative, élaboration et discussion entre pairs des avancées, échanges critiques avec les chercheurs, et exposé public des résultats représentent effectivement des principes constitutifs de l'atelier MeJ, mais on peut dire que l'ambition véritable de

(*) Chercheur au CNRS, Projet Combinatoire et Optimisation, Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris ; co-initiateur, avec Pierre Audin et René Veillet, de l'opération MATH.en.JEANS en 1989-90. pierre.duchet@upmc.fr

(1) Rappelons qu'en principe chaque sujet est traité en parallèle dans deux établissements jumelés pour l'occasion.

chaque projet consiste en *la mise en œuvre, effective et aboutie, d'une démarche scientifique en mathématiques.*

De manière concrète, il ne s'agit, ni plus ni moins, que de faire réaliser par des élèves « comme tout le monde » *une authentique œuvre mathématique.* En rupture avec la coutume de la classe, les élèves MeJ doivent quitter peu à peu leur posture de spectateurs de mathématiques, pour prendre celle d'*acteurs de mathématiques.* Puis, à l'instar de ce qui se passe dans les laboratoires de recherche, ces acteurs deviennent *auteurs de mathématiques.*

Pour la plupart de nos chercheurs novices, il s'agit d'une « première fois » et nombreux sont ceux qui abordent avec appréhension un quelconque travail d'écriture. Mais la transformation d'élève de mathématiques en chercheur de mathématiques est à ce prix, elle ne saurait s'accomplir sans confrontation de l'apprenti-chercheur à la part écrite du travail de mathématicien, une part à la fois nécessaire et constitutive de son activité : point de recherche véritable sans mémoire de recherche, point d'œuvre mathématique authentique sans publication en direction d'une communauté scientifique. Point de démarche scientifique en mathématique sans compte-rendu de l'expérience d'un problème, élaboration et transmission de résultats.

Écrits, théories, apprentissage

L'écrit est absolument indissociable de la connaissance scientifique. Donnons à ce lien deux raisons fondamentales. Remarquons tout d'abord que le propre d'une connaissance scientifique est d'exprimer la *reproductibilité* d'un certain phénomène : sous certaines conditions, que l'on peut préciser, telle expérience conduira à tels résultats. On peut même dans certains cas préciser et rendre compte de mécanismes qui expliquent l'advenue de ces résultats. Notons d'autre part, avec Popper, que pour qu'une connaissance soit reconnue comme scientifique et puisse être validée, elle doit pouvoir s'offrir à la critique (*réfutabilité*) ... et pouvoir lui résister (*validité*) ! À l'évidence chacun des caractères, reproductibilité et réfutabilité, exige un recours à l'écrit aussi bien pour la formulation des connaissances scientifiques que pour leur transmission.

On observera que du point de vue de leur fonctionnement épistémique, les mathématiques ne constituent pas une science « à part » : connaissances et résultats mathématiques relèvent des mêmes lois que toute autre connaissance scientifique⁽²⁾. On peut en fait qualifier de « *théorie mathématique locale* » tout édifice de connaissances qui adopterait à propos d'objets mathématiques particuliers les critères de validation des connaissances scientifiques.

Ces théories locales comportent des objets et des mises en relation, des données, des concepts, des construits, des objets primitifs, des axiomes, des définitions, des hypothèses, des propositions prouvées, d'autres admises ou supposées, ... Mais à la différence des vastes théories mathématiques constituées, inventées ou développées

(2) Même si leur caractère expérimental peut être discuté, car il renvoie plus à une réalité « interne », propre aux mathématiques, qu'à un monde objectal extérieur.

par les mathématiciens au fil des siècles, nos théories locales sont locales et peuvent se construire autour de quelques objets centraux dans un problème particulier, tel un sujet MeJ.

On peut maintenant reformuler l'ambition pédagogique de chaque atelier MeJ en disant qu'il s'agit d'arriver à ce que chaque groupe de recherche bâtit et fasse vivre une « théorie mathématique locale ». Ainsi, comme le souligne d'ailleurs l'acronyme M.A.Th. en J.E.A.N.S⁽³⁾, un projet MeJ comporte une finalité d'*apprentissage* où l'œuvre mathématique écrite joue un rôle essentiel.

Articles Math.en.Jeans

Un article MeJ sera donc simplement la mise en circulation d'une théorie locale, à destination, et à disposition, d'une communauté scientifique élargie, plus vaste que le groupe, l'équipe, l'atelier, la classe, l'établissement ou la communauté des élèves, professeurs et chercheurs de MeJ.

Qu'attend-on d'un article de mathématiques d'élèves « MeJ » ? — En fait, les mêmes qualités que celles que l'on attend d'un article de mathématicien professionnel, avec un desideratum particulier : **la clarté**. Un bon article MeJ est donc en principe intéressant, pertinent, consistant, vérifiable et clair.

— intéressant. L'article doit présenter un questionnement légitime sur un objet, une problématique de recherche. L'article doit offrir si possible un point de vue, un parcours, et des perspectives.

— pertinent. Les travaux mentionnés doivent relever de la problématique abordée. L'exposé doit s'efforcer d'être synthétique, en insistant sur les points les plus significatifs et aboutis.

— consistant. Tout article de mathématique doit contenir au moins un résultat, c'est-à-dire qu'il doit apporter une connaissance nouvelle sur le problème traité. Ce peut être un théorème, mais aussi la collecte de données expérimentales, un contre-exemple, une résolution partielle, la réponse à un problème voisin, une nouvelle approche, une conjecture, un nouveau problème, ...

— vérifiable. C'est la qualité indispensable de toute œuvre scientifique : les assertions faites doivent être vérifiables (ou plus exactement, comme nous l'avons rappelé plus haut, réfutables !). Non seulement des distinctions nettes doivent apparaître entre ce qui est admis, supposé, observé ou prouvé, mais le lecteur doit aussi bénéficier de toute indication utile à la compréhension des énoncés et à leur validation : raisonnement, sources, outils, références, documents utilisés, ...

— clair. Le texte doit être compréhensible par un lecteur motivé du même âge, si possible accessible à un lecteur candide non spécialiste et, cela va sans dire, mais soulignons-le tout de même, parfaitement maîtrisé par les auteurs eux-mêmes (!).

C'est avec cette optique que le comité d'édition de notre association a choisi de présenter, après relecture, quelques articles récents de nos jeunes auteurs. Textes et

(3) Méthode d'Apprentissage des Théories Mathématiques en Jumelant des Établissements pour une Approche Nouvelle du Savoir.

figures sont l'œuvre des élèves ; pour l'essentiel, ils sont publiés tels qu'ils nous sont parvenus. Lorsqu'ici ou là nos relecteurs ont observé quelque manquement manifeste à l'un des cinq principes, ils ont signalé leur doute, leur interrogation, leur perplexité voire leur désaccord, en accompagnant les passages concernés de notes d'édition placées en fin d'articles.

Ces articles témoignent tous du plaisir que leurs auteurs ont trouvé à leurs recherches, et de l'évidente satisfaction d'avoir concrétisés celles-ci par un écrit. Nous pouvons relever aussi leur intérêt, leur authenticité et une certaine fraîcheur créative. En un mot, ce que nous pouvons apprécier dans ces œuvres c'est leur *mathématicité* naissante. Félicitons nos jeunes auteurs pour ces contributions, et remercions également les professeurs et les chercheurs qui les ont accompagnés, suivis et conseillés.